ATTI

DEL

REALE ISTITUTO VENETO

DI

SCIENZE, LETTERE ED ARTI

TOMO LXXVII

(SERIE NONA - TOMO SECONDO)

ATTI

DEL

REALE ISTITUTO VENETO

DI

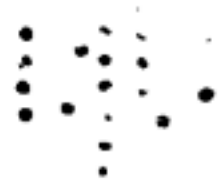
SCIENZE, LETTERE ED ARTI

ANNO ACCADEMICO 1917-918

TOMO LXXVII

(SERIE NONA - TOMO SECONDO)

PARTE PRIMA

VENEZIA
PRESSO LA SEGRETERIA DEL REALE ISTITUTO
PALAZZO LOREDAN SANTO STEFANO

ATTI

DEL

REALE ISTITUTO VENETO

DI

SCIENZE, LETTERE ED ARTI

ANNO ACCADEMICO 1917-918

TOMO LXXVII

(SERIE NONA - TOMO SECONDO)

VENEZIA

PRESSO LA SEGRETERIA DEL REALE ISTITUTO

PALAZZO LOREDAN SANTO STEFANO

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI.
Anno accademico 1917-918 - Tomo LXXVII - Parte prima.

ELENCO DEI MEMBRI E SOCI

DEL

R. ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

PRESIDENTE

GREGORIO RICCI CURBASTRO

(R. Decreto 7 dicembre 1916)

VICEPRESIDENTE

VITTORIO POLACCO

(R. Decreto 7 dicembre 1916)

SEGRETARIO

GIOVANNI TAMASSIA

(Decreto Luogotenenziale 5 agosto 1917)

VICESEGRETARIO

GIOVANNI BORDIGA

(Decreto Luogotenenziale 5 agosto 1917)

AMMINISTRATORE

ENRICO FILIPPO TROIS

(Decreto Luogotenenziale 5 agosto 1917)

MEMBRI EFFETTIVI (1)

(22 novembre 1868 — 6 aprile 1872 — 16 dicembre 1883) (2)

LUZZATTI LUIGI, Ministro di Stato, Cav. dell'Ordine del merito civile di Savoia, Cav. Gr. Croce decorato del Gr. Cordone ✱, ✠, Gr. Croce decorato del Gr. Cordone della Legion d'onore, Gran Croce dell'Ordine del Salvatore di Grecia, Gran Croce dell'Ordine di Carlo III di Spagna, Gran Croce dell'Ordine di S. Olaf di Norvegia, Gran Croce dell'Ordine di Karageorgevic di Serbia, Grande Ufficiale dell'Ordine di Leopoldo del Belgio, ecc., già Presidente del Consiglio dei Ministri e Ministro dell'Interno, Ministro del Tesoro, delle Finanze, dell'Agricoltura e delle Poste, deputato al Parlamento, socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, membro effettivo dell'Istituto di Francia (Accademia delle scienze morali e politiche), membro dell'Accademia Reale delle scienze di Napoli, dottore onorario delle Università di Glasgow, Edinburgh, ecc., ecc., prof. di Diritto costituzionale all'Università di Roma. Roma.

(12 luglio 1874 — 11 aprile 1878 — 27 agosto 1883)

TROIS ENRICO FILIPPO, Uff. ✠, membro della Commissione provinciale di viticoltura ed enologia, socio dell'Accademia di microscopia del Belgio e dell'Ateneo Veneto, conservatore e custode delle raccolte scientifiche di questo R. Istituto. Venezia (Calle del Carbon, Palazzo Bembo, 4785).

---

(1) Il segno ✱ indica l'Ordine dei SS. Maurizio e Lazzaro; il segno ✠ l'Ordine della Corona d'Italia.

(2) La prima data si riferisce alla elezione a socio corrispondente, la seconda al Decreto di nomina a membro effettivo; la terza a quello del conferimento della pensione accademica.

(26 febbraio 1871 — 7 luglio 1878 — 15 febbraio 1885)

BERNARDI ENRICO, ✱, Comm. ✠, socio emerito della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, prof. emerito di Macchine termiche e idrauliche nella R. Università di Padova. (Torino, via Napione, 28).

(9 febbraio 1879 — 29 maggio 1881 — 21 maggio 1885)

FAVARO nob. ANTONIO, Gr. Uff. ✱, Comm. ✠, Cav. della Legion d'onore, Uff. della pubblica istruzione di Francia, Uff. dell'Ordine di Leopoldo del Belgio, Comm. dell'Ordine di Isabella la Cattolica di Spagna, Comm. dell'Ordine di San Marino e decorato della Medaglia d'oro del merito, ecc. Laureato dall'Istituto di Francia (Académie des Sciences), Accademico della Crusca, Membro dell'Istituto Storico Italiano, membro effettivo della R. Deputazione Veneta sopra gli studi di storia patria e di quella per le provincie di Romagna, socio effettivo della R. Accademia di Padova, onorario dell'Ateneo di Bergamo, della Società Italiana di Storia Critica delle scienze mediche e naturali, della Società Copernicana di Thorn, della Società Imperiale dei Naturalisti di Mosca e della Società delle scienze del Messico, socio straniero della Società Olandese delle scienze di Harlem e di quella Zelandese di Middelburg; corrispondente delle Reali Accademie, dei Lincei in Roma, Pontaniana di Napoli, di scienze, lettere ed arti di Modena, Peloritana di Messina, Valdarnese del Poggio in Montevarchi, Gioenia di scienze naturali di Catania e di quella dei Concordi di Rovigo, dell'Ateneo Veneto e di quello di Brescia, della Società Colombaria di Firenze, del Regio Istituto d'Incoraggiamento di Napoli e della Reale Società Economica di Salerno, delle Regie Deputazioni di Storia Patria per le provincie di Modena, della Toscana, dell'Umbria e delle Marche, del Siebenbürgischer Verein für Naturwissenschaften di Hermannstadte dell'I. R. Istituto Geologico di Vienna, della Bataafsch Genootschap der Proefondervyndelyke Wisbegierte di Rotterdam e della Società matematica di Kharkow, ; Membro della Commissione Reale Vinciana, già Direttore della edizione nazionale delle Opere di Galileo Ga-

lilei sotto gli auspicî di S. M. il Re d' Italia, già incaricato degli insegnamenti di Analisi infinitesimale, Geometria projettiva e Storia delle matematiche, e prof. ordinario di Statica grafica nella R. Università di Padova. (Via dei Zabarella, 4 bis).

(9 febbraio 1879 — 29 maggio 1881 — 7 febbraio 1892)

SACCARDO PIERANDREA, Comm. ✻, ✠, socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei, membro della R. Accademia delle scienze di Torino, della R. Accademia delle scienze di Bologna, della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, dell' Accademia reale di agricoltura in Torino, dell' Accademia Pontaniana di Napoli, della Società Linneana di Londra, della Società micologica di Francia e di quella d' Inghilterra, della Società crittogamologica italiana, dell'Ateneo Veneto, dell'Accademia dei Concordi di Rovigo, dell' Ateneo di Treviso, della I. R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Rovereto, della Società del Museo in Rovereto, dell'Accademia veneto-trentino-istriana in Padova, della Società botanica italiana in Firenze, della Società Imperiale dei naturalisti di Mosca, della R. Società delle scienze e lettere di Göteborg (Svezia), della Società botanica di Francia residente a Parigi, della R. Società botanica del Belgio residente a Bruxelles, della Società Belga di microscopia in Bruxelles, della Società botanica di Lione, della Società botanica di Germania residente a Berlino, della R. Società botanica di Ratisbona, della Società Slesiana in Breslavia, della I. R. Società zoologico-botanica di Vienna, della Società delle scienze naturali di Brünn, dell' Accademia delle scienze naturali e matematiche di Cherbourg, dell' Accademia delle scienze di California in S. Francisco, della Società scientifica " Antonio Alzate " di Mexico, dell' Associazione internazionale di Botanica residente in Leida, della Società degli studi naturali " Giuseppe Ragazzoni " in Brescia, della Società italiana di scienze naturali di Milano, della Società entomologica di Firenze, della Società bibliografica italiana in Milano, della Commissione internazionale per la nomenclatura botanica residente a Parigi e della Commissione internazionale di Fitopatologia in Berlino ecc., prof. emerito

di Botanica e già direttore del R. Orto botanico nella R. Università di Padova. (Via Luca Belludi, 15).

(8 luglio 1880 — 3 dicembre 1885 — 4 gennaio 1894)

Bellati conte Manfredo, ✱, Comm. ✠, socio effettivo della R. Accademia di scienze, lettere ed arti in Padova, prof. ordinario di Fisica tecnica nella R. Università di Padova. (Via degli Zabarella, 57).

(10 aprile 1881 — 5 gennaio 1890 — 20 maggio 1897)

Spica Pietro, Comm. ✠, dottore nelle scienze fisico-chimiche ed in chimica e farmacia, socio effettivo della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, membro ordin. della Società chimica di Berlino e della Società di scienze naturali ed economiche di Palermo, presidente onorario dell'Associazione farmaceutica universitaria di Padova e della Federazione fra le Associazioni farmaceutiche universitarie italiane, socio onorario delle Associazioni farmaceutiche Friulana, Padovana, Umbra e Pavese, membro della R. Commissione per l'accertamento dei reati di veneficio, membro della Commissione Internazionale per lo studio dell'unificazione dei metodi d'analisi delle derrate alimentari, prof. ordinario di Chimica farmaceutica e tossicologica, prof. incaricato di Chimica bromatologica, e direttore della Scuola di farmacia nella R. Università di Padova. (Via Ospitale Civile, 49. Istituto chimico-farmaceutico).

(23 marzo 1885 — 6 agosto 1893 — 21 giugno 1906)

Papadopoli-Aldobrandini conte Nicolò, Senatore del Regno, Comm. ✱, Gr. Uff. ✠, Ufficiale onorario di cavalleria, presidente della Società numismatica italiana, membro onorario dell'Istituto italiano di numismatica, e della R. Società numismatica di Bruxelles, Accademico emerito della R. Accademia di belle arti, socio residente dell'Ateneo veneto, presidente del Consiglio direttivo della R. Scuola superiore di Commercio in Venezia, presidente della Giunta di vigilanza della R. Scuola Superiore d'Arte applicata alle industrie in Venezia. (S. Apollinare, 1464).

(10 aprile 1881 — 3 febbraio 1895 — 21 giugno 1906)

Da Schio conte Almerico, Comm. ✠, Presidente dell' Accademia Olimpica di Vicenza, e direttore dell' Ufficio meteorologico di Vicenza. (Corso Principe Umberto, 873).

(14 aprile 1889 — 2 febbraio 1896 — 31 marzo 1910)

Molmenti Pompeo, Senatore del Regno, cav. e Consigliere dell' Ordine del merito civile di Savoia. Venezia.

(22 giugno 1890 — 23 febbraio 1896 — 8 giugno 1911)

Bassini Edoardo, Senatore del Regno, Uff. ✱, Comm. ✠, prof. ordinario di Clinica chirurgica e medicina operatoria nella R. Università di Padova. (Via S. Massimo, 10).

(24 aprile 1892 — 8 aprile 1897 — 6 agosto 1911)

Stefani Aristide, Comm. ✠, socio nazionale della Reale Accademia dei Lincei, professore onorario della Università di Ferrara, membro onorario dell' Accademia medico-chirurgica di Ferrara e dell' Accademia Olimpica di Vicenza, socio effettivo della R. Accademia di scienze, lettere ed Arti di Padova, socio corrispondente della Reale Accademia di Medicina di Torino, della Società medico-chirurgica di Bologna e delle Accademie Virgiliana di Mantova e medica di Perugia, Presidente della Commissione Pellagrologica Provinciale di Padova, prof. ordinario di Fisiologia nella R. Università di Padova. (Via G. B. Belzoni, 43).

(16 giugno 1889 — 4 luglio 1897 — 4 gennaio 1912)

Ferraris Carlo Francesco, Senatore del Regno, ex Ministro dei Lavori Pubblici, Comm. ✱, Gr. Uff. ✠, Comm. dell'Ordine della Stella polare di Svezia, socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, socio effettivo della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, membro del Consiglio superiore di Statistica e del Consiglio della Previdenza, membro onorario della Società Svizzera di Statistica e della Reale Società Inglese

di Statistica, membro associato della Società di Statistica di Parigi, e della Associazione statistica americana di Boston, prof. ordinario di Scienza dell' Amministrazione e Diritto amministrativo nella R. Università di Padova. (Via 20 Settembre, 7).

(24 aprile 1892 — 4 luglio 1897 — 16 giugno 1912)

De Toni Giovanni Battista, Uff. ✠, dottore in scienze naturali, in medicina ed in chimica, laureato dell' Istituto (Accademia delle scienze) di Parigi (Premio Desmazières, Botanica crittogamica [1898], Premio Binoux, Storia delle Scienze [1909], Premio Desmazières, Botanica crittogamica [1915]), dottore in scienze *honoris causa* dell' Università di Lovanio, membro onorario delle Società Reale di Microscopia in Londra, Botanica di Francia in Parigi, Linneana della Nuova Galles del Sud in Sidney, socio perpetuo effettivo e Vicepresidente della Società botanica italiana in Firenze, della Società italiana per il progresso delle scienze, socio effettivo della Società Imperiale dei Naturalisti in Mosca, dell'Accademia veneto-trentina-istriana in Padova, della Società francese di botanica di Courrensan, dell' Accademia Romana dei nuovi Lincei, della R. Accademia di scienze, lettere ed arti in Modena, dell' Accademia internazionale di geografia botanica in Lemans, socio corrispondente della R. Accademia di scienze, lettere ed arti in Padova, dell'Ateneo Veneto, dell'Accademia Reale delle scienze di Lisbona, degli Agiati in Rovereto, delle Società degli Zelanti di Acireale, dei naturalisti russi di Kiew e di Charkoff, di botanica di Copenhagen, di Lione, di Caen, del Museo civico di Rovereto, dell' Associazione archeologica in Roma, della R. Società spagnuola di storia naturale in Madrid, delle Società di scienze mediche e naturali di Cherbourg, socio attivo della R. Deputazione di storia patria di Modena, delegato dal R. Ministero delle Finanze per lo studio delle malattie crittogamiche dei tabacchi, delegato per la ricerca della Fillossera nel Circondario di Modena, membro della Commissione internazionale di fitopatologia, e di quella per la nomenclatura delle Crittogame, della Commissione provinciale di Modena per la pesca fluviale e lacuale, della Reale

Commissione Vinciana e del R. Comitato Talassografico, prof. ordinario di Botanica e direttore dell'Orto Botanico della R. Università di Modena. (R. Orto botanico, Modena).

(24 maggio 1885 — 9 dicembre 1897 — 2 agosto 1912)

OCCIONI-BONAFFONS GIUSEPPE, dottore in filosofia, ✻, Comm. ✠, socio onorario dell' Accademia di Udine, della Minerva di Trieste e della Società storica friulana, socio residente dell' Ateneo veneto, socio effettivo e Presidente onorario della R. Deputazione Veneta di storia patria, socio effettivo e uno dei due Vicepresidenti della Società Ramusiana, socio effettivo dell' Accademia veneto-trentino-istriana in Padova e della Società bibliografica italiana in Milano, socio corrispondente dell' Accademia dei Concordi di Rovigo e della Colombaria di Firenze, membro della Commissione Reale per la pubblicazione dei documenti finanziari della Repubblica veneta, membro della Commissione Reale per la Conservazione dei Monumenti in Venezia e provincia, Consigliere del Comitato Veneto della società per la storia del Risorgimento italiano, membro del Comitato di redazione del periodico *Nuovo Archivio Veneto*, prof. liceale emerito di Storia e geografia. Venezia. (Maddalena, Corte Erizzo, 2137).

(23 aprile 1893 — 19 maggio 1898)

RAGNISCO PIETRO, Comm. ✻, ✠, già prof. ordinario di Storia della filosofia nella R. Università di Palermo, socio effettivo della R. Accademia di Padova, socio ordinario non residente della R. Accademia di scienze morali e politiche di Napoli, socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, prof. emerito di Etica nella R. Università di Roma. (Via Arenula, 83).

(24 aprile 1892 — 13 gennaio 1899 — 20 luglio 1913)

RICCI-CURBASTRO nob. GREGORIO, Comm. ✠, socio nazionale della R. Accademia dei Lincei ed effettivo della R. Accademia di Padova, prof. ordinario di analisi algebrica ed incaricato di Fisica matematica nella R. Università di Padova. (Piazza Vittorio Emanuele II, 29).

(23 aprile 1893 — 9 aprile 1899)

NASINI nob. RAFFAELLO, Uff. ✻, Comm. ✠, Membro della Giunta e del Consiglio superiore della pubblica istruzione, uno dei XL della Società Italiana delle scienze, socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, socio corrispondente della R. Accademia delle scienze di Padova, e di quelle di Bologna e di Modena, socio dell' Accademia Pontaniana, membro onorario della Associazione Britannica pel progresso delle scienze, membro onorario della Royal Institution della Gran Bretagna, rappresentante dell' Italia nel Consiglio internazionale e nel Comitato esecutivo pel Catalogo internazionale della Letteratura scientifica, dottore *honoris causa* della Università di Glasgow (LL. D.), socio onorario dell'Associazione medica italiana di Idrologia, Climatologia e Terapia fisica, prof. ordinario di Chimica generale nella R. Università di Pisa. (Istituto di Chimica generale).

(29 dicembre 1895 — 15 febbraio 1900 — 13 dicembre 1914)

POLACCO VITTORIO, Uff. ✻, Gr. Uff. ✠, Senatore del Regno, professore onorario dell' Università di Camerino, socio effettivo della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, socio corrispondente della Reale Accademia delle scienze di Torino e dell'Accademia Peloritana di Messina, membro dell' Istituto di storia del Diritto romano di Catania, Presidente della Giunta di vigilanza del R. Istituto Tecnico di Padova, prof. ordinario di Diritto civile nella R. Università, incaricato di Materie giuridiche nella R. Scuola di applicazione per gli ingegneri di Padova. (Via S.ta Lucia, 33).

(29 dicembre 1895 — 8 aprile 1900 — 12 aprile 1917)

VICENTINI GIUSEPPE, Uff. ✠, Presidente della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, socio effettivo o corrispondente di altre Accademie, prof. ordinario di Fisica sperimentale nella R. Università di Padova. (Istituto di Fisica).

(29 dicembre 1895 — 8 aprile 1900 — 26 maggio 1918)

VERSON ENRICO, ✱, Comm. ✠, socio corrispondente della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, della R. Accademia dei Georgofili di Firenze, della Imperiale Società Agraria di Odessa, della R. Accademia di agricoltura di Torino, della Società agraria di Gorizia, della Società agraria Istriana, membro effettivo della Imperiale Società di acclimatazione della Russia, membro titolare della Società Imperiale di economia rurale di Mosca, presidente onorario del Museo Nazionale di sericoltura di Torino, socio onorario dell' Accademia di Pesaro, della Imperiale Società agraria di Tiflis, della Società agraria di Rovereto, del Comizio agrario di Cuneo, membro della Società scientifica " Antonio Alzate „ di Mexico, direttore della R. Stazione bacologica di Padova. (Piazza Vittorio Emanuele II°).

(29 dicembre 1895 — 16 agosto 1900)

BRUGI BIAGIO, Comm. ✱, ✠, professore onorario dell' Università di Urbino, socio effettivo della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, socio onorario dell'Accademia Gioenia di Catania, socio della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Lucca, della R. Accademia Peloritana di Messina, dell' Accademia Raffaello di Urbino e dell' Ateneo veneto, Membro effettivo della R. Deputazione Veneta di storia patria, Membro onorario dell' Istituto di storia del diritto romano in Catania, già Preside della Facoltà di Giurisprudenza nella R. Università di Padova, professore ordinario di Istituzioni di diritto romano e incaricato di Introduzione enciclopedica alle scienze giuridiche e Istituzioni di diritto civile, (Via Arnaldo Fusinato, 13).

(22 maggio 1897 — 5 agosto 1905)

BONOME AUGUSTO, Uff. ✱, Comm ✠, socio effettivo della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, membro onorario dell' Associazione medica Lombarda, membro della

Società italiana di Patologia, socio fondatore dell'Accademia medica di Padova, membro della Società italiana di neurologia, prof. ordinario di Anatomia patologica nella R. Università di Padova. (Piazza Vittorio Emanuele II, 21).

(29 dicembre 1895 — 5 agosto 1905)

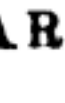
CATELLANI ENRICO, Uff. ✱, Comm. ✠, Membro dell'Istituto di Diritto internazionale, e della Associazione Americana di diritto internazionale, socio dell'Istituto Coloniale Internazionale, Socio e consigliere dell' Istituto Coloniale Italiano, socio effettivo della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, socio della Peloritana di Messina, membro dell' Associazione per la riforma e la codificazione del Diritto delle genti sedente a Londra, membro della Società italiana di Sociologia, prof. ordinario di Diritto internazionale presso la R. Università di Padova, incaricato d'insegnamento di Storia delle Colonie e di diritto e politica coloniale, presso la Università Commerciale Bocconi di Milano. Padova (Via Marsala, 29 *B*).

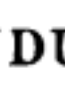
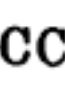
(29 dicembre 1895 — 19 luglio 1906)

CRESCINI VINCENZO, ✱, Comm. ✠, socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei, socio effettivo della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, corrispondente della R. Deputazione Veneta di Storia patria e dell' Ateneo Veneto, membro del Consiglio Centrale della Società Dantesca Italiana, già prof. di Storia comparata delle lingue classiche e neolatine nella R. Università di Genova, prof. ordinario di Storia comparata delle letterature e delle lingue neo-latine nella R. Università di Padova. (Via Roma, 1).

(22 maggio 1897 — 19 luglio 1906)

TAMASSIA GIOVANNI (NINO), Uff. ✱, Comm. ✠, prof. ordinario di storia del diritto italiano nella R. Università di Padova. (Via Ospitale Civile, 10).

(25 marzo 1897 — 7 gennaio 1909)

BORDIGA GIOVANNI, laureato del Belgio (Accademia Reale di scienze, lettere ed arti, 1907), Presidente del R. Istituto di

Belle Arti di Venezia, membro della R. Accademia di Belle Arti in Venezia, socio dell' Ateneo Veneto, prof. ordinario di Geometria proiettiva nella R. Università di Padova. Venezia (S. Lio, 5613).

(29 dicembre 1895 — 23 giugno 1910)

Massalongo Roberto, comm. ✠, membro della Société anatomique di Parigi, della Société de thérapeutique di Parigi, della Société médico-psycologique di Parigi, della Société Française d' hygiène, della Société zoologique de France, della Société Royale des sciences médicales et naturelles di Bruxelles, dell' Academia de medicina y chirurgia di Barcellona, della Société de médécine di Parigi, della Società dei nevrologi ed alienisti tedeschi, della Société Française d' Histoire de la Médecine, della Société Clinique de Médecine Mentale, della Società Reale Italiana d'igiene, dell'Accademia medico-chirurgica di Napoli, membro onorario dell'Accademia di medicina di Ferrara, della R. Accademia medica di Genova, della R. Accademia medica di Roma, della Società medico-fisica fiorentina, della R. Accademia di medicina di Torino, della Società Italiana di Medicina Interna, della Società Italiana di Pediatria, della Società Italiana di Nevrologia, dell'Associazione Medica Italiana di Idrologia, Climatologia e Terapia Fisica, dell'Ateneo Veneto, dell'Accademia di agricoltura, scienze e lettere di Verona, libero docente di Medicina Interna nella R. Università di Padova, e di Nevropatologia nella R. Università di Torino, direttore e medico primario dell'Ospitale Maggiore di Verona.

(27 febbraio 1898 - 11 maggio 1911)

D' Arcais Francesco, ✱, Uff. ✠, socio effettivo della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, Accademico onorario della R. Accademia delle scienze dell'Istituto di Bologna, prof. ordinario di Calcolo infinitesimale, ed incaricato di Analisi superiore nella R. Università di Padova. (Via Tadi, 10).

(25 marzo 1897 — 4 gennaio 1912)

Landucci Lando, Deputato al Parlamento Nazionale, Comm. ✱, Gr. Uff. ✠, socio effettivo della R. Accademia di scienze, let-

tere ed arti di Padova, socio corrispondente della R. Accademia Petrarca di scienze, lettere ed arti di Arezzo, della R. Accademia Raffaello di Urbino, della R. Accademia di scienze, lettere ed arti della Valtiberina in Sansepolcro, della R. Accademia Valdarnese del Poggio in Montevarchi e della R. Accademia di scienze e lettere Peloritana di Messina, socio della " Internationale Vereinigung für vergleichende Rechtswissenschaft und Volkwirthschaftslehre " di Berlino, membro onorario dell' Istituto di storia del diritto romano di Catania, prof. onorario di diritto romano nella Università di Urbino, prof. ordinario di diritto romano nella R. Università di Padova. (Via Cappelli, 3 A).

(24 aprile 1898 — 11 febbraio 1912)

BIADEGO GIUSEPPE, ✱, dottore in filosofia, socio corrispondente dell' Ateneo Veneto, della R. Accademia delle scienze di Torino, della R. Accademia di Lucca e della R. Accademia degli Agiati di Rovereto, membro effettivo della R. Deputazione veneta di Storia patria, membro della Accademia veneto-trentina-istriana in Padova, membro effettivo e segretario dell' Accademia di agricoltura, scienze, lettere di Verona, membro della Commissione conservatrice dei monumenti e bibliotecario della Comunale di Verona.

(12 luglio 1903 — 2 agosto 1912)

LAZZARINI VITTORIO, socio effettivo e presidente della R. Deputazione veneta di storia patria, socio effettivo della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, corrispondente dell' Ateneo di Venezia, prof. ordinario di paleografia nella R. Università di Padova, condirettore del *Nuovo Archivio Veneto*. Padova (Via Mentana, 53).

(22 aprile 1900 — 25 maggio 1913)

BREDA ACHILLE, Comm. ✠, socio effettivo della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova; socio onorario delle Società di Dermatologia di Vienna, di Berlino, di Pietrogrado e della Società Italiana tra i cultori delle malattie

esotiche; socio corrispondente delle Società di Dermatologia Francese, Argentina, della Società reale di medicina di Buda-Pest, della Società dei Medici di Vienna; socio fondatore della Società dermatologica italiana; prof. ordinario di Dermo-sifilopatologia e Clinica dermosifilopatica nella R. Università di Padova. (Via Cesare Battisti, 56).

(28 marzo 1905 — 28 dicembre 1913)

MEDIN conte ANTONIO, ✠, socio effettivo della R. Accademia di scienze, lettere ed arti in Padova, socio effettivo della R. Deputazione veneta di storia patria, socio corrispondente della Società Colombaria di Firenze, membro del Consiglio centrale della Società Dantesca Italiana, Presidente del Consiglio direttivo della Sezione di Padova della Società Dantesca Italiana, membro della Giunta Provinciale di Padova per le Scuole Medie, prof. ordinario di lettere italiane nel R. Istituto Tecnico di Padova. (Via Euganea, 21).

(15 luglio 1900 — 14 gennaio 1915)

BERTELLI DANTE, socio della Anatomische Gesellschaft, membro della Association des Anatomistes, membro della Unione zoologica italiana, socio effettivo della R. Accademia di scienze, lettere ed arti in Padova, prof. ordinario di Anatomia umana normale nella R. Università di Padova. (Istituto Anatomico).

(5 luglio 1908 — 11 marzo 1915)

MANFRONI CAMILLO, ✱, Comm. ✠, membro effettivo della R. Deputazione di Storia Patria per il Piemonte, della R. Deputazione Veneta, della R. Società romana di Storia Patria, corrispondente dell' Ateneo Veneto, della R. Deputazione Toscana di Storia Patria, della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, della Academia de la historia di Madrid, della Accademia letteraria di Leyda, socio onorario della Società Ligure di storia patria, professore ordinario di storia moderna nella R. Università di Padova. (Corso del Popolo, 14).

(17 giugno 1906 — 6 aprile 1916)

FRADELETTO ANTONIO, Comm. ✻, ✠, Deputato al Parlamento Nazionale, professore nella R. Scuola Superiore di Commercio di Venezia, Segretario dell' Esposizione internazionale d' Arte della Città di Venezia. (S. Raffaele, Fondamenta dei Guardiani).

(22 maggio 1897 — 12 aprile 1917)

ARRIGONI DEGLI ODDI conte ETTORE, dottore in Scienze naturali, Uff. ✻, Comm. ✠, Deputato al Parlamento, Direttore dell' Ufficio Ornitologico Italiano presso il R. Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio, Socio corrispondente dell' Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, membro effettivo dell' Unione ornitologica inglese, della Società zoologica di Francia, della Società italiana di scienze naturali, dell' Accademia veneto - trentino - istriana in Padova, della Società Ornitologica Tedesca, socio corrispondente dell' Unione Ornitologica Americana, della Centrale Ornitologica Ungherese, della Società Ornitologica di Mosca, della Società Zoologica Italiana, dell' Unione Zoologica Italiana, dell' Accademia di Verona, dell' Ateneo di Bergamo, collaboratore speciale della Inchiesta ornitologica italiana, della Rivista italiana di scienze naturali, Direttore onorario del giornale italiano l' *Avicula*, socio onorario della Società Colombofila fiorentina, socio corrispondente dell' Accademia dei Zelanti e PP. dello studio di Acireale, membro del Comitato Ornitologico Internazionale, socio corrispondente dell' I. R. Accademia di Rovereto degli Agiati, Vice Presidente della Riunione Ornitologica Internazionale di Serajevo (1899), socio del Comitato di Patronato e segretario di Sezione al III Congresso Ornitologico Internazionale di Parigi (1900), Membro del Comitato per la I.ª Esposizione internazionale di Caccia in Vienna (1910), Membro per l' Italia del Comitato Internazionale per la protezione degli uccelli, Vicepresidente del II° Congresso Internazionale della caccia in Vienna (1910), Redattore del Giornale Ornitologico Italiano, ecc. (Padova, Via Umberto I, 10).

“I membri effettivi del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere sono di diritto aggregati all’ Istituto Veneto, e nelle adunanze sono pareggiati ai membri effettivi di questo, escluso soltanto il diritto di voto.„ (Art. 109 del Regolamento interno).

ATTUALI MEMBRI EFFETTIVI DELL’ISTITUTO LOMBARDO

Per la Classe di scienze matematiche e naturali:

Colombo prof. Giuseppe
Celoria prof. Giovanni
Taramelli prof. Torquato
Körner prof. Guglielmo
Golgi prof. Camillo
Jung prof. Giuseppe
Briosi prof. Giovanni
Murani prof. Oreste
Mangiagalli prof. Luigi
Berzolari prof. Luigi
Artini prof. Ettore
Menozzi prof. Angelo
Brugnatelli prof. Luigi
Gorini prof. Costantino
Paladini prof. Ettore
Sala prof. Luigi
Vivanti prof. Giulio
Jorini prof. Antonio Federico
Tansini prof. Iginio
Gerbaldi prof. Francesco
Fantoli prof. Gaudenzio

Per la Classe di lettere, scienze morali e storiche:

Lattes prof. Elia
Ceruti ab. dott. Antonio
Del Giudice prof. Pasquale
Gobbi prof. Ulisse
Gabba avv. Bassano
Zuccante prof. Giuseppe
Buzzati prof. Giulio Cesare
Scherillo prof. Michele
Salvioni prof. Carlo
Sabbadini prof. Remigio
Pascal prof. Carlo
Villa prof. Guido
Guarnerio prof. Pier Enea
Oberziner prof. Giovanni
Luzio Alessandro
Franchi prof. Luigi
Supino prof. Camillo

MEMBRI LIBERI NON RESIDENTI

Bertini prof. Eugenio - Pisa
Pascal prof. Ernesto - Napoli
Rossi prof. Vittorio - Roma
Vidari prof. Giovanni - Torino
Beltrami arch. Luca - Milano
Gorra prof. Egidio - Torino
Bonfante prof. Pietro - Roma

MEMBRI ONORARI

(28 ottobre 1900)

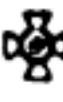
S. A. R. il Principe LUIGI AMEDEO GIUSEPPE FERDINANDO FRANCESCO di Savoia-Aosta, Duca degli Abruzzi.

(20 marzo 1904)

GUGLIELMO MARCONI, Senatore del Regno.

(17 giugno 1906)

ROBERTO ARDIGÒ, Senatore del Regno, Comm. ✱, Gr. Uff. ✠, socio corrispondente dell'Accademia di scienze morali e politiche dell'Istituto di Francia, socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, professore emerito di storia della filosofia nella R. Università di Padova.

SOCI CORRISPONDENTI DELLE PROVINCIE VENETE

(22 maggio 1897)

SPICA-MARCATAJO GIOVANNI, Uff. ✠, Dottore in Chimica ed in Chimica e farmacia, già Professore del R. Istituto Tecnico di Catania, insegnante libero di Chimica generale e di Chimica farmaceutica nella R. Università di Padova, Membro della Commissione Internazionale per gli studi sulla stabilità degli esplosivi, Delegato Italiano nella Commissione Internazionale per l'unificazione dei metodi di analisi dei prodotti del petrolio, Capo del servizio Chimico della Regia Marina in Spezia.

(22 maggio 1897)

Sacerdoti Adolfo, Comm. ✠, membro effettivo dell' " Institut de droit international „, socio effettivo della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, prof. emerito di Diritto commerciale nella R. Università di Padova. (Via Dante, 18).

(27 febbraio 1898)

Pennato Papinio, Comm. ✠, decorato della medaglia di argento ai benemeriti della salute pubblica, consigliere sanitario provinciale, membro effettivo dell' Accademia di Udine, socio corrispondente dell' Ateneo Veneto, medico primario direttore dell' Ospitale civile, e del Brefotrofio di Udine.

(27 febbraio 1898)

Zanon Giovanni Antonio, ✠, costruttore e professore di costruzioni navali, membro del Collegio decemvirale degli italiani della Pontificia Accademia Romana di S. Tommaso d'Aquino, socio onorario corrispondente della Società di letture e conversazioni scientifiche di Genova, prof. emerito di Macchine a vapore nel R. Istituto nautico di Venezia. (Giudecca, San Giacomo, 203 A).

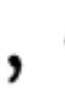
(12 luglio 1903)

Lampertico Domenico, ✠, Cav. del Merito del Lavoro, dottore in Giurisprudenza, agronomo. Vicenza. (Corso Principe Umberto, 26).

(12 luglio 1903)

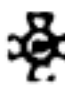
Rossi Luigi Vittorio, ✠, ingegnere, socio corrispondente della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, professore ordinario di Costruzioni ed incaricato di macchine termiche ed idrauliche nella R. Scuola degli Ingegneri di Padova, già direttore e vice-direttore negli Istituti industriali di Fermo e di Vicenza. (Riviera Paleocapa, 96).

(12 luglio 1903)

Levi-Civita Tullio, uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, socio effettivo e segretario per le scienze della Accademia di Padova, socio corrispondente del R. Istituto Lombardo, della R. Accademia delle scienze di Torino, dell' Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di meccanica), della Accademia delle Scienze di Pietrogrado, della Società Matematica di Charkow, socio straniero della Kongliga Fysiografiska Sällskapet di Lund, della Accademia Leopoldino - Carolina (Halle) e della American Academy of Arts and Sciences di Boston, prof. ordinario di Meccanica razionale e incaricato di Meccanica superiore nella R. Università di Padova. (Via Altinate, 29).

(26 marzo 1905)

De Marchi Luigi, Uff. ✱, Uff. ✠, Membro del R. Comitato talassografico italiano, e della Commissione internazionale per lo studio del Mediterraneo, socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia di Padova, della Società Meteorologica tedesca di Berlino, e dell'Accademia Veneto-Trentino-Istriana di Padova, già Bibliotecario della Universitaria di Pavia, professore ordinario di Geografia fisica presso la R. Università di Padova. (Via S. Prosdocimo, 8).

(26 marzo 1905)

Forti Achille Italo, Comm. ✠, dottore in scienze naturali, laureato dell' Istituto di Francia (Prix Desmazières), socio perpetuo delle Società geografica, geologica e botanica italiana e della Società Italiana di Scienze Naturali, socio effettivo delle Accademie di Agricoltura, scienze, lettere e arti di Verona, Veneto-Trentino - Istriana di scienze naturali, dei matematici e naturalisti di Modena, socio corrispondente della Società di scienze matematiche e naturali di Cherbourg e dell' Ateneo Veneto. Verona, (Via Sant' Eufemia, 1).

(17 giugno 1906)

Lori Ferdinando, ✱, Comm. ✠, socio effettivo dell'Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, professore ordinario di Elettrotecnica e Rettore della R. Università di Padova (Via Altinate, 69).

(17 giugno 1906)

Giordano Davide, socio della Società italiana di Chirurgia e di quella di Urologia, socio della Società italiana di Storia Critica delle Scienze mediche e naturali, membro titolare della Società Francese di Chirurgia, membro fondatore della Società Internazionale di Chirurgia, membro dell'Associazione Internazionale di Urologia, socio corrispondente dell'Associazione Francese e di quella Spagnola di Urologia e della Società di Chirurgia di Parigi, socio della R. Società dei Medici di Budapest, Chirurgo Primario dell' Ospitale Civile di Venezia, libero docente di Clinica Chirurgica. (S. Leonardo, 1574).

(17 giugno 1906)

Meschinelli Luigi, ✱, ✠, Dottore in Scienze Naturali, Presidente della Sezione d' acqua dolce della Società Regionale Veneta per la pesca e l' acquicoltura, Presidente della Commissione di pesca lacuale e fluviale per la provincia di Vicenza, Presidente del Comizio Agrario di Vicenza, Socio della Società Geologica italiana, già coadiutore alla Cattedra di Geologia e Paleontologia presso la R. Università di Napoli, Socio dell' Accademia Olimpica di scienze, lettere, arti ed agricoltura di Vicenza, Vicepresidente della Commissione pellagrologica provinciale di Vicenza, Membro della Commissione provinciale per la statistica agraria della Provincia di Vicenza, Vicepresidente del Consorzio Granario Principale di Vicenza, Presidente della Commissione di vigilanza e del Consorzio per la Cattedra ambulante di agricoltura di Vicenza, Rappresentante del Ministero della Pubblica Istruzione nella Giunta di Vigilanza dell' Istituto Tecnico “ Ambrogio Fusinieri „ in Vicenza. (Porta Padova).

(5 luglio 1908)

Severi Francesco, laureato dall'Istituto di Francia (Prix Bordin, 1907), Medaglia Guccia (1908), Medaglia d'oro della Società dei XL (1906), socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei, del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere e della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, membro del Consiglio Direttivo del Circolo Matematico di Palermo, professore incaricato di Geometria proiettiva e descrittiva nella Libera Università di Ferrara, professore ordinario di Geometria descrittiva e incaricato di Matematiche superiori nella R. Università di Padova, Direttore della R. Scuola d' Applicazione per gl' Ingegneri di Padova. (Fuori Pontecorvo. Padova).

(5 luglio 1908)

Alessio Giulio, Comm. ✱, Gran Croce ✠, Deputato al Parlamento Nazionale, socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei e della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, socio della British Economic Association, professore ordinario di Scienza delle finanze e diritto finanziario nella R. Università di Padova. (Via Rinaldo Rinaldi).

(13 giugno 1909)

Dal Piaz Giorgio, professore ordinario di Geologia nella R. Università di Padova.

(13 giugno 1909)

Salvioli Ignazio, ✠, membro della R. Accademia di medicina di Torino, professore ordinario di Patologia generale nella R. Università di Padova. (Via S.ta Sofia, 52).

(18 dicembre 1910)

Antoniazzi dott. Antonio Maria, socio corrispondente della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, prof. ordinario di Astronomia e direttore dell'Osservatorio Astronomico della R. Università di Padova. (Osservatorio Astronomico).

(18 dicembre 1910)

TRUZZI ETTORE, Uff. ✠, socio effettivo della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, socio corrispondente della Società Ostetrica di Lipsia, membro promotore della Società italiana di Ostetricia e Ginecologia, membro fondatore della Società di Bruxelles per i Congressi periodici internazionali di Ostetricia e Ginecologia, socio fondatore dell'Accademia medica di Padova, professore ordinario di Ostetricia e Clinica ostetrico - ginecologica della R. Università di Padova. (Via Nicolò Giustiniani, 3).

(18 dicembre 1910)

BESTA nob. FABIO, Comm. ✱, ✠, Presidente dell'Istituto nazionale per l'incremento degli studi di ragioneria, vicepresidente e relatore della Commissione Reale per la pubblicazione dei documenti finanziari della Repubblica di Venezia, socio corrispondente della R. Deputazione veneta di Storia patria e della R. Deputazione di Storia patria per le antiche provincie del Regno, socio residente dell'Ateneo Veneto, professore di Ragioneria e contabilità di Stato Venezia.

(18 dicembre 1910)

RASI PIETRO, Uff. ✠, socio effettivo e segretario per le lettere della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, della R. Accademia Virgiliana di Mantova, dell'Ateneo di Brescia, dell'Accademia Colombaria di Firenze, dell'Ateneo Veneto, dell'Accademia Olimpica di Vicenza, della R. Accademia delle scienze dell'Istituto di Bologna, già professore ordinario di letteratura latina nella R. Università di Pavia, professore ordinario di Grammatica greca e latina nella R. Università di Padova. (Via Cappelli, 12).

(25 marzo 1912)

MESSEDAGLIA LUIGI, Comm. ✠, membro effettivo dell'Accademia di agricoltura, scienze e lettere di Verona, socio dell'Acca-

demia veneto - trentino - istriana di Padova, membro del Consiglio direttivo della Società italiana di storia critica delle scienze mediche e naturali, socio della R. Società geografica italiana, libero docente di Patologia medica e di Clinica medica nella R. Università di Padova. (Verona, Vicolo Pero, 27).

(25 marzo 1912)

ROMAGNOLI ETTORE, professore ordinario di Letteratura greca nella R. Università di Padova. (Via Santa Sofia, 56).

(22 giugno 1913)

FAVARO nob. GIUSEPPE, ✱, Uff. ✠, premiato dal R. Istituto Veneto (Minich, 1916) e dall'Accademia delle scienze dell' Istituto di Francia (Montyon, 1917), socio corrispondente della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, membro della Unione zoologica italiana, dell' Accademia veneto - trentino-istriana, della Anatomische Gesellschaft, della Association des Anatomistes, maggiore medico di complemento, professore di Anatomia artistica nel R. Istituto di Belle Arti di Venezia, libero docente di Anatomia umana normale ed incaricato di Anatomia topografica nella R. Università di Padova. (Padova, R. Istituto Anatomico).

(22 giugno 1913)

PELLEGRINI GIUSEPPE, ✠, R. Sopraintendente per i musei e per gli scavi di antichità del Veneto, socio corrispondente della Accademia di scienze, lettere ed arti in Padova, dell' Istituto Archeologico germanico, della R. Deputazione di Storia Patria per le provincie di Romagna e di quella per le Marche, membro onorario della Società Archeologica greca in Atene, Socio dell'Accademia veneto-trentino-istriana, professore ordinario di Archeologia nella R. Università di Padova. (Piazza Capitaniato, 6).

(22 giugno 1913)

SEGARIZZI ARNALDO, dottore in lettere, socio effettivo e vicesegretario della R. Deputazione veneta di Storia patria, socio

residente e vicepresidente dell' Ateneo veneto, socio della Accademia degli Agiati di Rovereto, socio corrispondente del Museo e della Biblioteca Comunale di Trento, condirettore del *Nuovo Archivio Veneto*, Bibliotecario della Fondazione Querini Stampalia. Venezia.

(5 luglio 1914)

LUCATELLO LUIGI, Comm. ✠, socio corrispondente della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, della R. Accademia dei fisiocritici di Siena, della " Internationale Vereinigungen gegen die Tuberkulose „ di Berlino, membro del Consiglio direttivo della Società italiana di Medicina interna, Ordinario della R. Accademia medica di Genova, Presidente dell'Accademia medica di Padova, professore ordinario di Clinica medica generale nella R. Università di Padova. (Via G. Anghinoni, 3).

(5 luglio 1914)

LISINI ALESSANDRO, Uff. ✱, Comm. ✠, Accademico fisiocritico in Siena, socio residente dell' Ateneo Veneto, membro della Commissione Reale per la pubblicazione dei documenti finanziari della Repubblica di Venezia, socio corrispondente interno della R. Deputazione Veneta di Storia Patria, e socio effettivo o corrispondente di altre Deputazioni e Società di Storia Patria della Toscana e dell' Umbria, ex-Soprintendente del R. Archivio di Stato in Venezia. (Siena).

(5 luglio 1914)

BATTISTELLA ANTONIO, Uff. ✠, dottore in lettere, vicepresidente della R. Deputazione Veneta di storia patria, socio corrispondente della RR. Deputazioni di storia patria (ligure e della Romagna), vicepresidente della Societa storica friulana, libero docente di Storia moderna presso la R. Università di Bologna, R. Provveditore agli studi della provincia di Venezia.

(5 luglio 1914)

SERENA AUGUSTO, Comm. ✠, socio corrispondente della R. Deputazione Veneta di Storia Patria, dell' Ateneo Veneto, Socio

della R. Accademia di scienze e lettere Peloritana di Messina, della I. R. Accademia degli Agiati di Rovereto, della R. Accademia di Massa Carrara, Ispettore per la conservazione dei Monumenti e degli oggetti d'antichità e d'arte di Treviso, membro della Commissione Provinciale di Treviso per la conservazione dei Monumenti, libero docente di Letteratura Italiana nella R. Università di Padova, R. Provveditore agli studi della provincia di Treviso.

(26 marzo 1916)

GINI CORRADO, dottore in legge, socio corrispondente della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, vice-presidente della Società Romana di Antropologia, presidente della Società Sarda di studi economico-sociali, direttore dell'Ufficio di Statistica delle perdite e consulente per la Statistica sanitaria di guerra presso il Ministero della Guerra, professore ordinario di Statistica e direttore del Gabinetto di Statistica nella R. Università di Padova.

(26 marzo 1916)

MARCHESINI GIOVANNI, ✱, Uff. ✠, Professore di filosofia morale, già Consigliere superiore della pubblica istruzione e membro della Giunta del medesimo, socio corrispondente della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, Preside della Facoltà di filosofia e lettere nella R. Università di Padova.

(26 marzo 1916)

DALLA SANTA GIUSEPPE, ✠, Cavaliere dell'Ordine di Danilo I del Montenegro, socio effettivo e segretario della R. Deputazione veneta di storia patria, socio residente e consigliere per la classe delle lettere dell'Ateneo Veneto, membro della Commissione Reale per la pubblicazione dei documenti finanziari della Repubblica di Venezia, membro della Commissione Provinciale di Venezia per la conservazione dei Monumenti, primo Archivista e insegnante di paleografia e dottrina archivistica nel R. Archivio di Stato di Venezia. (S. Marcuola, 1983).

(26 marzo 1916)

Albertotti Giuseppe, ✻, Uff.' ✠, professore emerito della R. Università di Modena, socio onorario della R. Accademia di medicina di Torino, socio effettivo permanente della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Modena, membro onorario della R. Accademia di belle arti di Modena, socio effettivo della Accademia Medica di Padova, socio onorario dell'Ateneo di Brescia, socio fondatore e membro del Consiglio direttivo della Società Italiana di storia critica delle scienze mediche e naturali, socio corrispondente della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, Capo-reparto di oculistica nell'Ospedale Civile di Padova, T. Colonnello medico assimilato, professore di Oftalmoiatria e clinica oculistica e direttore della Clinica oculistica nella R. Università di Padova.

(26 giugno 1916)

Soler Emanuele, ✠, Membro della Commissione Geodetica Italiana, socio della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Palermo, della Società di scienze naturali ed economiche di Palermo, e della R. Accademia Peloritana di Messina, Preside della Facoltà di Scienze matematiche, fisiche, naturali, e professore ordinario di Geodesia teoretica nella R. Università di Padova.

SOCI CORRISPONDENTI

CHE CESSARONO DI APPARTENERE ALLE PROVINCIE VENETE

(26 maggio 1878)

NACCARI ANDREA, prof. emerito di Fisica sperimentale e direttore del relativo gabinetto nella R. Università di Torino.

(22 giugno 1890)

MAZZONI GUIDO, Senatore del Regno, professore di Lettere italiane presso il R. Istituto di Studi superiori e di perfezionamento in Firenze.

(26 aprile 1893)

ABETTI ANTONIO, professore di Astronomia nel R. Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in Firenze, direttore del R. Osservatorio di Arcetri.

(25 marzo 1897)

TELLINI ACHILLE, socio corrispondente dell'Accademia dei Zelanti di Acireale e dell'Ateneo di Brescia. - Bologna (Vallescura, 600).

(22 maggio 1897)

POGGI TITO, ex Deputato al Parlamento, membro del Consiglio di Agricoltura. - Pistoia (Firenze)

(27 novembre 1898)

FLAMINI FRANCESCO, professore ordinario di Letteratura italiana nella R. Università di Pisa.

(22 aprile 1900)

LORIA ACHILLE, professore nella Università Bocconi di Milano, professore di Economia politica nella R. Università di Torino.

(15 luglio 1900)

Ficalbi Eugenio, dottore in medicina, dottore in scienze naturali, professore di Zoologia e di Anatomia e Fisiologia comparate nella R. Università di Pisa.

(22 giugno 1902)

Ghirardini Gherardo, professore di Archeologia nella R. Università di Bologna.

(13 giugno 1909)

Gerola Giuseppe, direttore del Museo nazionale di Ravenna.

Rossi Vittorio, professore di Letteratura italiana nella R. Università di Roma.

(18 dicembre 1910)

Bruni Giuseppe, ✠, dottore in chimica, socio corrispondente della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, membro del R. Comitato talassografico italiano, professore ordinario di Chimica generale nel R. Istituto Tecnico Superiore di Milano.

(22 giugno 1913)

Faggi Adolfo, professore di Storia della filosofia nella R. Università di Torino.

SOCI CORRISPONDENTI NAZIONALI

(25 marzo 1877)

Capellini Giovanni, Senatore del Regno, prof. di Geologia e direttore dell' Istituto geologico nella R. Università di Bologna.

(14 maggio 1882)

Del Lungo Isidoro, Senatore del Regno, socio residente della R. Accademia della Crusca. - Firenze.

(20 maggio 1883)

Hortis Attilio, bibliotecario della Comunale di Trieste - Roma.

(23 marzo 1884)

Comparetti Domenico, Senatore del Regno, prof. emerito della R. Università di Pisa e del Regio Istituto superiore di Firenze.

Tommasini Oreste, Senatore del Regno., - Roma.

(2 marzo 1886)

Dalla Vedova Giuseppe, Senatore del Regno, prof. emerito di Geografia nella Regia Università di Roma.

Ròiti Antonio, professore emerito di Fisica, del R. Istituto di studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze.

(14 aprile 1889)

Righi Augusto, Senatore del Regno, professore di Fisica nella R. Università di Bologna.

(16 giugno 1889)

Millosevich Elia, direttore del R. Osservatorio astronomico, ed annesso Museo astronomico al Collegio Romano. - Roma.

Paternò di Sessa Emanuele, Senatore del Regno, professore di Chimica generale nella R. Università di Roma.

Pigorini Luigi, Senatore del Regno, professore di Paletnologia presso la R. Università di Roma, direttore del Museo preistorico ed etnografico di Roma.

Salvadori conte Tommaso, professore di storia naturale del R. Liceo Cavour di Torino e vicedirettore del Museo zoologico presso quella Università.

Zambaldi Francesco, professore di Letteratura greca nella R. Università di Pisa.

(23 febbraio 1896)

Parona Carlo Fabrizio, professore ordinario di Geologia nella R. Università di Torino.

(22 maggio 1897)

Schiaparelli Ernesto, direttore del R. Museo di antichità - Torino.

Vivante Cesare, professore di Diritto commerciale nella R. Università di Roma.

Alfani Augusto, socio residente della R. Accademia della Crusca, segretario della Società Colombaria - Firenze.

Ciamician Giacomo, Senatore del Regno, professore di Chimica generale nella R. Università di Bologna.

Massalongo Caro, professore di Botanica e direttore dell' Orto botanico della Università di Ferrara.

Penzig Ottone, professore di Botanica e direttore del R. Orto botanico dell' Università di Genova.

Stringher Bonaldo, Direttore generale della Banca d' Italia, incaricato dell' insegnamento della legislazione comparata delle dogane nella Università di Roma, membro del Consiglio Superiore di Statistica, Roma.

Tizzoni Guido, professore e direttore del laboratorio di Patologia generale nella R. Università di Bologna.

(30 dicembre 1900)

Cagni Umberto, viceammiraglio.

(29 novembre 1903)

D'Ovidio Francesco, Senatore del Regno, professore di Storia comparata delle letterature neo-latine nella R. Università di Napoli.

Stoppato Alessandro, Deputato al Parlamento, professore di Diritto e procedura penale nella R. Università di Bologna.

Casalini Alessandro, Roma.

Cian Vittorio, professore di Letteratura italiana nella R. Università di Torino.

Gradenigo Giuseppe, professore di Otojatria e rinolaringoiatria nella R. Università di Torino.

(17 giugno 1906)

Bodio Luigi, Senatore del Regno, Consigliere di Stato, Presidente del Consiglio superiore della Statistica, Roma.

Grassi Giovanni Battista, Senatore del Regno, professore di Anatomia comparata nella R. Università di Roma.

Luciani Luigi, Senatore del Regno, professore di Fisiologia sperimentale nella R. Università di Roma.

Bianchi Luigi, professore di Geometria analitica nella R. Università di Pisa.

Foà Pio, Senatore del Regno, professore di Anatomia patologica nella R. Università di Torino.

Costa Emilio, professore di Storia del diritto romano nella R. Università di Bologna.

Giacosa Piero, professore di Materia medica nella R. Università di Torino.

Segre Corrado, professore di Geometria superiore nella R. Università di Torino.

(13 giugno 1909)

Albertoni Pietro, Senatore del Regno, professore di Fisiologia nella R. Università di Bologna.

Besta Enrico, professore di Storia del diritto italiano nella R. Università di Pisa.

Brini Giuseppe, professore di Diritto romano nella R. Università di Bologna.

Leicht Pier Silverio, professore di Storia del diritto italiano nella R. Università di Siena.

Masci Filippo, professore di Filosofia teoretica nella R. Università di Napoli.

Pirotta Romualdo, professore di Botanica nella R. Università di Roma.

Roberti Melchiorre, professore di Storia del diritto italiano nella R. Università di Siena.

(18 dicembre 1910)

BRANDILEONE FRANCESCO, professore di Diritto canonico nella R. Università di Bologna.

DUSI BARTOLOMEO, professore di Istituzioni di diritto civile nella R. Università di Modena.

MANZINI VINCENZO, professore di Diritto e procedura penale nella R. Università di Torino.

RAJNA PIO, professore di Lingue e letterature neo-latine nel R. Istituto di Studi superiori di Firenze.

CARDANI PIETRO, già Deputato al Parlamento, professore di Fisica nella R. Università di Parma.

CASTELNUOVO GUIDO, professore di Geometria analitica e proiettiva nella R. Università di Roma.

DINI ULISSE, Senatore del Regno, professore di Analisi superiore nella R. Università di Pisa.

PATELLA VINCENZO, professore di Clinica medica nella R. Università di Siena.

(24 marzo 1912)

BESSO MARCO, Presidente delle Società delle Assicurazioni Generali di Venezia. — Roma.

BOSELLI PAOLO, Deputato al Parlamento, Vicepresidente della R. Accademia delle scienze e della R. Deputazione sopra gli studi di storia patria per le antiche provincie e la Lombardia — Torino.

CONTI-ROSSINI CARLO, Direttore Capo di Divisione al Ministero del Tesoro — Roma.

CROCE BENEDETTO, Senatore del Regno, Segretario della Società Napoletana di Storia patria — Napoli.

GUIDI IGNAZIO, professore di Lingue semitiche comparate nella R. Università di Roma.

(5 luglio 1914)

RICCI CORRADO, Direttore Generale per le antichità e belle arti — Roma.

SOCI CORRISPONDENTI ESTERI

(21 marzo 1886)

GÜNTHER SIEGMUND, professore di Geografia alla R. Scuola tecnica di Monaco superiore (Baviera).

(16 giugno 1889)

BOUSSINESQ VALENTIN, professore di Fisica matematica alla Sorbonne. - Parigi.

CARRUTHERS WILLIAM, Botanico consulente, Società reale d'agricoltura, Norwood, Londra.

RADÒ ANTONIO, filologo a Budapest.

(27 febbraio 1898)

BROWN HORATIO, Londra (Venezia).

MAYR (VON) GEORG, professore di Scienze economiche all'Università di Monaco (Baviera).

(30 dicembre 1900)

RÖNTGEN WILHELM CONRAD, professore di Fisica all'Università di Monaco (Baviera).

KLEIN FELIX, professore di Matematica all'Università di Gottinga.

FISCHER EMIL, professore di Chimica all'Università di Berlino.

HAECKEL ERNST, professore di Zoologia all'Università di Jena.

SABATIER PAUL, presidente onorario della Società di studi francescani in Assisi. - La Maisonnette, par S.t Sauveur-de-Montagut (Ardèche).

SABATIER PAUL, professore di Chimica all'Università di Tolosa (Francia).

WILAMOWITZ-MÖLLENDORFF (VON) ULRICH, prof. di Filologia classica all'Università di Berlino.

(23 novembre 1903)

LUSCHIN ARNOLD, prof. di Storia del diritto all'Università di Graz.

(13 giugno 1909)

Fitting Hermann, professore di Giurisprudenza nell'Università di Halle.

Forsyth A. R., già professore di Matematica nell'Università di Cambridge (Inghilterra).

Greenhill Sir A. G., professore di Matematica nell'Ordnance College, Woolwich (Londra).

Hertwig Oscar, professore di Anatomia nell'Università di Berlino.

Landsberg Ernst, professore di Giurisprudenza nell'Università di Bonn.

Kratter Julius, professore di Medicina legale nell'Università di Graz.

Lévy Emil, professore di Filologia nell'Università di Freiburg in Breisgau, Baden.

Meynial Edouard, professore di Diritto romano alla Sorbonne, Parigi.

Politis Nicolas, professore di Diritto internazionale pubblico alla Sorbonne, Parigi.

Pawlow Ivan Petrovic, professore di Fisiologia nell'Accademia imperiale delle Scienze di Pietrogrado.

Richet Charles, professore di Fisiologia alla Sorbonne, Parigi.

Scott D. H., presidente della Linnean Society di Londra.

(18 dicembre 1910)

Halban (von) Alfred, professore di Diritto comparato nell'Università di Lemberg.

Hilbert David, professore di Matematica nell'Università di Gottinga.

Lehmann Otto, professore di Fisica nella R. Scuola tecnica superiore Fridericiana di Karlsruhe.

Mangin Louis, professore di Botanica crittogamica, Museo di Storia Naturale di Parigi.

Mittag-Leffler Gösta, professore emerito di Matematica nella Università (Högskola) di Stoccolma.

Nys Ernest, professore di Diritto internazionale nella libera Università di Bruxelles.

Strassmann Fritz, professore di Medicina legale nell'Università di Berlino.

Thomas Antoine, professore di Filologia romanza nell'Università di Parigi.

Tigerstedt Robert A. A., professore di Fisiologia nell'Università di Helsingfors.

(24 marzo 1912)

Babelon Ernest, professore di Numismatica al Collège de France, Parigi.

De Hinojosa y Naveros Eduardo, professore di Storia del diritto spagnolo nell' Università di Madrid.

Meyer-Lübcke Wilhelm, professore di Filologia romanza nell' Università di Vienna.

Nernst Walther, professore di Chimica fisica nell' Università di Berlino.

Maddalena Edgardo, Lettore nell' Università di Vienna.

Krüger Paul, professore di Storia del diritto romano nell' Università di Bonn.

Lammasch Heinrich, professore di Diritto pubblico nell' Università di Vienna.

De Nolhac Pierre, conservatore del Museo di Versailles.

COMMISSIONI DEL R. ISTITUTO

Consiglio per le elezioni (biennale)

MEMBRI CHE LO COMPONGONO

Presidente

Categoria delle scienze matematiche e naturali

Vicentini Giuseppe
Verson Enrico
Bonome Augusto
D' Arcais Francesco
Bertelli Dante
(eletti nel febbraio 1917)

Categoria delle scienze morali e lettere

Molmenti Pompeo
Brugi Biagio
Landucci Lando
Biadego Giuseppe
Manfroni Camillo
(eletti nel febbraio 1917)

Giunta biennale per la Biblioteca

MEMBRI CHE LA COMPONGONO

Presidente - Vicepresidente - Segretario
Vicesegretario - Amministratore e Conservatore delle Raccolte

Favaro Antonio
Crescini Vincenzo
Breda Achille
Fradeletto Antonio
Arrigoni degli Oddi Ettore
(eletti nel maggio 1917)

Giunta triennale pel Pantheon Veneto
(eretto dall' Istituto nel 1847)

MEMBRI CHE LA COMPONGONO

Presidente

Papadopoli Aldobrandini Nicolò (eletto nel marzo 1917)
Lazzarini Vittorio (eletto nel novembre 1916)
Occioni-Bonaffons Giuseppe (eletto nel maggio 1918)

Revisori dei conti dell' Istituto
(annuali)

Ferraris Carlo Francesco
Manfroni Camillo
(eletti nel maggio 1918)

Consiglio Minich (biennale)

MEMBRI CHE LO COMPONGONO

Presidente - Vicepresidente - Segretario
Vicesegretario - Amministratore e Conservatore delle Raccolte

Spica Pietro
Brugi Biagio
(eletti nel febbraio 1917)

Revisori dei conti dell' Amministrazione Minich
(biennali)

Breda Achille
Fradeletto Antonio
(eletti nel febbraio 1917)

ELENCO DEI PRESIDENTI DEL R. ISTITUTO VENETO

dal 1840 al 1916

(CARICA BIENNALE)

Num. progres.	ELEZIONE	TITOLARE
1	1840. 1 marzo	Zendrini prof. sac. Angelo (1)
2	1840. 21 marzo	Manin co: Leonardo
3	1843. 3 giugno	Santini prof. Giovanni
4	1845. 4 ottobre	Cittadella Vigodarzere co: And. (2)
5	1847. 6 novembre	Menin ab. prof. Lodovico
6	1850. 4 agosto	Racchetti prof. Alessandro (3)
7	1852. 19 marzo	Racchetti prof. Alessandro
8	1854. 4 ottobre	Poli prof. Baldassare
9	1857. 30 gennaio	Menin ab. prof. Lodovico
10	1859. 19 marzo	Cavalli co: Ferdinando
11	1861. 29 marzo	Minich prof. Raffaele Serafino
12	1863. 17 aprile	Bellavitis prof. Giusto
13	1865. 20 marzo	Turazza prof. Domenico
14	1867. 28 aprile	Canal prof. ab. Pietro
15	1869. 27 maggio	Pasini Lodovico (4)
16	1870. 29 maggio	Gar Tommaso (5)
17	1871. 14 agosto	Cittadella co: sen. Giovanni

(1) Nella I.ª adunanza dell' Istituto, 1 marzo 1840, come membro anziano, ebbe l' ufficio di Presidente.

(2) Il co: Andrea Cittadella Vigodarzere era membro onorario.

(3) In via provvisoria. Dispaccio Governativo 12 marzo 1850.

(4) Non compì il biennio, essendo morto il 22 maggio 1870.

(5) Non compì il biennio, essendo morto il 27 luglio 1871.

Num. progres.	ELEZIONE	TITOLARE
18	1874. 22 febbraio	Lampertico sen. Fedele
19	1876. 22 febbraio	De Zigno bar. Achille
20	1878. 31 marzo	Cavalli co: sen. Ferdinando
21	1880. 11 aprile	Bucchia prof. sen. Gustavo
22	1882. 16 aprile	De Leva prof. nob. Giuseppe
23	1884. 17 aprile	Lampertico sen. Fedele
24	1886. 13 giugno	Minich dott. sen. Angelo
25	1888. 24 agosto	Vlacovich prof. Giampaolo
26	1890. 14 dicembre	Pirona prof. Giulio Andrea
27	1892. 4 dicembre	De Betta nob. Edoardo
28	1894. 27 dicembre	Lampertico sen. Fedele
29	1897. 17 gennaio	Lorenzoni prof. Giuseppe
30	1898. 13 novembre	Lampertico sen. Fedele
31	1900. 15 novembre	De Giovanni prof. sen. Achille
32	1902. 27 novembre	Fogazzaro sen. Antonio
33	1905. 3 gennaio	Favaro prof. nob. Antonio
34	1907. 27 gennaio	Ferraris prof. sen. Carlo Franc.
35	1908. 26 novembre	Veronese prof. sen. Giuseppe
36	1911. 8 gennaio	Papadopoli-Aldobrandini co: sen. Nicolò
37	1913. 16 gennaio	Stefani prof. Aristide
38	1914. 13 dicembre	Molmenti sen. Pompeo
39	1916. 7 dicembre	Ricci Curbastro prof. nob. Gregorio

INDICE

MEMBRI EFFETTIVI

SOCI CORRISPONDENTI DELLE PROVINCIE VENETE

SOCI CORRISPONDENTI

CHE CESSARONO DI APPARTENERE ALLE PROVINCIE VENETE

SOCI CORRISPONDENTI NAZIONALI

MEMBRI ONORARI

MEMBRI EFFETTIVI DELL'ISTITUTO LOMBARDO

Per la Classe di scienze matematiche e naturali

Per la Classe di lettere, scienze morali e storiche

MEMBRI LIBERI NON RESIDENTI

SOCI CORRISPONDENTI ESTERI

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1917-918 - Tomo LXXVII - Parte prima.

ADUNANZA ORDINARIA

DEL 28 OTTOBRE 1917

PRESIDENZA
DEL MEMBRO EFFETTIVO GREGORIO RICCI - CURBASTRO
PRESIDENTE

Presenti i membri effettivi: G. BORDIGA, vicesegretario; A. FAVARO, PAPADOPOLI, G. B. DE TONI, OCCIONI - BONAFFONS, VICENTINI, VERSON, BRUGI, BONOME, CRESCINI, D'ARCAIS, LANDUCCI, LAZZARINI, BREDA, MEDIN, BERTELLI, MANFRONI; ed i soci corrispondenti: L. V. ROSSI, GIORDANO, MESCHINELLI, RASI, G. FAVARO, BATTISTELLA, GINI, DALLA SANTA. ALBERTOTTI.

Giustificano la loro assenza: il Vicepresidente POLACCO; il segretario N. TAMASSIA; i membri effettivi: DA SCHIO, BIADEGO; ed il socio corrispondente: MESSEDAGLIA.

Si dà lettura dell' Atto dell' adunanza antecedente che è approvato.

Il Presidente manda un augurio per la salute del collega m. e. Arrigo Tamassia, gravemente ammalato, al quale si associano tutti i Colleghi. Quindi pronuncia tra la riverente attenzione il seguente discorso:

Illustri Colleghi,

Adempio al compito doloroso di mandare da questo seggio, che Egli occupò con tanta autorità, l' estremo vale alla memoria

di Giuseppe Veronese, che ebbi per sette lustri compagno nelle fatiche e nelle compiacenze dell'insegnamento universitario.

In momento più opportuno e con competenza maggiore della mia altri parlerà delle orme profonde da lui impresse nel cammino. pel quale avanza la divina scienza della Geometria; ed evocherà i ricordi della sua fulgida carriera di scienziato e di maestro divinata da Pietro Cassani malgrado un insuccesso scolastico, dal quale i giovani possono attingere coraggio per non diffidare del proprio avvenire, purchè li assistano vigore di ingegno e fermezza di volontà. E sarà così messo in evidenza tutto il valore della riforma da lui iniziata e propugnata con tenacia nell' insegnamento elementare della Geometria, e quello della sua produzione scientifica e in sè stessa e per l'influenza decisiva, che ebbe in quel rifiorire delle scienze geometriche, nel quale l'Italia da mezzo secolo in quà conquistò un incontestabile primato.

A me basti di ricordare come Egli nato di modesta famiglia, vinte le prime difficoltà materiali coll' aiuto di un nobile Mecenate, a cui in una memorabile occasione professò davanti a Voi la sua immutabile riconoscenza, seppe poi colle sole sue forze assurgere ad una posizione cospicua, dalla quale con legittima compiacenza rivolgeva lo sguardo alle sue umili origini; e come esordì nella sua produzione scientifica, con un lavoro, del quale i più provetti ed alti geometri si sarebbero onorati.

Compiuti in questo Istituto Tecnico nella Sezione di Meccanica e costruzioni gli studi secondari, dopo alcuni mesi passati in un umile ufficio si reca Egli al Politecnico di Zurigo, conquista la stima di maestri quali Fiedler e Frobenius e si distingue fra i condiscepoli per attitudini spiccate agli studi geometrici. Frequenta il Seminario matematico diretto da quegli illustri e sollecitato a tenervi una conferenza vi concepisce nelle loro linee generali quelle ricerche sull' *Hexagrammum mysticum*, che doveva condurre a termine a Roma, dove, diplomato appena Ingegnere, è attratto dalla fama di Battaglini e di Cremona.

Dopo che Pascal aveva fatto conoscere il suo memorabile teorema, geometri, che portavano i nomi di Sturmer, di Plücker, di Hesse, di Cayley, di Standt, di Grassmann, di Salmon avvertendo che sei punti di un piano danno origine, secondo i loro diversi ordinamenti, non ad uno ma a sessanta esagoni avevano

sentito tutto l' interesse, che offre lo studio di questa complessa configurazione e tentato di costruire la chiave, che servisse ad addentrarvisi ed a metterne in luce le armonie ed i coordinamenti immanchevoli per quanto riposti. Unica guida nelle tenebre, che vi dominavano, alcuni accenni di Hesse e di Schröter secondo i quali tale chiave doveva essere una legge di reciprocità di un ordine più alto di quella, che ha luogo tra poli e polari di una conica. Ma il giovane allievo del Politecnico di Zurigo non dubita di mettersi all' opera e può presto gridare l' εηρεκα con quella intima gioia, che ben comprende chi ricorda le prime giovanili compiacenze della scoperta scientifica. E non è dato di leggere senza emozione le parole, che mi permetterete di riferire, colle quali egli dà conto del suo successo ai suoi venerati maestri.

" Siccome dovevo preparare un lavoretto per tenere una con-
" ferenza tra i miei amici studenti del Politecnico di Zurigo nel
" *Mathematisches Seminar* diretto dagli illustri signori professori
" Fiedler e Frobenius, nel giugno dell' anno testè passato, così
" mi proposi allora di risolvere la questione di Hesse e Schröter,
" e poichè io credo di averla non solo completamente risoluta,
" ma ben' anco avervi aggiunti altri teoremi importanti, così mi
" faccio animo di presentare ora questo mio piccolo lavoro ai miei
" signori professori della Università romana, con la speranza che
" egli sia bene accettato. È certo che ad un giovane studente
" riesce malagevole di riordinare in un bel tutto le proprie idee,
" egli prosiegue anzi dubbioso ed incerto; ma è solamente me-
" diante questi dubbî che gli sorgono da ogni parte alla mente
" che egli si fa padrone poco a poco di sè e della Scienza ".

Ad un' aurora così promettente tenne dietro uno spendido mattino. Salita a 27 anni la cattedra di Giusto Bellavitis ebbe l' incarico delle conferenze della Scuola di Magistero in Matematica istituita appena nella nostra Università e con esso la occasione di approfondire le molte ed ardue questioni, che riguardano i fondamenti della Geometria. E frutto delle sue meditazioni fu quel libro grande non di mole ma di contenuto, nel quale si trova forse la più vasta e potente sintesi, che si possa su tale argomento concepire; e intorno a cui si raggruppa molta parte della rimanente sua produzione scientifica. La quale, se non è per numero di memorie e di pagine straordinariamente copiosa, sarà, io credo, giu-

dicata dai competenti di importanza fondamentale per i nuovi vasti orizzonti che essa aperse alla Scienza geometrica.

Non è questo luogo, dal quale sia opportuno parlare dell'attività spiegata nel campo politico dall' eminente collega, che rimpiangiamo; il quale ebbe l' onore di rappresentare per una legislatura nella Assemblea nazionale la città nativa, e chiamato poi a far parte del Senato del Regno per la sua illuminata attività e per la sua competenza speciale in questioni attinenti alla Pubblica istruzione e tecniche vi conquistò rapidamente una grande autorità.

È però più che mai opportuno qui ed in questi giorni ricordare che il Veronese, pure tenendo fede alla sua parte politica, al di sopra e al di là di questa mirò sempre al bene della Patria, ed ebbe fede inconcussa nel suo avvenire.

Poichè una forzata assenza tolse a me di farlo, il nostro amato Vicepresidente Senatore Polacco rappresentò l'Istituto alle solenni onoranze funebri, che Padova rese al suo insigne figlio di adozione, e disse sul feretro commosse ed eloquenti parole. E pure a nome dell' intiero Istituto furono espressi alla famiglia dell' estinto i sensi della più viva partecipazione al suo gravissimo lutto.

Hanno quindi luogo le letture poste all' ordine del giorno:

A. Favaro, m. e. — *Amici e Corrispondenti di Galileo Galilei. XL. Giuseppe Moletti.*

V. Crescini, m. e. — *L' origine di un pentametro attribuito ad Ovidio.*

V. Lazzarini, m. e. — *Per la storia della coltura e della scrittura cassinese in Dalmazia.*

L. V. Rossi, s. c. — *Nuovi tipi di ponti metallici e di cemento armato seguendo un principio non ancora applicato.*

G. Favaro, s. c. — *Il Canone di Leonardo sulle proporzioni del corpo umano.*

C. Gini, s. c. — *Di una estensione del concetto di scostamento medio e di alcune applicazioni alla misura delle variabilità dei fenomeni qualitativi.*

G. Marchesini, s. c. — *La teoria della sostituzione dei motivi.*

A. Signorini — *Sul moto dei proiettili di bombarda* (presen-

tata dal prof. T. Levi-Civita, s. c., a termini dell' art. 16 del Regolamento).

Su proposta del m. e. Crescini, accolta con voto unanime dai Colleghi e dalla Presidenza, questa è incaricata di mandare a nome dell' Istituto un saluto di fede e di ammirazione a Sua Maestà il Re ed all' esercito ed all' armata che in questa ora grave difendono con animo invitto i confini e le sorti della Patria.

Il Presidente
G. RICCI - CURBASTRO

Il Vicesegretario
G. BORDIGA

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1917-918 - Tomo LXXVII - Parte prima.

In memoria del socio nazionale prof. sen. Lorenzo Camerano.

G. B. DE TONI, m. e.

Poco più che sessantenne, nel vigore della sua attività scientifica, si spense il 22 novembre dello scorso anno il senatore prof. Lorenzo Camerano, che da vent' anni apparteneva come socio nazionale a questo Reale Istituto; la scomparsa di lui è una perdita grave tra i cultori delle naturali discipline e soprattutto tra quelli che si occupano della morfologia e della sistematica degli organismi animali.

Il compianto collega, nato a Biella il 9 aprile 1856, si laureò a Torino nel 1878 e, dopo avere insegnato nel Liceo e avere funzionato da assistente nell' Ateneo di quella città, fu per pochi mesi nel 1889, professore di zoologia e anatomia comparata all' Università di Cagliari, donde passò a coprire a Torino la cattedra di anatomia comparata, da lui tenuta fino all' estremo giorno di sua vita.

Non io posso avere la competenza, nè questo è il momento per esporre con minuti ragguagli la vasta produzione scientifica del chiarissimo zoologo; solo l' amicizia e la stima da me nutrite per il defunto collega mi consentono di raccogliere alcune notizie sull' opera di lui che *Battista Grassi*, ricordando i progressi compiuti dalla biologia in Italia nell' ultimo cinquantennio, non esitò ad affermare poderosa nel campo sistematico, perchè il Camerano seppe animarla con moderni concetti e coadiuvarla eziandio con i metodi biometrici.

Importanti sono, come studii generali, quelli sulla neotenia, sul dimorfismo sessuale degli Insetti, sulle variazioni del *Bufo vulgaris*. Sono apprezzate le ricerche del Camerano compiute

sulla forza assoluta muscolare di alcuni Artropodi (Crostacei, Insetti) e sull' osteologia di Mammiferi; così pure sono diligenti i lavori di Morfologia e sistematica sui Rettili e sugli Anfibi che trattò con particolare competenza, perchè egli non ebbe per la sistematica quel disprezzo che non mancò da parte di altri naturalisti, mentre, come giustamente fu osservato da *D. Rosa*, tutta la grandiosa teoria dell' evoluzione venne fuori dalla sistematica, dalla comparazione meticolosa delle serie di forme che tuttora vivono o che vissero nelle epoche passate. E il CAMERANO intese appunto la sistematica nel suo vero senso, nella sua dignità, quando la si professa non come arida classificazione di forme o come semplice reperto faunistico, sibbene la si coltiva collegandola con gli altri rami della scienza cioè con la morfologia interna ed esterna, la fisiologia, la distribuzione geografica ecc. Tenendo per base una concezione così fatta della sistematica, il metodo seguito dal CAMERANO doveva condurlo a produrre le interessanti illustrazioni relative ai Gordidi sì italiani che esotici e al genere di Onicoferi *Peripatus*; egli tenne il giusto mezzo perchè i descrittori di specie ora confondevano insieme specie differenti sotto un solo nome ora differenziavano soverchiamente le forme elevandole al grado di specie; questo si verificò a proposito delle Rane rosse o fosche italiane e diede occasione al CAMERANO di polemizzare col nostro compianto collega *De Betta* il quale sosteneva l' unicità specifica di detti Anfibii; in questa polemica, che vide la luce nei nostri atti accademici, il CAMERANO trovò poi concordi l' altro nostro collega *A. P. Ninni*, il *Lessona*, il *Boulenger*.

Verso il 1894, a merito di naturalisti inglesi e americani, venne introdotto nelle nostre indagini speciografiche il metodo somatometrico, la cui importanza era stata intravveduta da *Giuseppe Olivi* fino dal 1791; questo nuovo indirizzo di osservazioni, che costituiscono le applicazioni del metodo matematico alla biologia, trovarono favorevole accoglienza anche in Italia e LORENZO CAMERANO contribuì, insieme ad *A. Andres* e a *G. Cattaneo*, a dare un impulso a questo nuovo ordine di osservazioni precise, raccomandando di non cadere nelle esagerazioni nelle quali erano stati travolti alcuni antropologhi; impulso che fu sentito anche nel dominio della Botanica, costituendovi, secondo la proposta del

Quetelet, la filometria che non mancò di trovare presto cultori tra noi (*De Helguero*, *Tropea*, *Cozzi*, *Traverso* ecc.) e lascia sperare buoni resultati per una particolare concezione delle unità sistematiche.

Lorenzo Camerano, che nei primi tempi della carrièra di insegnante (1883-1891) aveva pubblicato testi di storia naturale per le scuole medie, si accupò più tardi di orgomenti biografici e di storia delle scienze biologiche; oltre alla bella commemorazione di *Michele Lessona*, dettata con reverenza di allievo e con affetto di parente, vanno menzionati gli scritti su *F. Cetti*, *G. Olivi*, *A. Vallisnieri*, *F. Cavolini* ma soprattutto i bei contributi alla conoscenza della vita e dell'opera scientifica di *F. Andrea Bonelli*.

Il Camerano che, morto il Lessona, ebbe pure l'incarico dell'insegnamento della Zoologia, rivolse buona parte della sua operosità attendendo all'incremento del Museo Zoologico dell'Università torinese fondato nel 1750 e istituendo nel 1886 il Bollettino di Zoologia e Anatomia comparata nel quale trovarono posto lavori di lui e di altri valenti zoologi.

Corrado Pavona tessendo, nel Monitore zoologico italiano (vol. XXVIII, n. 10, 1917) l'elogio del defunto collega, ricordò come l'operosità di lui si svolse in tante direzioni, non ultima quella di assumere nel 1910 la Presidenza del Club Alpino italiano che nel 1913 celebrò il cinquantenario della fondazione.

Le cariche a lui affidate dalla fiducia dei colleghi lo trovarono ognora pronto agli uffici che seppe reggere con equilibrata energia ossia con l'autorità necessaria alla disciplina e con la gentilezza che dell'autorità stessa contempera il rigore; assolse così egregiamente le onorifiche mansioni di Rettore dell'Università (1907-08) e di Presidente della R. Accademia delle Scienze di Torino; anche nel Consiglio Superiore dell'Istruzione recò il contributo dell'opera sua, così pure nella Commissione consultiva della pesca; io ricordo di averlo avuto collega e presidente della Commissione incaricata di riferire nel 1914 sul concorso di fondazione *A. Forti* per la zoologia e di averne apprezzato la equanimità di giudizii.

Nell'aprile del 1909 il Camerano fu assunto a soli cinquantatrè anni all'onore del laticlavio, non tardivamente come succede

per molti accademici ai quali le porte del Senato si aprono solo allorquando l'età avanzata impedisce loro di abbandonare spesso le proprie residenze e di svolgere quindi opera proficua intervenendo alle sedute della Camera vitalizia.

Educato alla scuola di *Michele Lessona* il quale, come scrisse il *Cermenati*, fu vero naturalista perchè naturalista nato e non fabbricato più tardi per uno qualunque dei tanti bisogni che assalgono l'uomo nella lotta per la vita, non è a maravigliare se LORENZO CAMERANO continuò le tradizioni del suo maestro, che aveva ricevuto a sua volta nell' indagine scientifica un potente influsso dagli insegnamenti del *De Filippi*, primo assertore tra noi della dottrina darviniana e dell' importanza di insegnare la storia naturale negli istituti secondarii. Egli tenne fermo, al pari di *Giovanni Canestrini* e di parecchi altri zoologi, a quei principi del Darvinismo ai quali aveva con entusiasmo aderito fino dall' inizio della carriera e che gli sembravano pietre angolari e perciò necessarie al grande edifizio della scienza biologica e respinse le moderne correnti neovitalistiche come quelle che minacciavano di sgretolare la dottrina prettamente materialistica o per dir meglio in modo esclusivo fisico-chimica, mentre altri naturalisti e fra questi il nostro indimenticabile collega *Paolo Lioy*, pur abbracciando le dottrine del grande biologo inglese, stettero in guardia contro le esagerazioni da una parte e i pericoli di un misticismo atto a fuorviare dalla libera disanima e interpretazione dei fenomeni della vita, contro la negazione assoluta dall' altra parte di fenomeni biologici finora inesplicabili col semplice soccorso delle leggi fisico-chimiche; alla quinta riunione della Società per il progresso delle scienze, tenuta nell'ottobre 1911 in Roma, nello esporre i progressi degli studi zoologici in Italia nell'ultimo cinquantennio, egli affermò in forma esplicita il suo pensiero avverso al neovitalismo così da suscitare da parte dei professori *Cuboni* e *Luciani* una vivace protesta.

LORENZO CAMERANO ebbe altissimo il sentimento della patria; traspare questo in molti suoi scritti; come *Luigi Pasteur*, egli riconosceva che " la scienza è universale, che essa ha in mira la umanità intiera, che non conosce diversità di popoli, di razze, di nazionalità, che i suoi cultori sono una famiglia sola, tutti lavorano per raggiungere un comune altissimo fine; ma il sentimento

di Patria non si cancella, esso vibra pur sempre nel nostro cuore, ed anche nel lavoro comune con tutti i popoli inciviliti per il progresso della scienza, il pensiero della gloria maggiore della patria deve essere sempre presente alla mente nostra „.

Io non potrei, nell'ora tragica attuale, meglio chiudere questi brevi e disadorni miei cenni in onore dell' illustre collega se non con le parole stesse ch'egli proferiva nel suo discorso letto vent'anni or sono inaugurando gli studi Universitari in Torino:

“ La Biologia e la Scienza sociale moderne hanno dimostrato che la società umana nella sua evoluzione tende, col suo progredire, verso ad uno stadio in cui, in misura molto maggiore che non oggi, la bontà, la virtù del sacrificio, il lavoro, l'amore pel bene saranno armi di lotta nobilissima e di gran lunga più potenti della violenza e del sopruso... O giovani italiani (egli proseguiva), triste parole suona, e bocche non cuori anche tra noi la ripetono, che narra lo scadimento e la oscurazione delle stirpi latine. Oh, noi non vogliamo nè spegnerci nè imputridire!... „.

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1917-18 - Tomo LXXVII - Parte prima

CATALOGO DEI LIBRI ED OPUSCOLI [1]

PERVENUTI ALLA BIBLIOTECA DELL'ISTITUTO

dal 9 luglio 1917 al 7 luglio 1918

Aicard Jean - Arménie. *La Plainte arménienne.* Versi — Venise, St. Lazare, 1917, 16°, br., pp. 14 (ritr. dell'A.).

Agrippa I° *e la politica di Roma verso la Giudea* di E. Ciaceri — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 38.

Alberti Annibale - *Assemblee della Repubblica Cisalpina.* Carte e documenti delle Assemblee legislative Cisalpine. Nota (estratto dal 1° Vol.) — Bologna, Zanichelli, 1917, 8°, br., pp. 19.

Albertotti Giuseppe - *Figure con occhiali in due cimeli bibliografici della Estense* — Venezia, Ferrari, 1917, 8° br., pp. 13, 3 tav.

* **Albi Giulio** - *Manuale del capitano marittimo* — Milano, Sociale, 1917, 16°, tela, pp. 665, fig. tav.

* **Alessandri P. E.** - *Urologia chimica e microscopica con criteri di apprezzamento diagnostico ad uso dei Medici, dei Chimici e dei Farmacisti.* Milano, Allegretti, 1917, 16°, tela, pp. 473, ill. e tav.

Amadori M. - *Fosfati arseniati e vanadati anidri di piombo.* Nota — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 15.

* **Andreani Isidoro** - *Tecnologie per i giovani operai* — Milano, Allegretti, 1916, 16°, tela, pp. 757; 511 incis.

Stime dei lavori edili — Milano, Allegretti, 1917, 16°, tela, pp. 325.

Assemblee *della Repubblica Cisalpina - La Repubblica Cisalpina.* Prefazione di Camillo Montalcini (Estratto dal 1° Vol.) — Bologna, Zanichelli, 1917, 8°, br., pp. 274.

Proemio di Luigi Luzzatti. (Estratto dal 1° Vol.) — Bologna, Zanichelli, 1917, 8°, br., pp. 11.

Carte e documenti delle Assemblee legislative Cisalpine. Nota di Annibale Alberti. (Estratto dal 1° Vol.) — Bologna, Zanichelli, 1917, 8°, br., pp. 19.

---

(1) I libri segnati con (*) sono stati acquistati.

Baratta Mario - *Il Carso.* (Nel Volume Pagine geografiche della nostra guerra) — Roma, Unione Edit., 1917, 8°, br., pp. 17-122, ill.

Le ragioni geografiche della nostra guerra — Roma, Unione Edit., 1917, 8°, br., pp. 7-27 con 1 tav.

Bartolo - (*L'opera di*) *nel contratto di locazione*, di Emilio Costa — Venezia, Ferrari, 1916, 8°, br., pp. 8.

Battistella Antonio - *Contributo alla storia delle relazioni tra Venezia e Bologna dall'undecimo al sedicesimo secolo* — Venezia, Ferrari, 1916, 8°, br., pp. 149.

Benedetti Alessandro *e la medicina veneta nel quattrocento* di Roberto Massalongo — Venezia, Ferrari, 1916, 8°, br., pp. 63.

Benvenuti P. - *Leghe di ferro e nichel deposte elettroliticamente* — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 25. Tav.

Berlese Antonio - *Intorno agli Uropodidae* — Firenze, Ricci, 1917, 8°, br., pp. 16.

Berti Antonio - *Sulla forma dello stomaco umano* — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 77, ill.

* **Bertoni Giulio** - *Italia dialettale* — Milano, Allegretti, 1916. 16°, tela, pp. 249.

Biadego Giuseppe - *In memoria di Carlo Cipolla* — Venezia, Ferrari, 1916, 8°, br., pp. 2.

In memoria di G. B. Zoppi — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 5.

* **Boccardi Giovanni** - *Lezioni di Cosmografia* — Milano, Allegretti, 1916, 16°, tela, pp. 233, ill. 2 tav.

Bonome A. - *Sulla cito-morfologia della milza e sui rapporti dei suoi elementi con quelli di altri organi ematopojetici.* Contributo istologico e sperimentale allo studio dell'azione dello siero splenotossico. — Venezia, Ferrari, 1916, 8°, br., pp. 85, tav.

Breda Achille - *Il gelone permanente del naso ed il radio* — Venezia, Ferrari 1917, 8°, br., pp. 6.

Per la salute dei nostri figli dopo la guerra — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 25.

Brugi Biagio - *Un nuovo collare di servi romani.* Nota — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 3.

Bucchia Achille (*Una recente difesa di*) di Camillo Manfroni, — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 20.

Burali Forti C. - *Sulla " curva di caccia "* — Venezia, Ferrari, 1916, 8°, br., pp. 9.

Calzavara Domenico - *Sulla cirrosi epatica angiocolitica calcolosa.* Osservazioni — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 24, tav.

* **Cettolini Sante** - *Vini dai residui della vendemmia e vini sussidiarii. Secondi vini e vinelli* — Milano, Allegretti, 1916, 16°, tela, pp. 323, ill.

Ciaceri E. - *Agrippa I e la politica di Roma verso la Giudea* — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 38.

Cipolla Carlo - (*In memoria di*) — Parole pronunziate dal m. e. Giu-

SEPPE BIADEGO nell'Adunanza del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti il 26 novembre 1916 — Venezia, Ferrari, 1916, 8°, br., pp. 2.

Comando Supremo dell'Esercito - *Servizio Informazioni. Il blocco economico degli Alleati contro gli Imperi centrali (Giugno 1917)* — Città di Castello, Unione Arti Grafiche, 1917, 8°, br., pp. 154.

Conconi Filippo - *È possibile un sistema del diritto comunale?* — Treviso, Nardi, 1917, 8°, br., pp. 7.

Costa Emilio - *L'Opera di Bartolo nel contratto di locazione.* Nota — Venezia, Ferrari, 1916, 8°, br., pp. 8.

Crescini Vincenzo - *Di un recente contributo alla Storia della coltura italiana in Romania* — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 5.

Çendales d'Adria — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 16.

Per le alleanze intellettuali dell'Italia — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 5.

Dainelli Giotto - *La Dalmazia.* (Nel Volume Pagine geografiche della nostra guerra) — Roma, Unione Edit., 1917, 8°, br., pp. 123-145 ill., 1 tav.

Dalla Santa - Vedi SANTA.

Dandolo Marco - (*Gli scritti umanistici di*) di ANTONIO MEDIN — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 80.

Dejob Charles - (*In memoria di*) di A. MEDIN — Venezia, Ferrari, 1916, 8°, br., pp. 4.

Dell'Agnola C. A. - *Del massimo e del minimo di una funzione continua limite di una successione di funzioni continue* — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 9.

Del Vecchio Ettore - *La soluzione fondamentale per* $\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$. Memoria — Venezia, Ferrari, 1916, 8°, br., pp. 30.

De Sanctis Francesco - (*Commemorazione di*) di FRANCESCO TORRACA — Napoli, Giannini, 1917, 8°, br., pp. 95, ritr.

* **Dessy Flavio** - *Principii di elettrotecnica.* Materiali - Tabelle — Firenze, Arte Stampa, 1916, 16°, tela, pp. 128.

De Toni Giovanni Battista - *Nuove osservazioni di teratologia floreale nella* Digitalis purpurea L. — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 48, 1 tav. col.

De Toni G. B., Forti Achille - *Catalogo delle alghe raccolte nella regione di Bengasi dal P. P. D. Vito Zanon* — Venezia, Ferrari, 1916, 8°, br., pp. 22.

* **Duca Luigi** - *Il fresatore e tornitore meccanico* — Milano, Sociale, 1916, 16°, tela, pp. 172, fig., 3ª ediz.

* **Durso Pennisi A.** - *Invecchiamento artificiale dei vini, aceti e spiriti* Milano, Allegretti, 1916, 16°, tela, pp. 177, ill.

Vini non genuini — Milano, Allegretti, 1916, tela, 16°, pp. 190, ill.

Fabri di Peiresc Niccolò - (*Amici e corrispondenti di Galileo Galilei, XXXIX*) di ANTONIO FAVARO — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br. pp. 46.

* **Fabris Guido** - *Olii e grassi vegetali, animali e minerali* — Milano, Sociale, 1917, 16°, tela, pp. 527, ill.

Favaro Antonio - *Ancora del tentativo di procurare una nuova emigrazione di scolari dallo Studio di Bologna a quello di Padova intorno alla metà del secolo XIX* — Bologna, Stab. polig. riuniti, 8°, br., pp. 10.

Un " Conservatore „ dello Studio di Padova, eletto dal Consiglio dei Dieci nel 1524 — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 16.

Amici e corrispondenti di Galileo Galilei. XXXIX. Niccolò Fabri di Peiresc — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 46.

Amici e corrispondenti di Galileo Galilei. XXXVIII. *Marino Mersenne* — Venezia, Ferrari, 1917, br., pp. 58.

Forti Achille, De Toni G. B. — *Catalogo delle alghe raccolte nella regione di Bengasi dal P. P. D. Vito Zanon* — Venezia, Ferrari, 1916, 8°, br., pp. 22.

Fradeletto Antonio - *Realtà e idealità nella politica* — Venezia, Ferrari, 1916, 8°, br., pp. 25.

La gioventù italiana e la guerra. Discorso — Venezia, Garzia, 1917, 8°, br., pp. 36.

Frenkel Wladimiro - *La Russia e il Fausto nel conflitto europeo* — Roma, Unione Edit., 1916, 8°, br, pp. 129.

Galilei Galileo - (*Amici e corrispondenti di*) *XXXIX Niccolò Fabri di Peiresc* di ANTONIO FAVARO — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 46.

(*Amici e corrispondenti di*) *XXXVIII Marino Mersenne* di ANTONIO FAVARO — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 58.

* **Garuffa E.** - *L'aviazione: Aeroplani, Idrovolanti, Eliche* — Milano, Sociale, 1916, 16°, tela, pp. 630; 548 incis.

Gerola G. - *Documenti rodiesi del secolo XV nell'archivio Sforzesco* — Venezia, Gerrari, 1917, 8°, br., pp. 16.

L'alzamento e la cupola del Battistero Neoniano — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 11, fig.

* **Ghersi Italo** - *Prodotti e procedimenti nuovi nelle industrie* — Milano, Sociale, 1916, 16°, tela, pp. 982, ill.

Ghirlanda C., Verson T. - *Sul microbio specifico del giallume bombicino.* Nota preventiva — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 6.

* **Giannini G. Guido** - *Il dilettante legatore di libri* — Firenze, Giannini, 1916, 16°, tela, pp. 258; ill., tav.

Giordano D. - *Gangrena di una porzione di intestino tenue in un soldato asfissiato da vapori velenosi* — Venezia, Ferrari, 1916, 8°, br., pp. 9.

Due osservazioni di appendicite recate per il dibattito se quella possa venire per infortunio — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 8.

Grandori Remo - *Anomalie nell'embriogenesi del Bombyx Mori* — Venezia, Ferrari, 1916, 8°, br., pp. 14, tav.

Guébhard Adrien - *Notes sur le S.-E. des Basses Alpes. XIV-XXVII* — Le Mans, Monnoyer, 1917, 8°, br., pp. 50, ill., 1 tav.

Italia (*Per le alleanze intellettuali dell'*) di VINCENZO CRESCINI — Venezia. Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 5.

* **Leotti Angelo** - *L'Albanese parlato.* Cenni grammaticali. Vocabolario Albanese-Italiano, Italiano-Albanese (dialetto ghego). Proverbi-Dialoghi — Milano, Allegretti, 1916, 16°, tela, pp. 425.

Levi Augusto - *Sismogrammi di un sismoscopio a registrazione continua* — Venezia. Ferrari, 1916, 8°, br., pp. 9, fig.

* **Levi-Malvano Mario** - *Tempera e cementazione dell' acciaio* — Milano, Allegretti, 1917, 16°, tela, pp. 261, ill.

* **Loria Gino** - *Guida allo studio della storia delle matematiche* — Milano, Sociale, 1916, 16°, tela, pp. 228.

Luzzatti Luigi - *Assemblee della Repubblica Cisalpina.* Proemio (estratto dal 1° Vol.) — Bologna, Zanichelli, 1917, 8°, br., pp. 11.

* **Malatesta G.** - *Il catrame e i suoi derivati* — Milano, Sociale, 1916, 16°, tela, pp. 616, ill.

Manfroni Camillo - *Una recente difesa di Achille Bucchia* — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 20.

Marchesini Giovanni - *L'inconscio nel rinnovamento dello spirito* — Venezia, Ferrari, 1916, 8°, br., pp. 14.

Martelli Alessandro - *Albania adriatica.* Nel Volume Pagine geografiche della nostra guerra) — Roma, Unione Edit., 1917, 8°, br., pp. 69-96.

Massalongo Roberto - *Le iniezioni endovenose di zolfo colloidale nel reumatismo poliarticolare acuto* — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 11.

Alessandro Benedetti e la medicina veneta nel quattrocento — Venezia, Ferrari. 1916, 8°, br., pp. 63.

* **Massenz Arturo** - *Guida pratica del meccanico moderno* — Milano, Allegretti, 1917, 16°, tela, pp. 351, ill.

* **Massero Ferdinando** - *Manuale elementare di meccanica applicata per le officine e per le scuole operaie* — Milano, Allegretti, 1917, 16°, tela, pp. 434, ill.

Medin Antonio - *Gli scritti umanistici di Marco Dandolo* — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 80.

In memoria di Charles Dejob — Venezia, Ferrari, 1916, 8°, br., pp. 4.

* **Melis-Marini Felice** - *L'acquaforte.* Manuale pratico — Milano, Allegretti, 1916, 16°, tela, pp. 170, tav.

Mersenne Marino - (*Amici e corrispondenti di Galileo Galilei XXXVIII*) di ANTONIO FAVARO — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 58.

Miani (San Girolamo) - (*Per la biografia di un benefattore dell'umanità nel '500*) di GIUSEPPE DALLA SANTA — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 24.

Minio M. - *Sulla temperatura di Belluno* — Venezia, Ferrari, 1916, 8°, br., pp. 48, tav.

Miola F. - *Sulla determinazione delle coordinate geografiche della Torre Meteorologica del Monte Venda* — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 9.

Miriuny L. — *Sur l'immutabilité de la Science pure* — Paris, Normanne, 1917, 16°, br., pp. 6.

Molmenti Pompeo - *Il contrabbando sotto la Repubblica Veneta* — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 45.

Montalcini Camillo - *Assemblee della Repubblica Cisalpina. La Repubblica Cisalpina.* Prefazione. (Estratto dal 1° Vol.) — Bologna, Zanichelli, 1917, 8°, br., pp. 274.

* **Montelatici Giovanni** - *Storia della letteratura bizantina (324-1453)* — Milano, Allegretti, 1916, 16°, tela, pp. 292.

Museo Agostino, di A. Serena — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 47.

Nasini R., Porlezza C. - *L'acqua termale dei Bagni di Casciana. Nuova analisi e ricerche chimico-fisiche* — Venezia, Ferrari 1917, 8°, br., pp. 44.

Neone - *L'alzamento e la cupola del Battistero Neoniano* di Giuseppe Gerola — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 11, fig.

Olivieri Dante - *Postille toponomastiche.* Memoria — Venezia, Ferrari, 1916, 8°, br., pp. 13.

Orio Marco - *Pal Piccolo, i morti della Banca Commerciale e Pola.* Versi — Venezia, Favretto, 1917, 16°, br., pp. 24.

La Terza Italia, in mare, in terra. Il Col di Lana e l'Adriatico. Versi — Venezia, Favretto 1917, 8°, br., pp. 24.

Palatini Attilio - *Sulle quadriche di deformazione per gli spazi* S_3. Memoria — Venezia, Ferrari, 1916, 8°, br., pp. 24.

Papadopoli N. - *Monete italiane inedite della Raccolta Papadopoli.* Appendice III al N. 1 — Milano, Cogliati, 1917, 8°, br., pp. 6, fig.

I dogi omonimi di Venezia e le loro monete — Roma, 1917, 8°, br., pp. 22, fig.

Pascal Carlo - *Per la resurrezione del latino come lingua scientifica internazionale* — Pavia, Fusi, 1917, 8°, br., pp. 7.

Pigorini Luciano - *Ulteriori osservazioni sulle funzioni intestinali della larva di Bombyx mori. Sui movimenti di contrazione della tonaca muscolare* — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 7, fig.

Prime ricerche sulla composizione chimica degli organi legnosi del gelso — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 13.

Polettini R. D. - *Sul preteso antagonismo tra secrezione interna pancreatica ed azione dell'adrenalina sulla fibra muscolare liscia vasale.* Nota IIª — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 5, fig.

Porlezza C., Nasini R. - *L'acqua termale dei Bagni di Casciana. Nuova analisi e ricerche chimico-fisiche* — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 44.

* **Prat Joseph** - *Lectures françaises et thèmes italiens* — Milano, Allegretti, 1916, 16°, tela, pp. 158.

Rea R. - *Sull'Isoformismo fra nitrati e clorati.* Nota — Venezia, Ferrari, 1916, 8°. br. pp. 19.

Righetti Alessandro - (*Ancora sulla Cronaca del presunto P.*) di Giovanni Soranzo — Venezia, Ferrari, 1916, 8°, br., pp. 12.

* **Rizzini Ettore** - *L'industria dei colori e delle vernici. Materie prime. Fabbricazione, Applicazioni* — Milano, Allegretti, 1916, 16°, tela, pp. 564, ill. e tav.

Roma - *Un nuovo collare di Servi romani.* Nota di Biagio Brugi — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 3.

* **Romagnoli F.** - *Scoutismo.* Raccolta di nozioni pratiche, norme di organizzazione, consigli, ecc. ad uso dei giovani esploratori italiani — Milano, Allegretti, 1916, 16°, tela, pp. 578, ill. e 51 tav.

Roncato Achille - *Azione del pneumogastrico sulla secrezione gastrica dei batraci* — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 10.

Rossi Alessandro - *Ricerche intorno all' azione della bile sui muscoli striati e sui nervi motori* - Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 14, fig.

San Girolamo Miani - (*Per la biografia di un benefattore dell' umanità nel '500 di* Giuseppe Dalla Santa — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 24.

Santa (Dalla) Giuseppe - *Per la biografia di un benefattore dell' umanità nel '500*) (*S. Girolamo Miani*) — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 26.

Commerci, vita privata e notizie politiche dei giorni della lega di Cambrai (*da lettere del mercante veneziano* Martino Merlini) — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 59.

* **Saulle J.** - *Dattilografia.* Manuale teorico-pratico di scrittura a macchina col doppio sistema delle otto e dieci dita — Milano, Allegretti, 1916, 16°, tela, pp. XI; 223, ill.

Serena A. - *Agostino Museo* — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 47.

Serini Rocco - *Sulle leggi ereditarie che conservano i massimi.* Nota I^a — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 13.

Società (La) "Leonardo da Vinci" *e la tutela dei monumenti durante la guerra* — Firenze, Ariani, 1917, 8°, br., 17, tav. 12.

Società Geografica Italiana - *Pagine della nostra guerra.* Raccolta delle Conferenze tenute nell'anno 1916. Baratta Mario: Le ragioni geografiche della nostra guerra. Taramelli Torquato: Storia geologica del Trentino. Martelli Alessandro: L'Albania adriatica. Baratta Mario: Il Carso. Dainelli Giotto: La Dalmazia. Vinassa Paolo: La Carnia e le Alpi Carniche. Prefazione di E. Millosevich — Roma, Unione Edit. 1917, 8°, br., pp. 179.

Solazzi Siro - "*Curatores pleni*" *dei minori.* Nota — Venezia, Ferrari, 1916, 8°, br., pp. 20.

Soranzo Giovanni - *Ancora sulla Cronaca del presunto P. Alessandro Righetti* — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 12.

Tamassia Nino - *Parocci e residentes nel medio evo greco e latino* — Venezia, Ferrari, 1916, 8°, br., pp. 33.

Dai proverbi di Salomone alla leggenda francescana — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 4.

Taramelli Torquato - *La tectonica e i suoi rapporti con l'orografia della provincia di Pavia* — Novara, De Agostini, 1917, 8°, br., pp. 10, con tav.
Del lago di Doberdò presso Monfalcone — Pavia, Fusi, 1917, 8°, br., pp. 7, 1 tav.
Il Carso. — Pavia, Popolare, 1917, 16°, br., pp. 16.
La formazione dell'Adriatico — Novara, De Agostini, 1917, 8°, br., pp. 12, tav.
La frana di Gregassi frazione di Montacuto (*S. Sebastiano di Tortona*) Pavia, Fusi, 1917, 8°, br., pp. 8 ill.
Della geologia nel Trentino — Roma, Unione Edit., 1917, 8°, br., pp. 32, ill. e 1 tav.
Della geologia del Trentino. (Nel Volume, Pagine geografiche della nostra guerra) — Roma, Unione Edit., 1917, 8°, br., pp. 39-68. 1 tav.

Teodoro G. - *Persistenza e resistenza dei bacilli dell'Ileo tifo nell'apparato digerente delle mosche* — Venezia, Ferrari, 1916, 8°, br., pp. 9.

* **Tognoli Edgardo** - *Reattivi e reazioni. Reattivi generali e speciali per l'analisi chimica, clinica e medico-legale* — Milano, Allegretti, 1916. 16°, tela, pp. 277.

Torraca Francesco - *Commemorazione di Francesco De Sanctis* — Napoli, Giannini, 1917, 8°, br., pp. 95 ritr.

* **Vanghetti Giuliano** - *Vitalizzazione delle membra artificiali. Teoria e casistica dei motori plastici.* (*Chirurgia cinematica per protesi cinematica*) — Milano, Allegretti, 1916, 16°, tela, pp. 225, ill.

Vanzetti B. L. - *Il congelamento dei coaguli di acido silicilico e il problema degli idrati della silice.* Nota II^a — Venezia, Ferrari, 1916. 8°, br., pp. 6.

Venezia - *Il contrabbando sotto la Repubblica Veneta* di POMPEO MOLMENTI — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 45.

* **Verma Ettore** - *L'industria dello smalto e sue applicazioni* — Milano, Allegretti, 1916, 16°, tela, pp. 233, ill.

Verson E., Ghirlanda C. - *Sul microbo specifico del giallume bombicino.* Nota preventiva — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 6.

* **Vidari Giovanni** - *Elementi di pedagogia. I. I dati della pedagogia* — Milano, Allegretti, 1916, 16°, tela, pp. 401.

Vinassa de Regny Paolo - *La Carnia e le Alpi carniche.* (Nel Volume: Pagine geografiche della nostra guerra) — Roma, Unione Edit., 1917, 8°, br., pp. 147-179, ill.

* **Vivanti Giulio** - *Elementi della teoria delle equazioni integrali lineari* Milano, Allegretti, 1916, 16°, tela, pp. 398.

Zanon P. P. D. Vito - (*Catalogo delle alghe raccolte nella regione di Bengasi dal*) di G. B. DE TONI e A. FORTI — Venezia, Ferrari, 1916, 8° br., pp. 22.

Zoppi Giovanni Battista (*In memoria di*). Parole pronunziate dal m. e. GIUSEPPE BIADEGO nell'Adunanza del 25 Febbraio 1917 del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti — Venezia, Ferrari, 1917, 8°, br., pp. 5.

Nella sede della Reale Accademia dei Lincei il giorno 7 maggio 1918 si raccolse in seduta privata straordinaria il Reale Istituto Veneto. Erano presenti il Presidente G. Ricci-Curbastro, il Vicepresidente Polacco, il Segretario G. Tamassia, il Vicesegretario G. Bordiga; i membri effettivi: Luzzatti, A. Favaro, Bellati, P. Spica, Papadopoli, Da Schio, Molmenti, Stefani, Ferraris, G. B. De Toni, Ragnisco, Nasini, Vicentini, Verson, Brugi, Bonome, Catellani, Landucci, Biadego, Breda, Medin, Bertelli, Manfroni, Fradeletto, Arrigoni Degli Oddi; ed il socio corrispondente A. Forti.

Assistevano inoltre il Presidente della R. Accademia dei Lincei prof. Roiti, i professori Pirotta e Millosevich membri nazionali della Presidenza dei Lincei.

Giustificarono l'assenza i membri effettivi: Trois, Bernardi, Saccardo, Bassini, Occioni-Bonaffons, R. Massalongo, D'Arcais, Lazzarini.

Il Presidente rivolse un saluto ed un ringraziamento vivissimo alla Reale Accademia dei Lincei, che diede così larga e fraterna ospitalità al nostro Sodalizio scientifico. Commemorò quindi con nobilissime parole il compianto membro effettivo prof. Arrigo Tamassia, ricordando i meriti dello scienziato e del cittadino.

Il Presidente quindi fece menzione della circolare con cui fu disposto che i membri effettivi ed i soci corrispondenti potessero far pervenire alla Presidenza lavori da inserire negli Atti, durante la sospensione delle sedute. Fu conferita poi la pensione accademica rimasta vacante per la morte del m. e. prof. Sen. Veronese

al membro effettivo Prof. E. Verson, e si nominarono pure le seguenti Commissioni.

Commissione giudicatrice del premio di Fondazione Balbi-Valier i mm. ee.: Bassini, Bonome e il s. c. Lucatello.

Commissione per la scelta del tema del concorso a premio di Fondazione Querini Stampalia (Scienze morali) i mm. ee.: Papadopoli, Manfroni, Catellani.

Commissione per la scelta del tema del concorso a premio di Fondazione Cavalli (Scienze matematiche e fisiche) i mm. ee.: Ricci, Bordiga, D' Arcais.

Fu voto unanime dell'Assemblea di riprendere quanto prima i lavori accademici nella sede dell' Istituto, in quella Venezia che, imperterrita di fronte al nemico, attende sicura l' ora del trionfo delle armi italiane e della causa suprema della libertà del mondo.

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1917-918 - Tomo LXXVII - Parte prima.

INDICE GENERALE

PER AUTORI, PER NOMI E PER MATERIE

INDICE DELLA PARTE PRIMA

PER AUTORI E PER NOMI

PER MATERIE

ATTI

DEL

REALE ISTITUTO VENETO

DI

SCIENZE, LETTERE ED ARTI

TOMO LXXVII

(SERIE NONA - TOMO SECONDO)

ATTI

DEL

REALE ISTITUTO VENETO

DI

SCIENZE, LETTERE ED ARTI

ANNO ACCADEMICO 1917-918

TOMO LXXVII

(SERIE NONA - TOMO SECONDO)

PARTE SECONDA

VENEZIA

PRESSO LA SEGRETERIA DEL REALE ISTITUTO

PALAZZO LOREDAN SANTO STEFANO

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI.
Anno accademico 1917-918 - Tomo LXXVII - Parte seconda.

Sulla competenza dei magistrati municipali nella costituzione del tutore durante l'impero romano

NOTA DEL PROF. SIRO SOLAZZI

(presentata dal m. e. B. Brugi nell' adunanza ordinaria 8 luglio 1917)

1. Io risolvo negativamente il problema, se per diritto classico i magistrati municipali fossero competenti a dare i tutori. E la soluzione fondo sui dati che seguono.

Anzitutto argomento dai testi che accordano contro i magistrati municipali l' " a. subsidiaria „, poichè con questa non sono tenuti coloro " cui tutoris dandi ius est „. Cfr. D. 27. 8. 1 § 1 (ULP. 36 *ad ed.*) " neque praetor neque quis alius, cui tutoris dandi ius est, hac actione tenebitur „ ; Inst. 1. 24. 4 " neque autem praefectus urbis neque praetor neque praeses provinciae neque quis alius, cui tutores dandi ius est, hac actione tenebitur, sed hi tantummodo qui satisdationem exigere solent „. Senza voler giurare sull' immacolata genuinità dei passi citati, anzi fermamente credendo che non sia completa l' enumerazione delle magistrature ricordate nel luogo del Digesto e non sia classica quella delle Istituzioni " neque *praefectus urbis* rell. „, mi sembra ineccepibile la dottrina che esclude l' " a. subsidiaria „ contro i magistrati " cui tutoris dandi ius est „.

Le considerazioni opposte dal Mitteis (1) a questo argomento tradiscono l' imbarazzo in cui è messo il fautore della competenza dei magistrati municipali da D. 27. 8. 1 § 1. Si afferma che con " alii quibus tutoris dandi ius est „ Ulpiano pensasse ai presidi

(1) *Z. d. Sav. St. f. Rg.*, 29, p. 392.

delle provincie ed ai consoli. Ma il confronto del paragrafo delle Istituzioni non ci persuade ad accogliere tale spiegazione: è più probabile che, come il giureconsulto a cui attingeva il compilatore delle Istituzioni, così Ulpiano ricordasse nominativamente i consoli ed i presidi, e che i commissari del Digesto abbiano preferito di abbreviare la citazione, anzichè di emendarla con la sostituzione del " praefectus urbis ", come è stato fatto nelle Istituzioni. Nemmeno giova l'osservazione del Karlowa (1), cui aderisce il Mitteis, che Ulpiano si riferisse ai magistrati romani e non ai municipali. Se l'editto " de magistratibus conveniendis " si fosse applicato ai magistrati municipali, non ostante che avessero il " ius dandi tutoris ", il suo commentatore non avrebbe esonerato dalla sanzione edittale i magistrati *cui tutoris dandi ius est*, ma i magistrati *populi Romani*. Al contrario, poichè il commento rileva la circostanza che " tutoris dandi ius est ", questa deve essere la causa liberatrice e non già il carattere statuale della magistratura.

Se " cui tutoris dandi ius est " è genuino, ed il Mitteis riconosce infatti che " diese Wendung auch nicht nach Interpolation aussieht ", non vedo come si possa sfuggire alla conseguenza che il magistrato municipale, in quanto è tenuto con l' " a. subsidiaria ", non ha il diritto di dare il tutore. L'Anonimo a Bas. 38. 8. 1 nota χωρὶς τῶν στρατηγῶν = *exceptis magistratibus municipalibus;* ma egli ha in mente il diritto giustinianeo.

2. E che il magistrato municipale non avesse la " datio tutoris " nell'epoca classica si apprende anc' oggi dalle Inst. 1. 20. 4.

> Sed hoc iure utimur, ut Romae quidem praefectus urbis vel praetor secundum suam iurisdictionem, in provinciis autem praesides ex inquisitione tutores crearent, vel magistratus iussu praesidum, si non sint magnae pupilli facultates.

Troppo a buon mercato il Mitteis (2) si sbriga di questo passo, perchè è profondamente rimaneggiato. Io do a Giustiniano ciò che è di Giustiniano: il *praefectus urbis* (3), il *secundum suam iuris-*

---

(1) *Röm. Rechtsgesch.*, I, p. 596.

(2) Op. cit., p. 394. Cfr. anche ERMAN, *Z. d. Sav. St. f. Rg.*, 15, p. 248 sgg.

(3) Scrive il MITTEIS, p. 394 n. 2 che " ist der praefectus urbi aner" kanntermassen für die Konsuln eingesetzt ". E sono anch'io di questo avviso, non ostante FERRINI, *Bull. dell' Ist. di Dir. Rom.*, 13, p. 137 sgg.

dictionem (1) e forse anche *si non sint magnae pupilli facultates.* Resta allo scrittore classico *magistratus iussu praesidum*, che esclude un diritto autonomo di dare il tutore per i magistrati locali.

La notizia delle Istituzioni è confermata da D. 26. 7. 46 § 6 (PAUL. 9 *resp.*) " cum testamento duo tutores dati essent pupillo et alter ex his vita defunctus fuisset, in locum eius petente matre ex praesidis provinciae praecepto a magistratibus alius tutor datus est „; 27. 8. 1 § 5 (ULP. 36 *ad ed.*) " praeses ... si ad eos remiserit ... ut ipsi dent „; C. 5. 34. 6 (DIOCLETIAN. — a. 293) " quod dicis matrem filiis tutores nolle petere, super hac re adi praesidem provinciae, cum, si eam neglexisse perspexerit, etiam ipse magistratus dare tutores vel nomina mittere, ut ab ipso decreto tribui possint, iubere non prohibeatur „ (2). Cfr. anche D. 27. 10. 2 (PAUL. 1 *de off. procons.*) " sed et aliis dabit proconsul curatores ... vel dari iubebit „.

È importante sapere che il diritto di dare il tutore pei magistrati municipali dipendeva dal " iussus „ del preside o in generale del magistrato dello Stato romano, perchè, quando in altri luoghi il tutore appare dato dal magistrato municipale, noi potremo pensare o che il " iussus „ sia sottinteso o, se il diritto giustinianeo più non lo richieda, sia stato cancellato da Triboniano.

3. Un terzo argomento per negare che i magistrati locali avessero un diritto proprio di dare i tutori si ricava da D. 50. 1. 2 § 5 e C. 5. 32. 1, i quali attribuiscono al magistrato soltanto l' obbligo di curare che il pupillo non resti privo di tutori.

> ULPIANUS *l. 1 disputationum.* Sed si filius tutores dare non curaverit vel minus idoneos elegerit nec satis exegerit vel

(1) Allude alla ripartizione della competenza fra il prefetto ed il pretore che i Giustiniani hanno compiuto, interpolando " clarissimis „ nel § 2 di C. 5. 33. 1 ed aggiungendo il § 5, nonchè fabbricando la rubrica " de tutoribus et curatoribus illustrium vel clarissimarum personarum „.

(2) Sarebbe da citare anche D. 26. 3. 5 (PAPINIAN. 11 *quaest.*) " tutores a patruo testamento datos iussit praetor magistratus confirmare „; ma, pel dubbio non mi si obbietti altra essere la competenza a confermare altra quella a dare i tutori (cfr. MITTEIS, op. cit., p. 397 n. 1), lo lascio da parte.

non idoneum <*sponsorem*> acceperit (1), ipse quidem quin sit obstrictus, nulla dubitatio est: pater vero ita demum obligatur rell.

Imp. Antoninus A. Aristobulae. Magistratus eius civitatis, unde filii tui originem per condicionem patris ducunt vel (2) ubi eorum sunt facultates, tutores [vel curatores] his quam primum secundum formam perpetuam dare curabunt rell. (a. 215).

Ulpiano non avrebbe avuto ragione di adoperare la locuzione " dar*i* curaverit ", anzichè scrivere più brevemente e chiaramente " dederit ", se la *datio* avesse potuto decretarsi dal magistrato. Ulpiano diceva invece " dar*i* (3) curaverit " e vi contrapponeva " minus idoneos elegerit ", alludendo alla proposta dei tutori (chè altrimenti avrebbe detto " minus idoneos dederit "), perchè non competeva ai magistrati locali la *datio* del tutore.

4. Infine per la mia tesi depongono le interpolazioni dei passi, donde meglio e più chiaramente sarebbe attestato il " ius dandi tutoris " dei magistrati locali.

a) Un glossema ho sospettato (4) nel Vat. 191 (Ulp. *de off. pr. tut.*).

Numerus quoque liberorum a tutela excusationem tribuit

---

(1) Simile parmi l'alterazione di D. 27. 8. 1 § 11 " quod si satis " exegit et idoneum exegit ". Alcuni manoscritti hanno " elegit "; ma necessario è *sponsorem*, perchè il magistrato si libera da ogni responsabilità, se abbia ottenuto la " satisdatio " e se il garante sia idoneo.

(2) Il seguito " restituti apud patriam suam *et* ubi patrimonium habent " m'indusse già (*Tutele e curatele*, p. 42 n. 1) a dubitare che " *vel* " abbia sostituito *et*. A questo punto si riferiscono emblemi poco chiari. Col Vat. 232 e con D. 26. 5. 27 pr. non si accorda D. 26. 5. 1 § 2 (Ulp. 39 *ad Sab.*) " quod autem permittitur tutorem dare provinciae praesidi, " eis tantum permittitur, qui sunt eiusdem provinciae vel ibidem domi- " cilium habent " ed io credo ad un'interpolazione anzichè alla conciliazione patrocinata dal Loiseau, *Nouv. revue hist. de droit*, 10 (1886), p. 380 sgg.

(3) Ritengo che tanto nel frammento di Ulpiano quanto nel rescritto di Caracalla *dare* sia alterato o dai compilatori stessi o dal copista per " dari ". Prove dirette d'una simile alterazione non se ne possono offrire; il lettore l'ammetterà con me, se il presente studio riuscirà a convincerlo.

(4) *Tutele e curatele*, p. 33 n. 4.

civibus quidem Romanis earum tutelarum, quae Romae sunt iniunctae, a trium, earum vero, quae in municipiis Italicis iniunguntur, a quattuor numero liberorum: idque imperator noster et divus Severus Claudio Herodiano rescripserunt. Et ideo si quis a magistratibus municipalibus fuerit datus, quattuor numero liberorum debebit excusari.

Il periodo finale " et ideo... excusari „ non può riguardare i municipii provinciali, perchè all' " excusatio „ dalle tutele deferite nelle provincie sono necessarii 5 *liberi*. Ma, se la chiusa non estende ad altri municipii la regola posta da Severo e Caracalla per le tutele " quae in municipiis Italicis iniunguntur „, essa sarebbe poco meno che un' inutile ripetizione. " L' excusatio „ per il numero dei figli deve competere, chiunque sia il magistrato che ingiunge la tutela; dubitarne per i magistrati municipali, se avessero avuto il diritto di costituire il tutore, non sarebbe stato serio. Il rilievo è di per sè stesso tendenzioso.

b) Ho pure segnalata (1) l' alterazione di C. 5. 34. 5.

IMPP. DIOCLETIANUS ET MAXIMIANUS AA. ET CC. AELIANAE. Neque a praeside alterius provinciae neque a magistratibus municipalibus tutorem ortum ex alia civitate nec domicilium ubi nominatur habentem iure dari posse ab eo, cuius iurisdictioni subiectus non est, certissimi iuris est rell.

È evidente l' anacoluto in " neque *a praeside*... dari posse *ab eo* rell. „. Poichè non è possibile eliminare " cuius iurisdictioni subiectus non est „, dovrà cercarsi il guasto nella prima frase " neque a praeside... neque a magistratibus municipalibus „; sicchè in ogni caso, sia o no genuina la menzione dei magistrati municipali, il testo non prova che loro spettasse la *datio*. Potrebbe Diocleziano averli ricordati, perchè da essi " nominatur „ il tutore; potrebbe aver detto chiaramente che la dazione è compiuta dai magistrati dietro ordine del preside; potrebbe essere tutto insiticio " neque a praeside... neque a magistratibus municipalibus „. Ciò che importa e toglie al passo l' efficacia probatoria è che nel punto interessante pel nostro tema si scorge un segno certo d' interpolazione.

(1) *La minore età*, p. 248 n. 3.

c) Più d' una lancia ho spezzato [1] contro la genuinità di D. 27. 8. 1 § 6.

> ULPIANUS *l. 36 ad edictum.* Magistratibus imputatur etiam, si omnino tutor [vel curator] datus non sit: sed ita demum tenentur, si moniti non dederint. Ideo damnum, quod impuberes [vel adulescentes] medio tempore passi sunt, ad eos magistratus pertinere non ambigitur, qui munere mandato non paruerunt.

A me pare che " si omnino tutor datus non sit " e " si moniti non dederint " rispondano a due diverse concezioni. La prima proposizione addossa al magistrato la responsabilità della mancata " datio "; l' altra l' obbliga a dare il tutore. Quella presuppone il dovere di curare che al pupillo sia dato un tutore, come è stabilito in D. 50. 1. 2 § 5 e C. 5. 32. 1; questa presuppone nel magistrato il potere di dare il tutore. Dico che " si moniti non dederint " implica la facoltà di dare il tutore, perchè *moniti* mi sembra alludere ad un atto del privato e non ad un comando dell' autorità statuale. Ma a questa si richiamano invece le parole " qui munere mandato non paruerunt ", si voglia o no inserire col Mommsen *iniuncto* dopo " munere ". Il testo giustinianeo pencola dunque fra varie ed opposte idee, che diverse mani vi hanno mescolato.

d) Il più categorico dei testi invocati dalla dottrina ch' io ripudio è D. 26. 5. 3; ma la critica non può rispettarlo.

> ULPIANUS *l. 36 ad edictum.* Ius dandi tutores datum est omnibus magistratibus municipalibus eoque iure utimur, sed illum, qui ab eodem municipio vel agro eiusdem municipii est.

La sconcordanza fra " ius dandi *tutores* " e " sed *illum* rell. " fu già avvertita dagli editori, che suggeriscono di emendare *tutorem*. Senonchè il rimedio è inadeguato, dove a spezzare il discorso " ius dandi *tutorem* datum est omnibus magistratibus municipalibus, sed illum rell. " interviene " eoque iure utimur ". La coesione di questi materiali non è in tal modo che sarebbe stata effettuata da Ulpiano. La forma è assai negletta: *ius dandi . . . datum est.* Ad una proposizione che enuncia la norma i classici fanno seguire " eoque (quo) iure utimur ", ma non così che già nella

(1) *Curator impuberis*, p. 107.

proposizione antecedente la norma sia stata qualificata diritto: *ius dandi... est eoque iure utimur!* Se il diritto di costituire i tutori fosse stato attribuito ai magistrati municipali, chi mai poteva dubitare che questo fosse il diritto vigente? *Datum est* lascia desiderare l'indicazione di una fonte positiva e la congettura dell' Erman [1] che il riconoscimento della competenza municipale sia dovuto ad un senatoconsulto non è appoggiata da alcuna prova. L'interpolatore pensava alla costituzione di Giustiniano [2] ma non poteva indicarla espressamente, chè l'anacronismo sarebbe stato troppo sfacciato.

c) Non sembrano dubbie le interpolazioni di D. 26. 4. 5 §§ 2 e 3.

> Ulpianus *l. 35 ad edictum.* In legitimis et in his, qui a magistratibus dantur, quaesitum est, an uni decerni tutela possit. Et ait Labeo et uni recte tutelam decerni: posse enim aliquos [3] vel absentes vel furiosos esse: quae sententia utilitatis gratia admittenda est, ut uni decernatur administratio. **3**. An ergo et provocare se invicem secundum superiorem clausulam possint? Et magis est, ut, si omnes satis non dederint vel si finita est satisdatio (nonnumquam enim satisdatio ab eis non petitur, aut satis desinit esse cautum, aut magistratus municipales ab his quos dederint aut non potuerunt aut noluerunt satis exigere), posse dici etiam in his, quo casu cautum non est, admittendam provocationem.

Sul § 2 aprì la critica il Peters [4], che ritenne aggiunto " in legitimis ". Anche il Taubenschlag [5] cancella queste parole e di più sostituisce " praetore " a " magistratibus ". Io credo di aver dimostrato [6] che Ulpiano doveva trattare dei tutori legittimi e non poteva trattare dei tutori dati dai magistrati di qualunque specie. Sarebbe assurdo infatti che il magistrato scegliesse i tutori tra i furiosi (" posse enim... furiosos esse ") e non è

---

(1) *Z. d. Sav. St. f. Rg.*, 15, p. 252 sgg. Quest'autore ritiene altresì che il riconoscimento sia avvenuto indirettamente ed implicitamente.

(2) C. 1. 4. 30 richiamato in Inst. 1. 20. 5.

(3) *Reliquos* corregge Mommsen.

(4) *Z. d. Sav. St. f. Rg.*, 32, p. 229.

(5) *Vormundschaftsrechtliche Studien*, p. 22.

(6) *Tutele e curatele*, p. 15 sgg.

questionabile seriamente che il magistrato, il quale dà i tutori, abbia anche la facoltà di attribuire ad uno la " gestio „ L' interpolazione di " et in his, qui a magistratibus dantur „ è dunque da annoverarsi fra le più certe. Dubbio può essere soltanto il significato della frase. Comprende forse tutte le autorità che costituiscono i tutori (1) ovvero " magistratibus „ allude anche qui, come quasi sempre in tema di tutela, ai funzionarii municipali?

Preferibile è la seconda ipotesi (2). Il fine, che si propone Ulpiano cercando se fra tutori legittimi " uni decerni tutela possit „, è di stabilire l' applicabilità ai legittimi della *superior clausula*, cioè della clausola edittale che prevede la " satisdatio „ volontaria. Accertato che la seconda clausola, con cui il pretore si riserva la facoltà di affidare l' amministrazione ad uno fra più tutori testamentarii, vale anche per i tutori legittimi, il giureconsulto si domanda " an ergo et provocare se invicem secundum superiorem clausulam possint „. Naturalmente fra tutori legittimi la " provocatio satisdationis „ può aver luogo solo nel caso che essi non siano obbligati alla " satisdatio „; il che, per quanto si può desumere dal § 4 del nostro frammento, si sarebbe verificato a riguardo dei patroni. Ora una circostanza comune ai tutori legittimi ed a quelli dati dai magistrati municipali (non invece a quelli dati dai magistrati dello Stato romano) era che di regola dovessero gli uni come gli altri prestare la " satisdatio „. Tale circostanza ha indotto l' interpolatore ad estendere ai tutori dati dai magistrati municipali il ragionamento svolto da Ulpiano per i legittimi. E poichè piacque ai commissarii giustinianei di decidere che tutti i tutori menzionati potessero offrire la " satisdatio „, si videro costretti a dimostrare che vi sono tutori legittimi e tutori dati dalle autorità municipali i quali non prestano la cauzione necessaria.

La dimostrazione è infelice e non giova allo scopo, perchè non è l' omissione nel singolo caso della " satisdatio „ che può far luogo alla " provocatio „, bensì l' inesistenza dell' obbligo di

(1) Come parmi comprenda l' interpolato " a magistratibus „ di D. 26 7. 24 § 1 (PAUL. 9 *ad ed.*). Cfr. *Tutele e curatele*, p. 18.

(2) Che è resa più certa dal § 3, dove i magistrati sono qualificati *municipales*.

prestarla. E l' obbligo pei tutori legittimi esiste sempre, anche se " satisdatio ab eis non petitur aut satis desinit esse cautum „. Nell' ultimo caso, se cioè gli sponsori cessino di essere idonei, come nel primo, ognuno dei tutori legittimi ha il diritto di rivolgersi al magistrato perchè il tutore gerente presti la cauzione o sia sospeso dall' amministrazione; non ha il diritto di ricorrere alla " provocatio satisdationis „. Stranissima è l' ipotesi che i magistrati municipali non possano o, peggio, non vogliano esigere la " satisdatio „. Male incoglierà a quei funzionari che non vogliono adempiere il loro dovere; esigere la " satisdatio „ è sempre possibile pel magistrato; a volte sarà impossibile la prestazione pel tutore, che sarà rimosso.

La " datio „ dei magistrati municipali è dunque interpolata nei §§ 2 e 3 del fr. 5 D. 26. 5.

f) Ha minor peso, ma non è affatto trascurabile l' emblema di C. 5. 75. 1.

> Imp. Antoninus A. Muciano. Si magistratus a tutoribus [seu curatoribus], quos tibi dederunt seu nominaverunt, stipulati sunt se eo nomine indemnes futuros inque eam rem fideiussores acceperunt extra rem salvam fore satisdationem, actio, quam adversus tutores [seu curatores] tuos instituisti, alienam obligationem non resolvit. 1. Sed adversus magistratus qui [curatorem] *tutorem* dederunt actio utilis ita demum competit, si universis bonis excussis revocatisque, quae eum in fraudem alienasse constiterit, indemnitati tuae in solidum satisfieri non potuit rell.

Che in " dederunt seu nominaverunt „ uno dei due verbi sia interpolato, non ha bisogno di dimostrazione (1), quando si rifletta che il petente deve aver narrato il fatto (*datio* o *nominatio*) nella supplica. Che *dederunt* sia il verbo aggiunto, parmi resultare sia dalla circostanza che nel § 1 i compilatori conservano una sola ipotesi e precisamente quella che più hanno a cuore (" dederunt „), sia dalla stipulazione dell' indennità. Se i magistrati avessero dato il tutore, si sarebbero fatti promettere la " stipulatio rem salvam fore „, osservando l' obbligo che avevano di richiederla e ad un tempo provvedendo alla propria tranquil-

(1) Cfr. *La minore età*, p. 153.

lità; ricorrono invece alla " stipulatio se eo nomine indemnes futuros ", perchè, proponendo il tutore, non possono in questo momento pretendere la " cautio r. p. s. f. ", ma vogliono essere garantiti contro la responsabilità inerente alla " nominatio ".

La dimostrazione dell'emblema acquista maggior rilievo per il seguente dato statistico. Una metà delle costituzioni del Codice (1) rappresentano i magistrati locali come *nominatores* e non come datori del tutore: cfr. C. 5. 62. 14 (GORDIANUS - a. 239); 5. 75. 4 (GORDIAN. - a. 242); 5. 75. 5 (DIOCLETIAN. - a. 294 ?) (2).

L'ultimo rescritto è particolarmente importante, perchè ricorda il senatoconsulto che sotto Traiano ha introdotto l'azione utile contro i magistrati municipali: " in magistratus municipales tutorum nominatores... actionem utilem *competere* ex senatus consulto, quod auctore divo Traiano factum est, constitit " (3).

5. Le interpolazioni, che siamo venuti constatando, gettereb-

---

(1) Prevedono la " datio " C. 5. 42. 1 (VALERIAN. et GALLIEN. — a. 259); 5. 46. 1 (ALEXANDER — a. 234); 5. 75. 3 (GORDIAN. — a 238) ed anche 4. 26. 1 (SEVER. et ANTONIN. — a. 196) che suppone " a magistratibus " tutor constitutus ". " Nec iure magistratum in absentiam tuam alium " creasse certum est " di C. 5. 34. 10 (DIOCLETIAN. — a. 294) è dubbio che alluda ad un magistrato municipale ed appartiene ad un testo molto rimaneggiato (vedi *Curator impuberis*, p. 36).

(2) Di " nominatio " parla anche C. 5. 33. 1 § 5 (VALENTIN. THEOD. et ARCAD. — a. 389); ma è interpolato e *nominare* parmi usato nel senso di " dare ". Si può citare qui invece D. 27. 1. 15 § 9 (MODESTIN. 6 *excusat.*), che al magistrato locale attribuisce la " nominatio " (χειροτονία): vedi più avanti il num. 10.

(3) È certo che i magistrati al tempo di Ulpiano (D. 27. 8. 1 § 2) ed anzi di M. Aurelio, del quale il giureconsulto cita un rescritto, erano tenuti anche per la " datio " di un tutore non idoneo. Ma è logico che Traiano nel suo senatoconsulto affermasse soltanto la responsabilità per la " nominatio ", poichè la delega della " datio " è stata permessa ai governatori delle provincie soltanto da un' *oratio divi Marci* (D. 26. 5. 1 § 1 ULP. 39 *ad Sab.*) " legatus quoque proconsulis ex oratione divi Marci " tutorem dare potest ". E pare entro certi limiti: cfr. D. 26. 5. 8 pr. ULP. 8 *de omn. trib.* " nec mandante praeside alius tutorem dare poterit ". Si sa che in quest'opera ulpianea i nomi delle antiche magistrature sono stati cancellati e nascosti sotto il " praetor vel praeses "; ad ogni modo, se il fr. 8 pr. è genuino, esso escluderà una delegazione permanente, non quella consentita di volta in volta, che nei rapporti fra preside e magistrati municipali è ampiamente e sicuramente attestata.

bero qualche ombra sui passi che descrivono il tutore come dato dai magistrati municipali. Ma dobbiamo e possiamo esser cauti (1), considerando che i classici non erano obbligati a ricordare pedantescamente che era intervenuto il necessario " iussus „ dell' autorità statuale ogni volta che cadesse il discorso sopra tutori dati dal magistrato municipale. Eppure talvolta o traspare qual fosse veramente il diritto classico o balena il sospetto di un' alterazione.

L' una e l' altra cosa forse occorrono in D. 26. 5. 19 pr.

Paulus *l. 16 ad Plautium.* Ubi absunt hi, qui tutores dare possunt, decuriones iubentur dare tutores, dummodo maior pars conveniat: ubi non est dubium, quin unum ex se dare possint. 1. Magistratus municipalis collegam suum quin dare tutorem possint (2), non est dubium.

È probabile che nell' escerpire il frammento le prime parole siano state ritoccate. Certo Paolo in tanto potè scrivere " hi, qui tutores dare possunt „, che sarebbero i duumviri, in quanto li aveva indicati per nome precedentemente; ed allora è chiaro che deve anche avere spiegato sotto quali condizioni il magistrato municipale possa dare il tutore. Che si richieda un " iussus „ resulta anche dal testo (" decuriones *iubentur* dare tutores „), a meno di supporre che esso commenti una *lex municipalis*.

Come ebbi già ad osservare (3), l' esposizione di D. 27. 8. 1 pr. non è immune da critiche. Premesso che " in ordinem subsidiaria actio non dabitur, sed in magistratus „ e che non sono tenuti con essa nè i *nominatores* nè i *fideiussores* dei magistrati, il testo continua: " Sed si ordo receperit in se periculum, dici debet teneri eos, qui praesentes fuerunt: parvi enim refert, nominaverint vel fideiusserint an in se periculum receperint: utilis ergo in eos actio competit. Sed si a magistratibus municipalibus tutor datus sit, non videtur per ordinem electus „.

---

(1) Il tentativo del Mommsen, *Stadtrechte*, p. 439 n. 1 = *Jur. Schriften* I, p. 331 n. 139 di convertire la " datio „ in una " nominatio „, che non tecnicamente sarebbe stata designata col primo nome, è davvero inefficace, tanto più che il linguaggio di epoca più recente ci mostra il processo inverso della " nominatio „ che passa a significare la " datio „: cfr. *Curator impuberis*, p. 116 n. 3.

(2) Così la Fiorentina, ma gli editori emendano *possit*.

(3) *Tutele e curatele*, p. 33 n. 4.

Rispondono i decurioni presenti alla seduta, se abbiano assunto sopra di sè il pericolo della costituzione del tutore; poichè in tal caso sono equiparati al fideiussore e al " nominator ". È degno di nota che il paragone non sia fatto anche con quelli che " dederint tutorem ". E tanto più strana riesce l'osservazione finale " sed si.... electus ", dopo che la " datio " da parte dell'*ordo* non è stata prevista nel ragionamento precedente ed il rifiuto dell' " a. subsidiaria " contro l'*ordo* escludeva in modo non dubbio che esso potesse riguardarsi come elettore del tutore dato dai magistrati (1).

In D. 27. 8. 2 (ULP. 3 *disputat.*) è proposto il caso " duos tutores a magistratibus municipalibus datos cautione non exacta rell. " e non si sa a qual titolo i magistrati abbiano compiuto la " datio ", se per delegazione del preside o altrimenti; ma si sa di sicuro, per i brani delle *Disputationes* conservateci dalla pergamena di Strassburgo, che il fr. 2 non riproduce integralmente la trattazione di Ulpiano (2) e a me pare nell'elissi del verbo di " datos " — *esse datos?* — di scorgere il punto d'incisione della forbice tribonianea (forse l'originale diceva "... iussu praesidum esse datos rell. "?).

6. — Anche la regola che il tutore dato dal magistrato municipale debba sempre prestare la " satisdatio " (D. 27. 8. 1 § 11) è un indice, a mio avviso, che quel magistrato non ha il " ius tutoris dandi ". Per i magistrati dello stato romano l' " inquisitio " dispensa dalla " satisdatio ": cfr. D. 26. 3. 2; 26. 5. 13 § 2; 27. 10. 8; Inst. 1. 24 pr.; C. 5. 42. 4. Ma il magistrato municipale

(1) Il KRÜGER ad h. l. segnala come interpolati *fideiusserint* e *competit*, ma la prima interpolazione è dubbia.

In D. 38. 17. 2 § 44 (ULP. 13 *ad Sab.*) " tractari belle potest, si pu- " pillo amplum legatum sub condicione sit relictum *si tutores non ha-* " *buerit* et propterea ei mater non petierit... an constitutio cesset... " quod et in magistratibus municipalibus tractatur apud Tertullianum: " et putat dandam in eos actionem, quatenus plus esset in damno quam " in legato " l'attività dei magistrati, per la cui omissione rispondono, non è altrimenti specificata. Perciò a torto si crederebbe che essi avessero trascurato di compiere la " datio "; con altrettanta ragione almeno si può pensare che l'obbligo loro sarebbe stato di proporre che fosse dato un tutore.

(2) Cfr. LENEL, *Z. d. Sav. St. f. Rg.*, 24, p. 419.

deve in ogni caso richiedere la cauzione, sebbene si possa verosimilmente ritenere che, essendo responsabile della " datio ", egli non s' induca ad attribuire la tutela, quando è delegato dalla legittima autorità, senza un' indagine preventiva sull' idoneità del tutore. La condizione del magistrato municipale è opposta a quella del pretore in un testo di Papiniano (D. 26. 3. 5) che io prima d' ora non ho inteso esattamente.

> PAPINIANUS *l. 11 quaestionum.* Tutores a patruo testamento datos iussit praetor magistratus confirmare: hi cautionem quoque accipere debuerunt nec voluntas eius, qui tutorem dare non potuit, neglegentiam magistratuum excusat. Denique praetor non ante decretum interponere potest quam per inquisitionem idoneis pronuntiatis. Unde sequitur, ut, si tutelae tempore solvendo non fuerunt, in id, quod de bonis eorum servari non possit, contra magistratus actio decernatur.

Io osservavo (1) che, se l' idoneità fosse stata accertata " per inquisitionem ", la cauzione non sarebbe stata più necessaria e " denique.... pronuntiatis " sembrava una critica, certo non papinianea, al pretore che delegò ai magistrati municipali la conferma dei tutori. Ma il ragionamento del giureconsulto è quest' altro: poichè il pretore deve far precedere l' " inquisitio " al decreto di conferma, il magistrato municipale dovrà esigere la " satisdatio ". Non è che Papiniano ignori o dimentichi come anche i duumviri potrebbero avere inquisito sul tutore soggetto a conferma; ma l' inquisizione del magistrato locale, cui manca il " ius tutoris dandi ", non ha l' efficacia dell' inquisizione compiuta dal magistrato romano e perciò non può esonerare dalla " satisdatio ".

7. — La nostra disamina delle fonti non è dunque svantaggiosa alla parte negativa della dottrina del Mommsen (2), che " die Vorsteher der römischen Gemeinden nicht das Recht hatten,

---

(1) *Tutele e curatele*, p. 9 n. 3.

(2) *Stadtrechte*, p. 438 = *Gesamm. Schriften*, I Abth. *Iur. Schr.*, I, p. 331. La parte positiva della dottrina mommseniana è criticabile: 1) perchè " höchstens " non mette nel conto la " datio iussu praesidis "; 2) perchè la " nominatio " non è tanto un diritto quanto un obbligo dei magistrati municipali (vedi i testi esaminati nel n. 3).

für Frauen und Unmündige ihres Sprengels Vormünder zu bestellen (dare), sondern höchstens nur das, solche dem bestellenden Staatsbeamten vorzuschlagen (nominare) „. Certo esagera il Mitteis (1), affermando che questa dottrina per i municipii di diritto romano sia *sicuramente* erronea.

Non è vero che le stieno contro i testi delle Pandette, dove si parla di una " datio „ dei magistrati locali. Qual conto si possa fare della dichiarazione di D. 26. 5. 3 fu spiegato in 4 *d*; il Vat. 191 non è genuino (vedi 4 *a*); D. 50. 1. 2 § 5 non prova che i magistrati municipali fossero competenti a dare il tutore (vedi 3). D. 27. 8. 1 § 11 (Ulp. 36 *ad ed.*) valuta la responsabilità del magistrato che dà il tutore e non aveva bisogno di rammentare le condizioni sotto le quali compete la " datio „; D. 26. 5. 19 § 1 (Paul. 16 *ad Plaut.*) ammette che il magistrato possa dare a tutore il suo collega e fa seguito a quel fr. 19 pr., di cui ragionammo nel n.° 5. I due ultimi passi sono giustificati per ciò solo che esiste una " datio iussu praesidis „. E lo stesso è a dire di D. 26. 7. 53 (Paul. 2 *decret.*). Di ciò che il Mitteis ha osservato in confutazione del Mommsen resta soltanto la testimonianza indiretta, che egli desume dal c. 29 della legge di Salpensa. Il diritto di costituire i tutori, attribuito ai magistrati di questa colonia latina, sarà da trattare come una singolarità ovvero si dovrà ritenere modellato su quello vigente per i magistrati dei municipii italici? Io non credo di poter rigettare senz' altro questo argomento d' analogia, che potrebbe in certo modo trovare appoggio nell' interpolato D. 26. 5. 3 " ius dandi tutores datum est omnibus magistratibus municipalibus „. *Omnibus* scrive l' interpolatore: forse Ulpiano lo riconosceva ad alcuni o, più esattamente, ai magistrati di alcuni municipii? Ma l' argomento non è perentorio. D. 26. 5. 28 ci rappresenta i magistrati dei municipii italici nell' atto di compiere la " nominatio „ e non la " datio „ del tutore.

> Paulus *l. 2 decretorum.* Romanius Appulus ab iudice appellaverat dicens se non debuisse dari in tutela collegam ei, quem ipse, cum magistratus esset, nominasset suo periculo, ne in una tutela duplex periculum sustineret. Decrevit im-

(1) Op. cit., p. 391. Cfr. anche Karlowa, op. cit., II, p. 286.

perator posse quem et fideiussorem pro tutore esse et nihilo minus tutorem dari: itaque detentus est in tutela.

Che " iudice " sia interpolato è certissimo: un *iudex*, assunta la parola nel significato classico, non poteva dare tutori. " Iudice " non può sostituire il pretore o il preside, perchè Triboniano non avrebbe avuto motivo di cancellare il nome di questi magistrati; non può sostituire il *praefectus urbi*, perchè con l'opinione dominante è da ritenersi che il prefetto non avesse la competenza a dare il tutore nell'epoca classica e la possiede invece nel diritto giustinianeo. " Iudice " sta in luogo del console o del *iuridicus*. Se rifletto che i compilatori hanno spesso mutato " consul " con " iudex " [1], propenderei a credere che il magistrato, contro il decreto del quale Appulo appellava all'imperatore, fosse il console; sicchè il municipio di Appulo avrebbe appartenuto all'*urbica dioecesis*. Ma potrebbe anche darsi che Appulo fosse stato magistrato di un municipio sito *in regionibus iuridicorum* ed in tal caso il decreto appellato sarebbe stato emesso dal *iuridicus*. Ad ogni modo si tratta qui di un municipio italico e il suo magistrato non *dat*, ma *nominat* il tutore.

8. — A parte la questione per i municipii italici (e quella per i municipii latini, che il Mitteis, op. cit., p. 393 alla stregua della *Lex Salp.* 29 equipara agli italici), il problema si discute più vivamente per i municipii peregrini. E si domanda se dopo la costituzione di Caracalla i magistrati di questi municipii abbiano conseguito il diritto di dare un tutore secondo le leggi romane ai pupilli ivi domiciliati. Alla quale domanda io credo appunto che i testi illustrati e le considerazioni da me svolte nei num. 1-6 autorizzino una risposta francamente negativa.

Il Mitteis [2] è invece d'opinione che coi testi del *Corpus iuris* non si approdi a nessuna decisione. Le Inst. 1. 20. 4 sono messe da banda, perchè non si sa quanto il passo sia genuino e perchè potrebbe appartenere ad un autore dell'epoca più remota, per es. a Gaio, sicchè nulla attesterebbe per il tempo di

---

(1) Questo punto è specialmente trattato in un mio lavoro di prossima pubblicazione *L'opera dei consoli nell'evoluzione della tutela*. Intanto si vedano i libri *de officio consulis* nella Palingenesia.

(2) Op. cit., p. 394 sgg.

Caracalla. Ma è impresa vana il volersi ribellare ad un' esplicita dichiarazione di Giustiniano (1). Si potrà discutere circa la portata della consuetudine, per la quale i presidi avrebbero rimesso la " datio „ del tutore ai magistrati " si non sint magnae pupilli facultates „ ; intendo dire che non sappiamo se questa fosse una pratica costante, se l' ammontare del patrimonio fosse determinato, magari con una cifra varia nelle diverse provincie, e vai dicendo. Ma non si può accusare di mendacio l' imperatore, quando nel § 5 afferma di aver disposto che " nec exspectata iussione praesidum... si facultas pupilli vel adulti usque ad quingentos solidos valeat „ siano i tutori e i curatori creati dai *defensores civitatum* insieme col vescovo e con altre pubbliche autorità. È dunque soltanto la c. 30 C. 1. 4 dell' a. 531 che ha dispensato l' ἔκδικος e lo στρατηγός della città dal bisogno di attendere l' autorizzazione del preside.

Fermato questo punto, i passi, in cui il preside utilizza i magistrati locali solo per la *nominatio* (D. 27. 8. 1 §§ 2-5, 10 di Ulp. 36 *ad ed.*; 26. 5. 24 di Paul. 9 *resp.*), ovvero delega loro la *datio* (2), non si possono eliminare a cuor leggero, spiegando che il diritto dei magistrati locali cessava di fronte a tutori che non appartenevano al loro territorio e che tale diritto concorreva con quello dei presidi. La spiegazione sarebbe plausibile, perchè necessaria, se fosse accertato pei magistrati municipali un diritto indipendente di dare il tutore. Ma è accertato al contrario che il diritto veniva loro delegato dal preside.

9. — D' altro canto io non aderisco all' opinione del Rudorff (3), che i testi, i quali parlano di " datio „ autonoma, si riferiscano a città dalla costituzione italica o latina situate nelle provincie. Benchè, per quanto ho detto nel n.° 7, non escluda assolutamente la possibilità di un regime speciale a quelle due classi di municipii, pure il riferimento proposto dal Rudorff per tutti i passi che qui vengono in considerazione mi sembra obbe-

---

(1) L' opposizione tra la nuova dottrina papirologica e quello che affermano le Istituzioni è avvertita anche dal Costa, *Storia del dir. rom. priv.*, p. 107 n. 1.

(2) Cfr. D. 26. 7. 46 § 6; 27. 8. 1 § 5; C. 5. 34. 6 citati sopra nel n. 2.

(3) *Vormundschaft*, I, p. 363 a n. 24.

dire ad un criterio preconcetto. Ed infatti, studiandoli singolarmente, vi è luogo a distinzioni e riserve parecchie.

Lasciamo fuori C. 5. 32. 1, che ai magistrati assegna il compito di curare che i pupilli abbiano i tutori e non di darli (vedi n.° 3), e C. 5. 34. 5, che è interpolato (vedi n.° 4 b); e portiamo la nostra attenzione su D. 27. 8. 1 § 2.

> Ulpianus *l. 36 ad edictum.* Si praeses provinciae denuntiare magistratus tantum de facultatibus tutorum voluit, ut ipse daret, videamus, an et quatenus teneantur. Et extat divi Marci rescriptum, quo voluit eos, qui praesidi renuntiant, non perinde teneri atque si ipsi dedissent, sed si deceperunt, gratia forte aut pecunia falsa renuntiantes (1). Plane si praeses provinciae satis eos exigere iussit, non dubitabimus teneri eos, etiamsi praeses dederit.

La richiesta d' informazioni sulle facoltà del tutore può originare la medesima responsabilità della " datio "; il che, a mio avviso, significa due cose: 1) che la " datio " non costituisce un diritto proprio del magistrato, il quale altrimenti non sarebbe tenuto; 2) che la " datio " è ordinata dal preside, come dal preside è richiesta la " denuntiatio de facultatibus ".

D. 27. 8. 1 § 7 prevede che i magistrati " data opera tutelam distulerint in successores suos " e decide " nihil eis prodesse ". Non mi sembra dubbio che il pericolo addossato ai successori sia quello inerente alla " datio tutoris ", ma appunto per questo carattere la " datio " non è indipendente.

D. 27. 8. 1 § 9 discute l' efficacia del patto concluso fra duumviri " ut alterius tantum periculo tutores darentur "; e anche qui il trattarsi di una " datio cum periculo " esclude che ai magistrati competa il " ius dandi tutores ". Per lo stesso motivo l'autonomia della " datio " non è ammissibile in D. 27. 8. 7 (Celsus 11 *dig.*) " in magistratus qui tutorem dederunt rogo rescribas utrum pro virili portione actio danda sit rell ".

Un autonomo diritto di dare il tutore pei magistrati municipali non si può desumere neanche dallo sch. Sinait. 19. 52, in cui si riferisce aver detto Ulpiano ὅ[τι] καὶ ὁ το[π]ο[τηρητὴς τῶν

---

(1) Lasceremo indeciso se " gratia forte ... renuntiantes " non sia spurio.

στ]ρατηγῶν δίδωσιν ἐπ[ίτ]ροπον. Nessun dubbio che gli στρατηγοί siano i magistrati municipali, ma la dichiarazione che anche il loro rappresentante può compiere la " tutoris datio „ non determina la natura di questa. È una " datio „ delegata o spetta direttamente agli στρατηγοί? L'incertezza su questo punto impedisce allo scolio di far prova in qualsivoglia senso e non occorre nemmeno obbiettare (1) che Ulpiano potrebbe aver discorso solo dei magistrati italici e latini.

Più salda base si direbbe che trovasse l'avversa teoria in D. 27. 8. 1 § 10 (Ulp. 36 *ad ed.*) e 26.5.24 (Paul. 9 *resp.*), due leggi geminate, di cui la seconda più completa mostra che Ulpiano riproduceva una costituzione di Marco e Vero a Cornelio Proculo proconsole d'Asia (2).

> Paulus *l. 9 responsorum*. Divi Marcus et Verus Cornelio Proculo. Si quando desint in civitate, ex qua pupilli oriundi, qui idonei videantur esse tutores, officium sit magistratuum inquirere ex vicinis civitatibus honestissimum quemque et nomina praesidi provinciae mittere, non ipsos arbitrium dandi sibi vindicare.

È facile argomentare da questo rescritto che l'arbitrio censurato dagli imperatori fosse quello di dare tutori, scegliendoli fuori della città da cui originava il pupillo, ma che i magistrati avessero facoltà di dare il tutore concittadino (3). Tuttavia è anche lecita un'altra interpretazione. Il problema se i magistrati locali potessero dare a tutore un forestiero nasce anche nel caso della " datio „ delegata dal preside, e non vi sarebbe nulla di strano che Marco e Vero, non ostante il " iussus praesidis „, negassero ai duumviri la facoltà di prendere il tutore fuori del loro territorio. Anzi io dico che una questione seria è proponibile solo nel caso che i magistrati municipali agiscano per mandato del preside. Forti di questo mandato, essi potevano sentirsi autorizzati a ricercare il tutore fuori, quando non ne trovavano nessuno

(1) Cfr. Mitteis, op. cit., p. 401.

(2) Cfr. *Corpus inscr. lat.* VI 1387 e 1388; D. 48. 18. 1 § 4 (Ulp. 8 *de off. procons.*).

(3) Cfr. Mitteis, op. cit., p. 400, che tuttavia ammette si possa trattare di municipii di diritto italico o latino.

idoneo nella cerchia del loro municipio; ma sembra difficile che potessero affacciare simile pretesa, se avessero agito " iure proprio ", chè allora il diritto non li avrebbe evidentemente assistiti al di là della propria giurisdizione. Il principio stabilito dalla costituzione di Marco e Vero sarà dunque che il " iussus praesidis " non possa aver esito, quando un tutore idoneo non sia reperibile nel municipio i cui magistrati sono stati incaricati della " datio "; in quest' evenienza bisogna tornare al sistema della " nominatio ", affinchè il tutore sia costituito dal preside, che ha il potere di sceglierlo in tutto il territorio sottoposto alla sua giurisdizione.

In D. 38. 17. 2 § 23 Ulp. 13 *ad Sab.* commenta il rescritto di Severo a Cuspio Rufino che nega il " ius vindicandorum sibi bonorum intestatorum filiorum " alla madre, la quale abbia trascurato la " tutoris petitio ".

> .... Et quidem si non petit, incidit: ait enim " vel non petere ". Sed a quo non petere? Loquitur quidem de praetore constitutio: sed puto et in provinciis locum habere, etiamsi a magistratibus municipalibus non petat, quoniam et magistratibus municipalibus dandi necessitas iniungitur.

Il Mitteis (1) accenna alla possibilità che Ulpiano abbia scritto " et in Italia " ovvero " et in regionibus iuridicorum " anzichè *et in provinciis*. È probabile infatti che Ulpiano rilevasse l' applicabilità della costituzione anche in Italia; ma non per questo si ha motivo di credere che dovesse e potesse dimenticare le provincie. La mutilazione del testo è palesata dallo scarso rigore logico del periodo " constitutio.... et in provinciis locum habere, etiamsi a magistratibus municipalibus non petat, quoniam rell ". Alla madre si applica la costituzione, *se* non chiede, *perchè* non chiede il tutore ai magistrati competenti; la concessiva *etiamsi* è sbagliata. Calzerebbe invece con una proposizione principale, che dicesse aver la madre assolto il suo dovere, anche se domandi il tutore ai magistrati municipali ecc. Ed in tal senso io m' immagino la ricostruzione del passo originario.

Che i provinciali chiedessero il tutore ai magistrati del loro municipio, è un procedimento semplice e naturale. Si tratta di vedere se alla loro volta i magistrati potessero dare il tutore o

(1) Op. cit., p. 395.

funzionassero come organi di trasmissione al preside della “ petitio „. In tale funzione d'intermediarii noi li vediamo in D. 26. 5. 29 (PAUL. *l. sing. de cognit.*): “ si peregre agant qui tutores vel curatores dati sunt, ut intra diem trigesimum notum his a magistratibus fiat, divus Marcus rescripsit „. Nè credo che le parole “ quoniam.... iniungitur „ di D. 38. 17. 2 § 23 nel pensiero di Ulpiano vogliano conferire ai magistrati municipali il diritto della “ datio „. Esse rilevano non un diritto, ma un obbligo; e vanno quindi messe in relazione con le parole di D. 50. 1. 2 § 5 e C. 5. 32. 1 (1), che ai magistrati locali attribuiscono il compito di curare che un tutore sia dato e non di darlo essi stessi.

10. — Il problema della competenza dei magistrati municipali è stato risollevato negli ultimi anni dalla pubblicazione di documenti papirologici. Si vuole (2) che questi offrano punti d'appoggio più saldi. Ma io ritengo che non possano scuotere le conclusioni a cui mena lo studio delle fonti giuridiche. Nè i papiri devono accomodarsi alle leggi romane, nè queste ai papiri. Se l'ordinamento amministrativo egiziano non è conforme al diritto dell'impero quale resulta dai libri giuridici, avremo un altro esempio di diritto provinciale e popolare accanto e contro al diritto generale e ufficiale.

Il Mitteis dà come provvisorii i resultati della sua indagine papirologica; ma si potrebbero forse chiamare poveri ed incerti, non per colpa, beninteso, dell'autore. Scartati i documenti molto più numerosi che riguardano tutele di peregrini, si cita per l'epoca anteriore a Caracalla il Pap. Cattaoui Verso Col. II. 17 sgg. (*Archiv* 3. 63) e per l'epoca posteriore B G U IV. 1070 dell'a. 218, P. Lips. 8 e 9 degli a. 220 e 233, il lacunosissimo C. P. R. 59. 8 e Oxy. VI. 888 dell'a. 287.

Ora non mi pare disputabile che il Pap. Cattaoui (= *Chrest.* 88) preveda una delegazione del *iuridicus* Maximianus allo stratego: γράφω τῷ τοῦ νο[μοῦ στρατηγ]ῷ ἵνα τοῖς παιδίοις δύο ἐπί[τροποι] ἀποκαταστᾳθῶσι. Ed in col. III. 9 sgg. abbiamo il *iussus* di Massimiano: χειροτονηθήσονται δὲ ἐντὸς κ ἡμηρῶν ὑπὸ τοῦ στρατηγοῦ (τοῦ) νομοῦ καὶ μετὰ τὴν χειροτονίαν... ἀπαρτιοῦσιν τὰς δίκας.

(1) Vedi sopra num. 3.
(2) Cfr. MITTEIS, op. cit., p. 396.

Due documenti più moderni di Caracalla, il P. Oxy. IV. 720 (= *Chrest.* 324) dell'a. 247 e il P. Teb. II. 326 (= *Chrest.* 325) dell'a. 266, cui ora si è aggiunto il P. Oxy. XII. 1466 dell'a. 245, ci attestano che la " datio „ del tutore compivasi dal prefetto (1). Ma io non me ne valgo per la mia tesi; all'occorrenza si possono spiegare, o perchè il tutore non aveva nemmeno l'incolato nel municipio o perchè la competenza dei magistrati municipali concorreva con quella del prefetto (2). Giova invece rilevare che la testimonianza degli altri papiri è spesso insignificante ed incerta.

Non fa prova in BGU. 1070 (= *Chrest.* 323) dell'a. 218 la *petitio* di Aurelia Isidora allo ἐξηγητής di Ossirinco, poichè già dalle fonti giuridiche ci era noto che la madre soleva domandare al magistrato locale il tutore per il figlio impubere (cfr. D. 38. 17. 2 § 23 e su di esso il n.º 9). Se la domanda è diretta al magistrato del municipio, ne segue che esso dovesse partecipare alla costituzione del tutore, non che fosse autorizzato senz'altro a compiere la " datio „. Il magistrato dà opera perchè un tutore sia assegnato al pupillo; ed è responsabile, se il pupillo ne rimanga privo (3).

È certo che in P. Lips. 8 (= *Chrest.* 210) e 9 (= *Chrest.* 211) rispettivamente degli anni 220 e 233 Aurelia Collauchis ha

---

(1) Con la competenza del prefetto a dare il tutore è in rapporto, io credo, il fatto che Aurelia Thaisous detta Lolliane si rivolga a lui in P. Oxy. XII. 1467 dell'a. 263 per avere riconosciuto il *ius trium liberorum*.

(2) Cfr. Mitteis, op. cit., p. 396 sgg. e le introduzioni ai numeri 324 e 325 della Crestomazia. — Si noti che nel papiro di Tebtunis Aurelia Sarapias chiede al prefetto che della κατάστασις del tutore sia incaricato lo stratego.

(3) Gli interessati si rivolgevano direttamente al prefetto o al magistrato locale secondo che loro tornava più comodo. Se essi risiedevano nel municipio di origine, al cui magistrato sarebbe stata delegata la " datio „ del tutore, è naturale che presentassero a lui la domanda, lasciandogli la cura di trasmetterla al prefetto. Se invece, come accadeva nel P. Teb. 326, il pupillo ed il tutore dimoravano nell' Ἀρσινοΐτης mentre la domanda avrebbe dovuto essere presentata al magistrato di Antinoe, in tal caso poteva essere indifferente per le parti di farla pervenire al prefetto o allo stratego di Antinoe, visto che in un modo o nell'altro dovevano assoggettarsi ad una certa spesa e a qualche incomodo.

ricevuto il tutore dallo ἐξηγητής di Hermopolis, poichè viene designato come αἰτήθεὶς ὑπ' αὐτῆς καὶ ἐπιτραπεὶς ὑπὸ Αὐρηλίου Κάστορος τοῦ καὶ Θαυμαστοῦ ἐξηγητοῦ βουλευτοῦ τῆς Ἑρμοῦ πόλεως. Sarebbe gratuita la supposizione che Aurelio Castor sia stato delegato dal prefetto; anzi nel silenzio del papiro sarebbe falsa, perchè, se la delegazione fosse stata necessaria per la validità della " datio ", il documento l' avrebbe certamente menzionata. Ma si tratta qui della tutela del sesso e l' istituto è troppo influenzato dalle correnti del diritto popolare, perchè qualunque conclusione se ne voglia trarre non sia soggetta a riserve (1).

Più importante, se non addirittura decisivo, sarebbe l' editto del prefetto Flavio Valerio Pompeiano (Oxy. VI. 888 = *Chrest.* 329), ove il significato ne fosse sicuro. Ordina l' editto: οἷς [ἐὰν μὴ πεποιημένοι ὦσ]ιν κηδεμόνες ὀρ[φαν]οῖς, οἱ τοῦ χειροτονεῖν κύριοι καθ[εστῶτες] ἐν [15 lettere ποι] είστωσαν τοὺς καθ' [ἡλ]ικίαν κηδεμόνας. Ed il Mitteis vi trova riconosciuto ai magistrati locali il diritto della *datio*: τοῦ χειροτονεῖν κύριοι. Ma purtroppo è ambiguo il senso di χειροτονεῖν. Lo stesso Mitteis deve ammettere (2) che nel conferimento delle liturgie χειροτονεῖν corrisponde al latino *nominare* e non parmi sicuro che in materia di tutela esso esprima tecnicamente la *datio*. Modestino, è vero, adopera di regola χειροτονεῖν e χειροτονία col significato di " dare " e " datio ". Nella massima parte dei luoghi (3) non si può nutrire alcun dubbio, perchè

(1) A mio credere, è un tratto del diritto peregrino che il tutore del sesso venga costituito solo *ad actum* (πρὸς μόνην ταύτην τὴν οἰκονομίαν): cfr. MITTEIS, op. cit., 29, p. 402 sgg. Che la cosa non dovesse scandalizzare i Romani, i quali con la loro " tutoris optio plena " conseguivano lo stesso resultato, lo riconosco volentieri; ma non penso affatto che il sistema, quale appare nei papiri, si riallacci all' *optio* del testamento maritale. Per altri rilassamenti della pratica " bei der praktisch meist wenig " bedeutenden Frauentutel " cfr. MITTEIS, *Grundzüge*, p. 253 n. 3. Ma vedi anche KÜBLER, *Z. d. Sav. St. f. Rg.*, 30, pp. 171, 181 sgg., 31 p. 193 sgg. sull' assistenza prestata a donne e per negozi che secondo il diritto puro romano avrebbero potuto farne a meno (cfr. ora anche Oxy. XII, 1460); in P. Lond. 2. 470 (p. 212) = *Chrest.* 328 dell' a. 168 si può supporre che sia intervenuta l' *acceptilatio*, ma il documento ci rappresenta Amatia Prisca semplicemente come περιλύουσα δάνιον.

(2) Op. cit., 29, p. 399.

(3) Anche in D. 27. 1. 13 § 12 i. f., dove è probabile che gli ἄρχοντες che danno il tutore siano i magistrati municipali.

ragionano del diritto a domandare ed ottenere la dispensa e le " excusationes „ si fanno valere contro la " datio „, non contro la " nominatio „. Ma altre volte il dubbio è possibile: per es. in D. 26. 5. 21 pr. εἰδέναι δεῖ τοὺς ἄρχοντας ὅτι κουράτορας ἀφήλιξι γυναῖκας οὐ χειροτονήσουσιν l' interpretazione dipende dal sapere chi siano gli ἄρχοντες. La traduzione, che accompagna l' edizione minore del Mommsen, rende la parola con *magistratus* e, se questi fossero i magistrati municipali, io non esiterei a sostenere che χειροτονήσουσιν può e deve rendersi con *nominare*; ma è probabile che gli ἄρχοντες siano qui i magistrati dell' impero romano e forse, per evitare l' equivoco, si sarebbero potuti tradurre con *praesides*, come la medesima versione citata preferisce scrivere in D. 27. 1. 1 § 4. Ma D. 27. 1. 15 § 9 si riferisce espressamente ai magistrati municipali: ἐὰν ὁ τῆς πόλεως ἄρχων, τοῦτ᾽ ἔστιν ὁ στρατηγὸς, διαπιπτούσης αὐτῷ τῆς χειροτονίας ὑπεύθυνος γένηται κινδύνῳ ἐπιτροπῆς κτλ. Ed io non posso che approvare la traduzione: " quod si magistratus municipalis, id est στρατηγός, cum *nominatio* ad eum pertineat, periculo tutelae subiciatur rell. „. Resta dunque a decidere se Flavio Valerio Pompeiano prescrivesse ai magistrati locali un termine (ἐντὸς... ἡμερῶν stava probabilmente nel punto lacunoso) entro il quale dovessero fare la proposta del tutore o un termine entro il quale dovessero dare il tutore (1).

11. — Sebbene io abbia ridotto al minimo la forza probante dei papiri citati (2), pure mi sembra verosimile che di fatto i magistrati municipali si arrogassero il potere della " tutoris datio „.

---

(1) Il termine decorrerà dalla domanda, che relativamente al curatore dovrà essere fatta dal minorenne medesimo. Il papiro non contraddice quindi al principio che " inviti adulescentes curatorem non accipiunt „, come sembra pensare il Mitteis, *Z. d. Sav. St. f. Rg.*, 30, p. 399. Cfr. Peters, stessa *Zeitschr.*, 32, p. 279 n. 1; meno esattamente *Minore età*, p. 251.

(2) Per i papirologi è pacifico che i magistrati locali fossero competenti a dare il tutore prima (vedi ora Oxy. XII. 1473 lin. 19 sgg. dell' a. 201) e dopo la *constitutio Antoniniana*. In tal senso cfr. la introduzione ad Oxy. XII. 1466. Gli infaticabili editori di questa raccolta annunciano anche per il volume seguente la pubblicazione di un P. 1645, che contiene la richiesta di tutore agli ὑπομνηματογράφοι e di cui per ora non è indicata la data.

L' avevano esercitato sui loro conterranei prima della costituzione di Antonino e non è da credere che poi l' abbiano dismesso senza contrasto. Lo stesso obbligo, che è loro ingiunto di vigilare affinchè ogni pupillo abbia il proprio tutore, e l' uso dei presidi di delegare ai magistrati locali la " datio „ sono altrettante forze che ne dovettero agevolare ed incoraggiare la resistenza. Giustiniano, abolendo per i piccoli patrimonii la necessità del " praesidis iussus „, ha tutta l' aria di transigere e conciliare in una soluzione media la lotta fra il diritto ufficiale e il diritto popolare.

Ciò che non ritengo probabile è che la " datio „ autonoma dei magistrati esistente nel terzo secolo sia di nuovo sparita prima di Giustiniano. Quest' ipotesi, enunciata dal Mitteis (p. 401) per mettere d' accordo le attestazioni dei papiri con la notizia delle Inst. 1. 20. 4, contraddice al processo più naturale dell' evoluzione. Non si comprenderebbe perchè i municipii peregrini, avendo conservato dopo la loro romanizzazione il diritto autonomo di dare i tutori, l' abbiano perduto nel tempo intermedio per poi riacquistarlo con Giustiniano. È invece possibile che l' autonoma " datio „, mantenutasi in pratica non ostante il nuovo sistema giuridico, abbia da ultimo conseguito entro certi limiti il riconoscimento ufficiale [1].

---

(1) Sempre in ossequio alla notizia giustinianea sul " iussus praesidum „ non si può credere che implichino un riconoscimento della " tutoris datio „ ai magistrati locali le parole di C. Th. 13. 5. 7 (Imp. Constantinus A. Navicularis Orientis) " ... ab administratione etiam " tutelae, sive legitimae sive eius, quam *magistratus* aut provinciae rectores iniungunt, habeantur inmunes „. Altrimenti bisognerebbe supporre che il " ius dandi tutoris „ sia stato accordato e poi ritolto e infine restituito dalla legislazione imperiale.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 8 ottobre 1917)

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1917-918 - Tomo LXXVII - Parte seconda.

Per la determinazione dei moti propri delle stelle di Santini

NOTA di GIOVANNI ZAPPA

(presentata dal prof. A. Antoniazzi, s. c., nell'adun. ord. 8 luglio 1917)

Con la pubblicazione del Catalogo di Arcetri dell'epoca media 1902, si è avuto una sesta fonte di quasi tutte le stelle boreali di Santini, essendo la prima nell'Histoire Céleste di Lalande per epoche prossime al 1795, la seconda nelle Zone Regiomontane del 1823 circa, la terza nelle zone Padovane del 1839 circa, la quarta nei cataloghi di Parigi, formati con osservazioni che vanno dal 1837 al 1881, ma che appartengono per la maggior parte al secondo ventennio di quel periodo, la quinta nei tre cataloghi della A. G. che in diversa misura comprendono i primi dieci gradi di declinazione boreale: Nicolaiev da 0° a + 1°, che ha epoche in gran parte dal 1882 al 1892, Albany da 1° a + 5°, dal 1878 al 1882, Lipsia II da + 5° a + 10°, quasi interamente dell'intervallo dal 1883 al 1893. Queste fonti si giudicano subito non sufficienti per una determinazione dei moti propri con la precisione necessaria per predire le posizioni future, tanto più che già quindici anni circa son passati dalle ultime osservazioni, ma forse sufficienti per ricerche di statistica stellare ed in particolare dello studio dei movimenti d'insieme di tali stelle (sciami stellari).

Se è possibile giungere a valori di μ e μ' con un errore probabile non grande e soprattutto senza errori sistematici, si potrà avere un materiale doppiamente prezioso: per la grandezza e per la posizione delle stelle. Esse sono quasi tutte tra 7^M e 9^M, vale a dire di grandezze generalmente più deboli di quelle

che hanno fino ad ora servito alla determinazione dei *vertici* o meglio del *vertice*. (Solamente Comstock ha fatto uso di meno di 500 stelle tra la 7^M e la 13^M). Esse sono d'altra parte prossime alla regione zodiacale, le cui stelle hanno dato ad Eddington valori discordanti nella posizione del *vertice*.

Oltre alle sei fonti che abbiamo numerato su, altre ve ne sono che contengono un numero non grande delle stelle boreali di Santini, e generalmente solo le più lucenti; non le prenderemo in considerazione, dopo aver detto che, appunto con esse, per cinquecento stelle si possono avere, anzi si sono già avuti dei moti propri con discreta precisione; chè il nostro scopo presente è quello di mostrare come sia possibile ottenere per la gran massa delle stelle in discorso i moti propri con la precisione necessaria per l'importantissimo studio al quale abbiamo or ora accennato.

Delle sei fonti suddette due, la quarta e la quinta, compaiono tra quelle che sono state considerate nella costruzione del Preliminar General Catalogue di Lewis Boss, e così già se ne conoscono gli errori sistematici e i pesi. Della sesta, Arcetri, l'autore ha determinato gli errori sistematici mediante il confronto con il P. G. C. e li ha riportati anche al N. F. K. di Auwers per mezzo di differenze NFK - PGC da lui determinate, alle quali si possono sostituire con vantaggio quelle ottenute da B. Boss (An. J. 126) con un materiale più vasto; l'autore ha determinato anche gli errori probabili ottenendo valori diversi, precisamente più piccoli, dopo l'introduzione di una differenza sistematica tra le due posizioni dello strumento, variabile però con le date di osservazione. A noi è parso opportuno, data l'importanza della fonte, di determinar nuovamente questi errori probabili confrontando le posizioni del catalogo con quelle del P. G. C.

Delle tre fonti più antiche non si conoscono gli errori sistematici, nè era possibile fino ad oggi investigarli con sicurezza senza un lavoro enorme. Non vale per essi la determinazione comune secondo α e δ, come si può prevedere per il modo con cui sono state fatte le osservazioni e come si deduce facilmente dallo studio di Auwers e di B. Boss sulle differenze tra i cataloghi da essi eseguiti per la A. G. e quelli di Lalande o di Bessel, e per Bessel vien confermato dal giudizio di Argelander

sulla stabilità dell'asse strumentale. Occorre esaminare le diverse zone di quei cataloghi, una per una e per ciascuna determinare l'errore in α e quello in δ, talvolta anche variabili. Solo presentemente è possibile intraprendere questo studio, come si diceva, senza un lavoro enorme, sulla base del P. G. C. che offre posizioni sicure per tutte le stelle visibili ad occhio nudo, e per alcune più deboli. La sua epoca media, che è l'epoca per la quale la precisione è massima, può fissarsi al 1875. Quindi tanto grande è la sua precisione per il 1910 quanto quella per il 1840, epoca delle zone Padovane, cioè corrispondente a un errore medio che può valutarsi in media $0^s.02$ ridotto all'equatore per le ascensioni rette e $0''.3$ per le declinazioni. Per l'epoca di Bessel la precisione è di poco minore, per quella di Lalande può al minimo corrispondere ad un errore medio di $0^s.04$ e $0''.6$ rispettivamente, sempre in valutazione media, potendo i numeri delle singole stelle variare da una metà ad una volta e mezzo di quelli ora dati per le diverse epoche. Insomma si ha per le posizioni del P. G. C. un' incertezza che può quasi esser trascurata di fronte a quella dei tre cataloghi in discorso.

Le singole zone di osservazione di Lalande, Bessel, Santini hanno la stessa estensione: due gradi in declinazione e in media da due a tre ore in ascensione retta. In ciascuna di queste zone compare un certo numero di stelle del P. G. C. generalmente grande per Lalande, non grande per Bessel e Santini; sempre tale, si può dire, per Lalande, da costituire il materiale sufficente per la determinazione degli errori sistematici ed una ancora sufficiente allo stesso scopo per Santini e Bessel nella maggior parte dei casi, mentre negli altri deve bastare di aggiungere la considerazione delle stelle usate come fondamentali orarie dagli stessi osservatori; mentre resta sempre la riserva delle 500 stelle circa di cui s'è detto in principio già determinato il moto proprio, ed infine si possono paragonare tutte le stelle della zona ad esempio con l'A. G. prendendo in considerazione l'effetto del moto parallatico.

Per determinar bene l'errore accidentale di questi cataloghi occorre assodar bene se esistono errori sistematici non trascurabili e fissarne l'importo per alcune zone: per tanto abbiamo confrontato col P. G. C. le stelle dei primi due gradi di decli-

nazione dall' equatore verso il polo boreale, divise zona per zona, di ciascuno dei tre cataloghi. La nostra determinazione di errori sistematici è sommaria, quale ci era sufficiente per la determinazione degli errori accidentali, ma già da essa s' intuisce come si presentano le cose nel caso generale.

Per lo studio delle zone di Lalande non si son prese sempre tutte le stelle comuni col P. G. C. ma, quand' esse eran più di sette, solo sette od otto, cioè lo stesso numero che avremmo voluto trovar sempre in Bessel e Santini ed in fatto non lontano il più delle volte da quello effettivamente trovato. Già prima di procedere al confronto, alla semplice vista, è apparsa l' esistenza di un' equazione decimale nei tempi dei passaggi, e con un poco di statistica se ne è trovato traccia anche nella distanza zenitale. Per metter la cosa bene in luce si sono determinate le frequenze delle diverse cifre nei decimi di secondo in tempo per i passaggi e nei secondi d' arco per le distanze zenitali per tutte le stelle di cinque zone d' epoca diversa e comprendenti 600 posizioni. Le percentuali ottenute sono le seguenti:

nei tempi dei passaggi

cifre	percen.	cifre	percen.
0	37	5	42
1	0	6	2
2	8	7	5
3	2	8	1
4	2	9	0

nelle distanze zenitali

cifre	percen.	cifre	percen.
0	21	5	13
1	4	6	9
2	9	7	11
3	11	8	8
4	9	9	5

Dalla prima tabella si rileva l' accumulamento in primo luogo su 0 e 5 in secondo intorno al 5. Precisamente con lo zero e con il cinque presi separatamente si hanno tante stelle quante se ne dovrebbero trovare con quattro cifre diverse e mentre col 9 col 0 con l' 1 si hanno 37 stelle, col 4, 5 e 6 si hanno 46 stelle su cento, cioè un quarto di più col secondo gruppo. Già si può dire che si deve intendere la precisione dei passaggi di Lalande del quarto di secondo; ma resta sempre

un'equazione sensibile. Non si ha nessun dubbio che non solo 2, 3 ma anche 4 da una parte, non solo 7, 8 ma anche 6 dall'altra comprendono il quarto o i tre quarti rispettivamente. Con questo si ha la nuova percentuale:

37 per 0 12 per $^1/_4$ 42 per $^1/_2$ 8 per $^3/_4$

che ci permetterebbe di chiamare con 2 e 8 rispettivamente $^1/_4$ e $^3/_4$. Rimarrebbe sempre una equazione decimale, la si vedrebbe sparire solo quando si considerassero insieme 0 e $^1/_4$ e insieme $^1/_2$ e $^3/_4$ chiamando quelli 0 o forse meglio 1, questi 5 o forse meglio 6, o quando si chiamasse 0 uno dei gruppi 7, 8, 9, 0, 1, 2, 3; 8, 9, 0, 1, 2, 3; 7, 8, 9, 0, 1, 2; e 5 rispettivamente uno dei 4, 5, 6; 4, 5, 6, 7; 3, 4, 5, 6. Insomma quando ci si riducesse ad una precisione formale (arrotondamento) del mezzo secondo, ma con danno della precisione effettiva per quanto non grande.

Nelle distanze zenitali si ha accumulamento notevole sullo zero ai danni di 1 e 9 ed uno piccolo sul 5. Ma risultati migliori e qualche utile correzione si devono avere dal confronto di un gran numero di posizioni con il P. G. C. e le nostre considerazioni valgono a mostrare la necessità di esso. Così nei nostri pochi confronti, di cui riferiamo qui di seguito per la valutazione degli errori sistematici ed accidentali di alcune zone, non abbiamo introdotto la correzione accennata sopra con la riduzione delle cifre terminali alle sole cifre 0, 2, 5, 8 già di per sè certamente benefica.

Per ridurre le posizioni di Lalande si è fatto uso delle tavole di Asten e nella riduzione come nei confronti si sono usati i centesimi dei secondi di tempo ed i decimi dei secondi di arco, ma in modo di avere una precisione di calcolo di due o tre di essi. Le zone considerate sono quelle corrispondenti alla distanza zenitale da 48° a 50° secondo le tabelle di pagina 581 e seguenti dell'H. C. Di ogni zona si è calcolata la differenza media P. G. C. — H. C. in ascensione retta ed in declinazione, ed il suo errore medio, e l'errore medio di un confronto corretto della differenza media. Si è tralasciata l'investigazione di eventuali variazioni delle differenze col tempo o con la declinazione.

1ª zona pag 118 - 9 novem. 1794

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ
	h m	° ′	s	″
5569	21 37	+ 0 50	— .63	+ 1.6
5676	22 1	— 0 48	+ .05	— 1.4
5777	22 20	+ 0 52	— .47	— 3.9
5924	22 54	+ 0 26	+ .08	1.4
6033	23 22	+ 0 34	— .34	— 5.0
6133	23 48	+ 1 32	+ .13	— 2.2
73	0 28	+ 1 23	— .01	— 0.1
media . . .			— .17	— 1.8
e. m. media			.11	0.8
e. m. 1 cfto			.30	2.2

2ª zona pag. 48 - 10 genn. 1794

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ
	h m	° ′	s	″
825	3 32	+ 0 5	+ .35	— 0.5
859	3 40	— 0 37	— .06	— 3.0
1048	4 23	+ 1 10	+ .26	— 1.2
1063	4 27	— 0 15	+ .07	— 2.9
1084	4 32	+ 0 48	— .12	+ 1.7
1284	5 17	— 0 29	— .12	— 1.5
1300	5 19	— 0 59	— .36	— 0.9
media . . .			.00	— 1.2
e. m. media			.09	0.6
e. m. 1 cfto			.24	1.6

3ª zona pag. 50 - 10 febbr. 1794

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ
	h m	° ′	s	″
1339	5 26	— 0 22	— .10	+ 0.1
1370	5 31	— 1 16	+ .33	— 1.5
1399	5 36	— 1 11	+ .19	+ 0.1
1666	6 29	— 1 9	+ .21	— 3.0
2126	7 56	— 1 7	+ .43	— 0.4
2357	8 42	— 1 32	— .02	1.1
2595	9 35	— 0 41	+ .08	+ 2.2
media . . .			+ .16	— 0.5
e. m. media			.07	0.6
e. m. 1 cfto			.19	1.6

4ª zona pag. 227 - 8 apr. 1796

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ
	h m	° ′	s	″
2697	10 3	+ 0 7	+ .13	— 1.1
2772	10 22	— 0 29	+ .18	— 0.4
2931	10 57	— 1 57	— .21	— 6.2
2959	11 4	— 0 47	+ .03	— 3.1
2970	11 9	+ 0 28	— 0.3	— 0.2
3140	11 56	1 13	— .28	— 3.8
3202	12 14	— 0 14	+ .25	— 2.1
media . . .			+ .01	— 2.4
e. m. media			.07	0.8
e. m. 1 cfto			.19	2.1

5ª zona pag. 333 - 13 apr. 1798

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ
	h m	° ′	s	″
3307	12 37	— 0 54	— .08	— 2.1
3317	12 38	— 1 2	+ .26	— 2.8
3485	13 23	— 0 51	— .06	0.0
3490	13 24	— 0 19	+ .28	+ 0.3
3508	13 30	— 0 5	+ .45	— 2.4
3594	13 50	— 1 1	— .12	— 4.1
media . . .			+ .12	— 1.9
e. m. media			.10	.7
e. m. 1 efto			.24	1.7

6ª zona pag. 338 - 28 apr. 1798

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ
	h m	° ′	s	″
3687	14 17	— 1 4	— .12	— 2.1
3710	14 23	— 1 19	— .06	— 2.9
3790	14 46	— 1 53	+ .23	— 2.1
3816	14 52	+ 0 39	+ .16	+ 2.5
3831	14 57	+ 0 40	— .02	+ 0.3
3918	15 19	— 0 18	— .03	— 7.1
3948	15 28	— 0 30	— .15	— 4.5
4008	15 41	— 1 10	+ .10	— 1.9
media . . .			+ .01	— 2.2
e. m. media			.04	1.0
e. m. 1 efto			.13	2.8

7ª zona pag. 95 - 3 luglio 1794

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ
	h m	° ′	s	″
4916	19 13	+ 0 54	— .11	+ 0.7
4919	19 14	+ 0 9	+ .16	— 1.1
4928	19 15	— 1 5	+ .21	+ 1.2
4962	19 21	+ 0 8	+ .09	— 3.9
5022	19 36	— 0 51	+ .20	— 2.3
5071	19 44	+ 0 45	— .29	+ 3.8
5090	19 50	+ 0 1	— .16	+ 2.0
media . . .			+ .01	+ 0.1
e. m. media			.08	1.0
e. m. 1 efto			.20	2.6

8ª zona pag. 189 - 15 Sett. 1795

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ
	h m	° ′	s	″
5171	20 6	— 1 24	+ .06	+ 1.0
5179	20 8	— 1 36	+ .26	— 4.0
5305	20 34	— 0 12	— .21	— 4.9
5559	21 34	— 0 57	— .13	— 0.4
5676	22 1	— 1 17	— .16	— 2.7
media . . .			— .04	— 2.2
e. m. media			.07	1.1
e. m. 1 efto			.17	2.4

Se accettiamo come provata l'esistenza di errori sistematici in quelle zone nelle quali abbiamo ottenuto una differenza media almeno uguale al doppio dell'errore medio (probabilità del 95 %) troviamo con errori sistematici le seguenti zone

In ascensione retta	In declinazione	
Zona 3ª $+ .^s16 \pm .^s07$	Zona 1 $- 1''.8 \pm .''8$	Zona 5 $- 1''.9 \pm 0.''7$
	2 $- 1 .3 \pm . 6$	6 $- 2''.2 \pm 1.''0$
	4 $- 2 .4 \pm . 8$	8 $- 2''.2 \pm 1.''1$

Gli errori sistematici delle declinazioni sono costantemente negativi con valore prossimo a $-2''$ e si presentano con evidenza in 6 zone su 8, mentre in ascensione retta ve ne ha solo uno per la zona 3ª.

La media degli errori medi di un confronto è $0^s.21$ in α e $2''.1$ in δ. Dunque potremo concludere che l'errore medio generico di una posizione dell'H. C. per le regioni vicine all'equatore è prossima a

$$0^s.20 \text{ in } \alpha \quad 2''.0 \text{ in } \delta \ .$$

Per l'ascensione retta ci sarebbe da tener conto del numero dei fili su cui si basa l'osservazione, ma dal confronto dei singoli appulsi col medio per le stelle osservate a due o a tre fili si ottiene:

errore medio per l'appulso	a 1 filo	$0^s.17$
	a 2 fili	$0^s.12$
	a 3 fili	$0^s.10$

Quindi il valore suddetto $0^s.20$ che si può dire relativo a stelle osservate a due fili, può esser accettato per tutti e tre i casi.

Resta da notare che gli errori sistematici su riferiti sono dell'ordine dell'errore medio di una osservazione ed almeno in declinazioni compariscono in molte zone. Dunque non possono esser trascurati.

Delle zone di Bessel si sono confrontate con il P. G. C. le tredici indicate da Santini in calce alle sue posizioni da 0° a + 2° di declinazione, sono dunque quelle da cui egli ha tratto le sue prime zone. Si è tenuta questa volta l'approssimazione al centesimo di secondo in tempo e al decimo in arco.

Non si sono calcolati nè le differenze medie nè gli errori per le zone con meno di quattro stelle in comune. Anche qui in un paio di zone con molte stelle comuni ci è parso inutile di prender più delle sette od otto stelle che si trovavano anche in Santini. Per ridurre le posizioni di Bessel si sono usate le tavole di Luther e si è tenuto conto delle correzioni a singole posizioni date dallo stesso.

1ª Zona N. 40

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ
	h m	° ′	s	″
230	0 58	+ 0 59	— .03	— 1.1
251	1 3	+ 1 28	— .28	— 2.6
306	1 17	+ 1 12	— .21	— 0.8
435	1 51	+ 1 21	— .23	— 3.3
471	1 58	— 0 21	+ .09	— 0.9
523	2 13	+ 1 17	— .36	— 0.9
539	2 17	— 0 3	— .64	— 3.1
604	2 34	— 0 6	— .01	+ 0.7
media . . .			— .21	— 1.5
e. m. media			.08	0.5
e. m. 1 efto			.23	1.4

2ª Zona N. 209

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ
	h m	° ′	s	″
604	2 34	— 0 6	+ .08	+ 2.0
825	3 32	+ 0 5	— .07	+ 1.6
859	3 40	— 0 37	+ .07	+ 2.4
931	3 57	— 0 32	— .29	+ 0.1
1048	4 23	+ 1 10	— .45	+ 2.7
1063	4 27	— 0 15	— .12	+ 3.8
1084	4 32	+ 0 48	— .24	+ 3.0
media . . .			.13	+ 2.2
e. m. media			.07	0.4
e. m. 1 efto			.19	1.2

3ª Zona N. 48

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ
	h m	° ′	s	″
1283	5 16	— 0 31	+ .20	+ 1.6
1284	5 16	— 0 29	— .03	+ 2.7
1300	5 19	— 0 59	— .15	— 1.1
1339	5 27	— 0 22	— .09	+ 1.6
1488	5 54	+ 0 33	— .15	— 2.4
1574	6 10	— 0 28	— .23	— 0.4
1678	6 30	+ 0 58	— .04	0.2
media . . .			— .07	+ 0.3
e. m. media			.05	0.7
e. m. 1 efto			.14	1.8

4ª Zona N. 150

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ
1710				
1782				
1853				
•				

5ª Zona N. 208

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ
	h m	° ′	s	″
1848	7 6	— 0 8	+ .35	+ 2.1
1853	7 7	— 0 20	+ .09	+ 2.0
2211	8 16	— 1 6	— .11	+ 2.0
2425	8 57	— 0 6	+ .17	+ 1.6
media . . .			+ .12	+ 1.9
e. m. media			.10	0.1
e. m. 1 efto			.19	0.2

6ª Zona N. 158

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ
	h m	° ′	s	″
2559	9 27	— 0 44	— .09	+ 0.2
2697	10 3	+ 0 7	.00	+ 0.8
2759	10 18	— 0 24	+ .02	+ 0.6
2772	10 22	— 0 29	+ .01	— 1.1
2792	10 25	— 0 7	— .33	— 0.3
2903	10 49	— 1 36	+ .17	+ 2.9
3020	11 23	— 1 9	— .23	— 0.1
3058	11 32	+ 0 16	+ .12	+ 0.7
media . . .			— .04	+ 0.5
e. m. media			.06	0.4
e. m. 1 efto			.17	1.2

7ª Zona N. 75

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ
	h m	° ′	s	″
3058	11 32	— 0 16	+ .18	+ 4.3
3202	12 14	— 0 14	+ .30	+ 5.1
3210	12 15	— 0 7	— .06	+ 3.4
3307	12 37	— 0 54	— .08	+ 4.5
3317	12 38	— 1 2	+ .10	+ 3.4
media . . .			+ .09	+ 4.1
e. m. media			.07	0.3
e. m. 1 efto			.16	0.7

8ª Zona N. 74

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ
	h m	° ′	s	″
3485	13 23	— 0 19	— .50	+ 7.7
3490	13 24	— 0 51	— .21	+ 3.8
3508	13 30	— 0 5	— .31	+ 4.1
3594	13 49	— 1 1	— .43	+ 1.9
3644	14 9	— 0 22	— .61	+ 0.9
3816	14 52	+ 0 14	— .31	+ 3.9
3831	14 57	+ 0.15	— .43	+ 5.8
media . . .			— .40	+ 4.0
e. m. media			.05	0.8
e. m. 1 efto			.13	2.1

9ª Zona N. 88

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ
3885	h m 15 11	+ 0° 44′	s — .08	″ + 0.9
3918	15 19	— 0 40	+ .58	+ 1.6
4195	16 23	+ 0 53	+ .12	+ 2.7

10ª Zona N. 95

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ
4345	h m 17 0	— 0° 45′	s + .09	″ — 2.6
4353	17 3	— 0 57	— .07	+ 0.1
4379	17 11	— 0 20	— .68	— 3.2
4428	17 24	+ 0 25	+ .20	— 2.6
4527	17 51	+ 0 41	+ .35	— 0.3
4667	18 22	+ 0 8	— .46	— 0.9
4693	18 27	— 1 4	— .20	— 5.8
4916	19 13	+ 0 54	— .48	+ 2.4
media . .			— .16	— 1.6
e. m. media			.13	0.9
e. m. 1 efto			.36	2.5

11ª Zona N. 2

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ
4916	h m 19 13	+ 0° 54′	s — .21	″ + 1.9
5071	19 47	+ 0 45	— .54	+ 3.5
5090	19 50	+ 0 1	— .29	+ 2.0
5172	20 6	— 0 25	— .37	+ 1.3
5559	21 34	— 0 30	— .94	— 0.4
5569	21 37	+ 0 50	— .44	— 0.5
media . .			— .47	+ 1.3
e. m. media			.11	0.6
e. m. 1 efto			.26	1.5

12ª Zona N. 34

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ
5777	h m 22 20	+ 0° 52′	s — .29	″ + 2.9
5824	22 30	— 0 38	— .79	+ 0.5
5908	22 50	+ 0 32	— .27	— 0.4
5924	22 54	+ 0 26	— .35	— 0.5
5959	23 4	+ 1 35	— .25	— 4.0
6031	23 22	+ 0 42	— .44	+ 1.5
6067	23 31	+ 1 33	— .05	+ 0.6
6084	23 37	+ 1 14	— .23	— 0.4
media . .			— .33	0.0
e. m. media			.08	0.7
e. m. 1 efto			.22	2.0

La decima delle nostre zone, quella che ha il N. 95 in Bessel, presenta gli errori medi di un confronto, sia in ascensione retta, sia in declinazione, maggiori di ogni altra, anzi in ascensione retta notevolmente maggiori, così da poter esser riguardata come eccezionale. Le stelle in essa considerate sono tutte quelle comuni con il P. G. C.

Se manteniamo il criterio di accettare l'esistenza di errori sistematici almeno nelle zone che hanno dato una differenza media non inferiore al doppio del suo errore medio, dobbiamo accettarla almeno nelle zone seguenti:

In ascensione retta	In declinazione	
zona 40 — ^{s}.21 ± .08	zona 40 + 1″.5 ± .5	zona 75 + 4″.1 ± .3
zona 74 — .40 ± .05	zona 209 + 2″.2 ± .4	zona 74 + 4″.0 ± .8
zona 2 — .47 ± .11	zona 208 + 1″.9 ± .1	zona 2 + 1″.3 ± .6
zona 34 — .33 ± .08		

Il medio degli errori medi di un confronto risulta $0^s.20$ in ascensione retta e 1″.5 in declinazione, possiamo dunque concludere che l'errore medio di una posizione nelle Zone di Bessel vicine all'equatore è prossimo a

$$0^s.20 \text{ in } \alpha \quad \text{e a} \quad 1''.5 \text{ in } \delta .$$

Gli errori sistematici in alcune delle zone esaminate da noi superano il doppio dell'errore medio accidentale, dunque è più importante investigarli nelle zone di Bessel che nelle zone di Lalande, anzi si può concludere che l'impiego delle prime senza tale investigazione è quasi in ogni caso molto discutibile.

E passiamo alle zone di Santini il cui esame si presentava di grande interesse, perchè se per Bessel e Lalande qualche cosa si era appresa dal confronto fatto da Auwers e L. Boss con le stelle dei cataloghi da essi costruiti per la A. G., malgrado la grande diversità delle epoche, per Santini mancavano studi corrispondenti.

Abbiamo confrontato con il P. G. C. le posizioni di Santini delle zone enumerate a pag. 37 del suo catalogo Padovano; ma in mancanza delle posizioni distinte per ciascuna serata d'osser-

vazione abbiamo preso le posizioni medie di ciascuna zona secondo lo stesso catalogo. Conviene però dire che, per non esser stato osservato ogni sera il programma completo, non proprio tutte le stelle di ogni zona hanno lo stesso numero di osservazioni, cosicchè l'errore sistematico al quale così si giunge può esser chiamato grossolanamente l'errore sistematico di quella data zona, nel senso di essere il medio che spetterebbe alle singole serate d'osservazione, sempre di date molto vicine tra loro fuorchè in un caso dove si ha un intervallo di due mesi. Ci è stato lecito far così perchè, come si è detto, il nostro compito è solo quello di accertare l'esistenza di eventuali errori sistematici e fissare il loro ordine di grandezza, non quello di determinarne esattamente l'ammontare. Per lo stesso motivo a tutti i confronti di ciascuna zona è stato dato lo stesso peso indipendentemente dal numero delle osservazioni. Qui si sono prese tutte le stelle comuni col P. G. C. ed anche qui si è tralasciato il calcolo della differenza media e degli errori medi per le zone con meno di quattro stelle comuni. La terza zona, che non appare nelle tabelle, non contiene nessuna stella del P. G. C. I quadri che riportiamo qui di seguito sono identici ai precedenti: solo hanno in più il numero delle osservazioni.

1ª Zona da 0^h a $1^h.8$

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ	N. osser.
	h m	° ′	s	″	
230	0 59	+ 0 50	− .06	− 0.8	3
231	1 3	+ 1 28	− .08	− 1.2	3
306	1 17	+ 1 12	− .22	+ 0.3	3
435	1 51	+ 1 21	+ .11	− 1.6	3
media . . .			− .06	− 0.8	
e. m. media			.07	0.4	
e. m. 1 cfto			.14	0.8	

2ª Zona da $1^h.9$ a $2^h.5$

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ	N. osser.
	h m	° ′	s	″	
471	1 58	− 0 21	− .42	+ 1.0	3
523	2 13	+ 1 17	− .07	− 1.2	3
539	2 17	− 0 4	− .33	0.2	3
604	2 34	− 0 6	− .16	+ 0.6	2
media . . .			− .24	0.0	
e. m. media			.08	0.5	
e. m. 1 cfto			.16	1.0	

4ª Zona da 3h.0 a 4h.0

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ	N. osser.
	h m	° ′	s	″	
825	3 32	+0 5	+.20	+3.7	2
859	3 40	-0 37	+.08	+0.7	2
931	3 57	0 32	-.05	+0.4	3
1048	4 23	+1 10	+.05	0.0	3
1063	4 27	-0 16	+.06	+3.1	3
1084	4 32	+0 48	+.32	+1.5	1
media . . .			+.11	+1.6	
e. m. media			.05	0.6	
e. m. 1 efto			.13	1.5	

5ª Zona da 5h.0 e 6h.0

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ	N. osser.
	h m	° ′	s	″	
1289	5 16	-0 31	+.01	. . . .	2
1284	5 17	-0 29	-.13	+1.9	2
1300	5 19	-0 59	+.04	-0.4	1
1339	5 27	-0 22	+.14	+0.5	3
1488	5 54	+0 33	+.17	+1.3	3
media . . .			+.05	+0.8	
e. m. media			.05	0.6	
e. m. 1 efto			.12	1.2	

6ª Zona da 6h.0 a 8h.0

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ	N. osser.
	s	° ′	s	″	
1574	6 10	-0 28	.06	+0.2	3
1678	6 30	+0 58	+.09	-0.4	2
1710	6 36	+0 35	+.12	+2.4	2
1782	6 49	-1 0	-.08	+1.5	2
1853	7 7	-0 20	-.06	-1.1	3
media .			.00	+0.5	
e. m. media			.04	0.6	
e. m. 1 efto			.09	1.4	

7ª Zona da 8h.2 a 10h.1

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ	N. osser.
	h m	° ′	s	″	
2211	8 16	-1 17	+.01	+4.4	1
2425	8 57	-0 6	-.20	+0.9	3
2559	9 27	-0 45	-.13	+0.7	3
2697	10 3	+0 7	-.14	+0.5	3
media . . .			-.11	+1.6	
e. m. media			.04	0.9	
e. m. 1 efto			.09	1.9	

8ª Zona da 10ʰ.1 a 11ʰ.6

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ	N. osser.
	h m	° ′	s	″	
2759	10 18	−0 24	+ .03	+ 0.2	3
2772	10 22	−0 29	− .09	+ 2.4	3
2792	10 25	−0 7	+ .09	+ 1.9	3
2903	10 49	−1 36	+ .01	+ 1.8	5
3020	11 23	−1 9	+ .04	+ 1.3	4
3058	11 32	−0 16	+ .02	+ 1.2	1
media . . .			+ .02	+ 1.5	
e. m. media			.02	0.3	
e. m. 1 cfto			.06	0.8	

9ª Zona da 11ʰ.7 a 13ʰ.4

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ	N. osser.
	h m	° ′	s	″	
3202	12 14	−0 14	− .10	− 0.9	3
3210	12 15	−0 7	+ .03	− 0.3	2
3307	12 37	−0 54	+ .08	− 0.5	3
3508	13 30	−0 5•	+ .16	+ 3.2	3
media . . .			+ .04	+ 0.4	
e. m. media			.05	0.9	
e. m. 1 cfto			.11	1.9	

10ª Zona da 13ʰ.4 a 15ʰ.0

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ	N. osser.
	h m	° ′	s	″	
3594	13 50	−1 1	− .02	+ 3.9	3
3644	14 9	−0 22	+ .01	− 0.1	3
3816	14 52	+0 14	− .03	+ 1.6	3
3831	14 56	+0 15	+ .03	+ 1.6	3
media . . .			.00	+ 1.8	
e. m. media			.01	0.8	
e. m. 1 cfto			.03	1.6	

11ª Zona da 15ʰ.0 a 16ʰ.1

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ	N. osser.
	h m	° ′	s	″	
3885	15 8	+0 58	− .33	− 0.1	4

12ª Zona da 16ʰ.1 a 17ʰ.6

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ	N. osser.
	h m	° ′	s	″	
4345	17 0	−0 45	−.31	−1.2	1
4379	17 11	−0 20	−.17	+2.4	2

13ª Zona da 17ʰ.6 a 19ʰ.5

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ	N. osser.
	h m	° ′	s	″	
4527	17 51	+0 41	−.06	+0.2	3
4667	18 22	+0 8	−.07	+1.1	3
4693	18 27	−1 4	−.07	+2.2	2
4916	19 13	+0 54	+.13	+1.0	3
media . . .			−.02	+1.1	
e. m. media			.05	.4	
e. m. 1 cfto			.10	.8	

14ª Zona da 19ʰ.5 a 21ʰ.6

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ	N. osser.
	h m	° ′	s	″	
5071	19 47	+0 45	−.02	+1.3	3
5090	19 50	+0 1	+.09	+2.3	3
5559	21 34	0 30	−.06	−0.2	2
5569	21 37	+0 50	+.10	+0.9	2
media . . .			+.03	+1.1	
e. m. media			.04	0.5	
e. m. 1 cfto			.08	1.0	

15ª Zona da 22ʰ.2 a 23ʰ.8

Num. del P. G. C.	α 1900	δ 1900	Δα	Δδ	N. osser.
	h m	° ′	s	″	
5777	22 20	+0 52	−.19	+1.0	2
5824	22 30	−0 38	−.31	+0.9	2
5908	22 50	+0 32	−.46	−1.1	2
5924	22 54	+0 26	−.34	−0.4	2
5959	23 4	+1 35	−.38	−4.4	2
6031	23 22	+0 42	−.39	+0.1	2
6067	23 31	+1 33	−.36	+1.7	1
6084	23 37	+1 14	−.37	+0.9	2
media . . .			−.35	−0.2	
e. m. media			.03	0.7	
e. m. 1 cfto			.08	1.9	

Conviene subito notare che le tre zone 7, 9, 15 presentano ciascunauna stella con una differenza P. G. C. — S. eccezionale in declinazione, che dista di più di tre secondi da quella con l'ammontare più vicino. Per la 7 si tratta di una stella osservata una sola volta e non tre come le sue compagne; la terza parte della differenza di quella è vicina alle differenze di queste, così da permettere l'ipotesi che una sola delle tre sere d'osservazioni, quella appunto in cui si è osservata la stella eccezionale, domandi una correzione sistematica di circa 3″.

Ma nelle altre due zone le stelle con differenza eccezionale hanno lo stesso numero di osservazioni di quasi tutte le altre ed allora si potrebbe invocare un errore di 10″ in una delle posizioni. Il medio degli errori medi di un confronto risulta in α di $0^s.094$, in δ di 1″.3 quando si considerano tutte le zone e di 1″.1 quando si eccettuano le tre di cui ora s'è discorso. Possiamo dunque ritenere l'errore medio generico di una posizione di Santini (2 . . . 3 osservazioni) come prossimo a

$$0^s.10 \text{ in } \alpha \qquad 1''.2 \text{ in } \delta$$

Con il solito criterio per l'esistenza degli errori sistematici ci imbattiamo nelle seguenti zone

In ascensione retta

2ª zona	— ^{s}.24 ± .08
4ª zona	+ .11 ± .05
7ª zona	— .11 ± .16
15ª zona	— .35 ± .03

In declinazione

1ª zona	— 0″.8 ± 0.4	10ª zona	+ 1″.8 ± .8
4ª zona	+ 1″.6 ± 0.6	13ª zona	+ 1″.1 ± .4
8ª zona	+ 1″.5 ± 0.3	14ª zona	+ 1″.1 ± .5

Anche qui gli errori sistematici si presentano talvolta, e specie in ascensione retta, notevolmente più forti dell'errore medio di una posizione. Ne è dunque indispensabile la ricerca, e tanto più importa il farla in quanto che gli errori accidentali che già paiono abbastanza piccoli, possono risultare ancora minori, quando si considerino separatamente le diverse sere di osservazione.

Dopo una nuova riduzione fatta nel senso ora detto, il catalogo di Santini di cui trattiamo avrà un valore notevole.

Lasciando per ultimo i cataloghi considerati da L. Boss nel suo P. G. C. vediamo l'errore medio di una posizione di Arcetri. Per calcolarlo siamo partiti dalle differenze per singole stelle P. G. C. — Arc. quali sono date nel catalogo stesso di Arcetri cioè immuni dagli effetti delle differenze sistematiche; e le abbiamo considerate come errori nella determinazione della quantità P. G. C. — Arc $= 0$. Le diverse stelle del P. G. C. hanno diversi errori probabili, ma si è adottato la media dei valori come valore generico, cioè per il 1900 l'errore medio $0^s.017$ per l'ascensione retta all'equatore, $0''.25$ per la declinazione. Così abbiamo ottenuto come errore medio di un confronto P. G. C. — Arc $= 0^s.037$ in α e $0''.064$ in δ, che importano per una posizione tratta dal catalogo di Arc. (4 oss.) gli errori medi

$$0^s.033 \text{ in } \alpha \quad \text{e} \quad 0''.59 \text{ in } \delta .$$

La validità di questo procedimento è stata provata applicando ad una cinquantina di stelle, quelle comuni della zona $0^\circ + 2^\circ$ anche un procedimento più rigoroso, col quale ad ogni P. G. C. — Arc. è stato dato il peso corrispondente all'errore medio di ciascuna stella del P. G. C. combinato con quello di Arc. quale si è ottenuto nel modo or ora detto. Con i due metodi si sono avuti risultati identici. Dei valori ai quali siamo giunti noi per il catalogo di Arc., quello in ascensione retta è intermedio tra i due valori della prefazione, quello in declinazione coincide con il valore della prefazione ottenuto prima della correzione sistematica. È da ritenere che la differenza tra i nostri valori e quelli della prefazione ottenuti dopo la correzione sistematica sia dovuta alla natura della correzione sistematica, ed anche alla circostanza che qui si è fatto il confronto con posizioni che si posson riguardare come assolute, confronto che di solito porta ad errori probabili più forti di quelli che risultano dal confronto di posizioni della stessa fonte tra loro (Vedi per esempio L. Boss prefazione del catalogo A G. Albany pag. 16).

Potremo ritenere una posizione generica del catalogo di Parigi come del 1865 e come derivata da due osservazioni e quindi per le zone equatoriali potremo prendere con Boss i

pesi $\frac{1}{6}$ in ascensione retta e 0.3 in declinazione, ai quali corrispondono rispettivamente gli errori medi

$$0^s.07 \text{ in } \alpha \quad \text{e} \quad 0''.8 \text{ in } \delta \ .$$

Parimenti potremo ritenere una posizione generica del catalogo di Lipsia II come del 1888 e darle gli errori medi

$$0^s.039 \text{ in } \alpha \quad 0''.54 \text{ in } \delta \ ,$$

una posizione generica di Albany come del 1880 e darle gli errori medi

$$0^s.039 \text{ in } \alpha \quad 0''.58 \text{ in } \delta \ ,$$

una posizione generica di Nicolaiev come del 1887 e darle gli errori medi

$$0^s.047 \text{ in } \alpha \quad 1''.0 \text{ in } \delta \ .$$

Abbiamo così tutti gli elementi per calcolare la precisione dei moti propri che si possono ottenere dalle sei fonti considerate, dopo l'eliminazione degli errori sistematici dalle tre più antiche. Ebbene si ottengono i seguenti errori medi per i moti propri secolari ($100\,\mu$ e $100\,\mu'$)

Zona di Lipsia II	per $100\,\mu$	$0^s.11$	per $100\,\mu'$	$1''.2$
di Albany		$0^s.11$		$1''.3$
di Nicolaiev		$0^s.11$		$1''.3$

Si ha dunque una buona precisione che resterebbe sufficiente anche se gli errori dei cataloghi antichi fossero stati valutati un poco bassi. Se ad esempio agli errori medi ottenuti dianzi volessimo aggiungere l'effetto dell'incertezza delle differenze sistematiche, ponendo in luogo di essi che diremo ε, l'espressione $E = \sqrt{(\varepsilon^2 + \eta^2)}$ dove η è la media per ciascun catalogo degli errori medi delle differenze sistematiche, si avrebbero i seguenti valori di η

	in α	in δ
Lalande	$0^s.08$	$0''.8$
Bessel	$0^s.08$	$0''.5$
Santini	$0^s.04$	$0''.6$

e quindi i seguenti di E

	in α	in δ
Lalande	$0^s.22$	$2''.2$
Bessel	$0^s.22$	$1''.6$
Santini	$0^s.11$	$1''.3$

ed infine per esempio nella zona di Lipsia II i seguenti errori medi

in α $0^s.11$ in δ $1''.3$

La mancanza delle posizioni di Lalande e Parigi, che per alcune poche stelle in fatto si verifica, conduce agli errori medi seguenti nella zona di Lipsia II

in α $0^s.14$ in δ $1''.6$

ancora tollerabili, mentre se si tralasciassero di considerare le tre fonti più antiche si avrebbero i seguenti

in α $0^s.20$ in δ $2''.7$

cioè una precisione troppo scarsa.

Non molto diversamente vanno le cose nella zona australe simmetrica alla boreale cioè da 0^o a -10^o di Santini. Per essa in luogo del catalogo di Arcetri si ha quello di Vienna dell'epoca media 1885. Fortunatamente i cataloghi di A. G. sono più precisi di quelli della zona boreale e più recenti.

Il catalogo di Bidschoff, che deriva da osservazioni sue e di altri fatte a Vienna, contiene proprio le stelle dei primi dieci gradi australi di Santini, osservate per la maggior parte 4 volte, alcune più, altre meno, malgrado che l'intento fosse di raggiungere sempre le 4 volte, perchè il lavoro fu interrotto in causa delle condizioni dello strumento. Gli errori sistematici del catalogo non sono stati fino ad ora investigati, ma il materiale non manca; l'errore accidentale è stato fissato dall'autore per una posizione che deriva da quattro osservazioni nella misura seguente

errore probabile in α $0^s.038$ in δ $0''.5$;

noi potremo prendere come errore medio di una posizione generica

in α $0^s.07$ in δ $0''.9$.

I due cataloghi della A. G. che con Nicolaiev coprono la nostra zona sono Strasburgo e Vienna Ottakring, l' uno dell' epoca media 1890 e con gli errori medi, secondo i pesi di Boss per tre osservazioni, quante sono in media per ogni stella,

$$\text{in } \alpha \ 0^{s}.030 \qquad \text{in } \delta \ 0''.45 \ ,$$

l' altro dell' epoca media 1896 e con gli errori medi, sempre secondo i pesi di Boss, per due osservazioni

$$\text{in } \alpha \ 0.^{s}030 \qquad \text{in } \delta \ 0''.45 \ .$$

Se teniamo per i vecchi cataloghi i pesi già determinati trattando delle zone boreali, troveremo che gli errori medi dei moti propri secolari delle stelle da 0° a — 10° di Santini risultano

in α	in δ
$0^{s}.15$	$1''.7$
$0^{s}.13$	$1''.4$
$0^{s}.12$	$1''.3$

Cioè per la sola zona di Nicolaiev un poco troppo forti e tuttavia tali da permettere l' uso di quelle stelle con tutte le altre.

Dobbiamo da ultimo ricordare i cataloghi che abbiamo lasciati da parte perchè non contengono tutte le stelle di Santini di determinate zone e che pure possono dare buon materiale e tra essi in modo principale quelli che son formati dalle stelle di riferimento del catalogo fotografico tra + 10° e — 10° e cioè Tolosa e Abbadia.

Possiamo dunque concludere che le stelle delle zone boreali di Santini possono già dare i moti propri con la precisione necessaria allo studio degli sciami stellari e che la stessa cosa si può dire per le stelle delle zone australi da 0° a — 10° simmetriche a quelle.

Indispensabile è però l' eliminazione degli errori sistematici dai tre cataloghi Lalande, Bessel, Santini, che, come abbiamo visto, ne sono affetti in misura notevole, specie gli ultimi due. Il lavoro non grande che è necessario, è largamente compensato dai frutti che se ne possono ricavare: in proposito si può pensare, oltre a quanto si è detto in principio, alla grande scarsità di posizioni anteriori al 1850 di stelle più deboli di 7^{M}.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 20 ottobre 1917)

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1917-918 - Tomo LXXVII - Parte seconda

AMICI E CORRISPONDENTI
DI
GALILEO GALILEI
XL. GIUSEPPE MOLETTI

DEL PROF. ANTONIO FAVARO M. E.

(Adunanza ordinaria del 28 ottobre 1917)

Niuno, il quale sia un cotal poco addentro nelle cose Galileiane, si meraviglierà trovando il nome di Giuseppe Moletti (1) fra quelli degli Amici e Corrispondenti del sommo filosofo, se anche nessuna lettera scambiata fra loro sia insino a noi pervenuta, nè altri documenti comprovino che tra essi siano passate dirette relazioni. Ma il Moletti fu il primo matematico di un pubblico Studio, al quale essendo stata sottoposta per esame una

(1) Molati, Moleta, Moleto, Moleti e Moletti: sotto queste diverse forme troviamo scritto il suo cognome: egli stesso veramente firmò sempre le sue lettere " Moleto „ nè altrimenti lo scrisse in fronte alle sue opere. Osserviamo tuttavia che, conforme la consuetudine, la quale di frequente si trova seguita intorno a questo tempo, l' individuo portava al singolare il cognome della famiglia che era al plurale; nel caso presente doveva dunque essere " Moleti „, nella qual conclusione ci conferma il trovarlo tradotto in latino con " Moletius „ e non con " Moletus „. Nei documenti ufficiali veneti, quali sono, per modo di esempio, i decreti di condotta e di ricondotta ed i Bollettarii dell'Università Artista dello Studio di Padova, abbiamo trovato costantemente " Moletti „; e così abbiamo incominciato a chiamarlo fin dalla prima volta che di lui ci siamo occupati (*Le Matematiche nello Studio di Padova dal principio del secolo XIV alla fine del XVI*, per ANTONIO FAVARO [*Nuovi Saggi della R. Accademia di scienze, lettere ed arti in Padova.* Volume IX. Parte Prima, pag. 64-66, 85-95]. - Padova, tipografia G. B. Randi, 1880) e così seguitiamo.

scrittura di Galileo, abbia giudicato il suo autore " esser buono et esercitato Geometra " (1); e da un comune amico veniva Galileo informato " che il S.r Moleto l'ama da buon senno " (2); sicchè a questo doppio titolo sembra più che giustificato l'ingresso di questo nella raccolta nostra.

Senonchè, le relazioni di Galileo col Moletti riducendosi a ben poca cosa, noi abbiamo voluto cogliere questa occasione per illustrare, così come abbiamo potuto, questo che, oltre ad essere stato il degno ed immediato predecessore di Galileo nello Studio di Padova, occupa, come confidiamo di poter mostrare, un posto notevole nella storia delle scienze. Egli ebbe infatti una gran parte negli studi per la riforma Gregoriana del Calendario ed ancora nelle sue opere inedite, o delle quali soltanto pochi brani furono dati finora alla luce, si appalesa non fra gli ultimi di quell'eletto stuolo che nelle scienze accennavano a scuotere il giogo aristotelico, e fu tra i precursori del nuovo ordine di cose che doveva essere stabilmente instaurato dal suo grande successore.

I.

Giuseppe Moletti nacque di Filippo in Messina correndo l'anno 1531, come noi possiamo con fondamento argomentare da quanto troviamo affermato nelle sue disposizioni testamentarie (3), e da quello che si deduce dalla orazione funebre che ne tessè Antonio Riccoboni, praesente cadavere, in S. Francesco di Padova il 27 marzo 1588 (4), e finalmente dalla inscrizione mortuaria che tuttora si legge nella chiesa medesima dove fu sepolto (5). Queste,

(1) *Le Opere* di Galileo Galilei. Edizione Nazionale sotto gli auspicii di Sua Maestà il Re d'Italia. Vol. I. - Firenze, tipografia di G. Barbèra, 1890, pag. 183.

(2) Op. cit., Vol. X, pag. 30.

(3) Cfr. Doc. III e XIX.

(4) Antonii Riccoboni *Orationum* volumen secundum. Ad Illustrissimum et R.mum Dominum D. Antonium Saulium Archiep. Genuae et S. R. E. Cardinalem ampliss. - Patavii, apud Laurentium Pasquati, M.D.LXXXI, car. 41-46.

(5) *Urbis Patavinae Inscriptiones sacrae et prophanae* a Magistro Jacobo Salomonio Ord. Praed., ecc. studio et labore collectae, quibus

oltre ad alcune notizie che di sè egli ha indirettamente fornito nelle sue opere, e ad un breve elogio del Tommasini [1], che nulla di nuovo ci apprende in confronto di quello che ne aveva detto il Riccoboni, e ancora al poco che ne scrissero gli storiografi dello Studio di Padova [2], sono le sole fonti alle quali possiamo attingere qualche informazione intorno alla sua vita, e che saranno per parte nostra completate da altre desunte dagli archivii, i quali non erano stati mai a questo riguardo consultati.

Ma notizie biografiche ben più particolareggiate avrebbe potuto fornire il Riccoboni, se, invece di preoccuparsi troppo, da quel buon retore che egli era, degli effetti oratorii del suo discorso, e senza accorgersene al punto da indurlo a chiedere scusa ai suoi uditori " si potius historico quam oratorio munere fungi nunc vobis propter angustias temporis et magnitudinem doloris mei visus fuero " [3], ci avesse tramandato tutto ciò che di lui gli doveva esser noto, per averlo molto ben conosciuto ed essere stato, come egli stesso dice, uno di quelli che vissero nella sua maggiore intimità ed ebbero con lui " arctissimam consuetudinem et familiaritatem ".

---

accedunt vulgatae anno M.DC.LIV a JACOBO PHILIPPO TOMASINO Episcopo Aemon., ecc. - Patavii, M.DCC.I, sumptibus Jo. Baptistae Caesari typogr. Pat. pag. 346. — Nelle citate inscrizioni raccolte dal TOMMASINI, si legge a pag. 239.

(1) IACOBI PHILIPPI TOMASINI Patavini *Illustrium Virorum elogia iconibus exornata*, ecc. - Patavii, apud Donatum Pasquardum et socium, MDCXXX, pag. 108-109.

(2) *De Gymnasio Patavino* ANTONII RICCOBONI Commentariorum Libri sex, ecc. - Patavii, apud Franciscum Bolzetam, M.DIIC, car. 78.

Gymnasium Patavinum IACOBI PHILIPPI TOMASINI Episcopi Aemoniensis Libris V. comprehensum. - Utini, ex typographia Nicolai Schiratti, MDCLIV, pag. 339, 424.

NICOLAI COMNENI PADADOPOLI *Historia Gymnasii Patavini post ea, quae hactenus de illo scripta sunt, ad haec nostra tempora plenius et emendatius deducta cum auctario de claris cum professoribus tum alumnis ejusdem.* Tomus I. - Venetis, MDCCXXVI, apud Sebastianum Coleti, pag. 329-330.

Fasti Gymnasii Patavini JACOBI FACCIOLATI opera collecti *ab anno MDXVII quo restitutae scholae sunt ad MDCCLVI.* - Patavii, typis Seminarii, MDCCLVII, apud Joannem Manfrè, pag. 321-322.

(3) ANTONII RICCOBONI *Orationum* volumen secundum, ecc. car. 45 *t.*

La famiglia Moletti, originaria di Messina, ed anzi tra le più cospicue, dovette il suo maggior splendore all'ordine sovrano di S. Giovanni di Gerusalemme: essa annoverò in fatti un Gran Priore di Messina, invitto guerriero che fu all'assedio di Rodi; e fra otto cavalieri, contemporanei del Nostro, due balì ammiragli della Religione. La fonte alla quale attingiamo (1) afferma che a questa famiglia appartenne anche il Moletti matematico, e di ciò non è alcun dubbio, perchè lo stemma apposto alla sua sepoltura è, con lievissime varianti, lo stesso di quella Casa (2); ma, argomentando dalle poco buone condizioni nelle quali si trovò in sua gioventù, e dall'avere egli espatriato, dubitiamo ch'egli discendesse da un ramo cadetto, o caduto in basso stato, trapiantatosi a Seminara in quel di Reggio di Calabria, ed anche questo troviamo affermato in più luoghi delle citate sue disposizioni di ultima volontà.

Dove egli abbia seguiti gli studi di medicina e di matematica, ai quali applicò in particolare, ignoriamo affatto, ma non è improbabile che questo sia avvenuto in Messina stessa, dove sappiamo che, con l'intervento di Ignazio di Loyola, erasi ottenuta da Papa Paolo III la bolla di fondazione d'uno Studio sotto il dì 16 novembre 1548; ed appianati i dissidii insorti tra il Senato della Città e la Compagnia di Gesù, con bando dei 29 aprile 1550 erasi annunziata l'apertura dello Studio con lezioni di diritto e di medicina (3). Questo però sappiamo che, venticinquenne circa, egli venne a Padova; dopo essersi trattenuto, come vedremo tra poco, per qualche tempo a Verona, si stabilì a Venezia e vi esercitò la professione di medico, attendendo anche al privato insegnamento ed in pari tempo a studi di astronomia, e soprattutto alla compilazione di effemeridi.

---

(1) *Nobiliario della Città di Messina* pel commendatore Giuseppe Galluppi ecc. - Napoli, stabilimento tipografico del cav. Francesco Giannini, 1878, pag. 126-127.

(2) D'azzurro alla sbarra d'oro, caricata di tre rose nel campo, accompagnata nel capo da una croce di Malta d'argento, e nella punta da un giglio d'oro.

(3) *Ministero della Pubblica Istruzione. Monografie delle Università e degli Istituti Superiori.* Volume I. - Roma, tipografia operaia romana cooperativa, 1911, pag. 137-138.

I primi saggi però, con i quali egli diede pubblica manifestazione della sua attività scientifica, risguardano la cosmografia, poichè ad essa in realtà si riferisce più precisamente il " Discorso universale di M. Gioseppe Moleto matematico. Al signor Federico Morando. Nel qual sono raccolti e dichiarati tutti i termini et tutte le regole appartenenti alla Geografia. In Venetia, appresso Vincenzo Valgrisi, MDLXI " ; il quale venne anche pubblicato in appendice alla traduzione che della Geografia di Claudio Tolomeo curò Girolamo Ruscelli [1], e ripubblicato nelle varie edizioni che di questa vennero curate, ed anco in altre rivedute da Giovanni Malombra [2], ed a quanto pare vide la luce anco separatamente, essendone state fatte delle tirature a parte [3].

In questo " Discorso " tratta soprattutto il Moletti del problema delle coordinate geografiche e del modo di misurarle, dei climi tolemaici e dell' origine dei venti in relazione alla costruzione ed all' uso della bussola ; ma esso presenta per noi anche un certo interesse nei rispetti biografici di lui. Apparisce infatti, come abbiamo veduto, indirizzato ad un gentiluomo veronese per nome Federigo Morando, del quale è fatto espresso cenno

---

(1) *La Geografia* di CLAUDIO TOLOMEO Alessandrino nuovamente tradotta di Greco in Italiano da GIROLAMO RUSCELLI, ecc. Aggiuntovi un pieno discorso di M. GIOSEPPE MOLETO matematico. Nel quale si dichiarano tutti i termini et le regole appartenenti alla Geografia, ecc. - In Venetia, appresso Vincenzo Valgrisi, MDLXI.

(2) *La Geografia* di CLAUDIO TOLOMEO Alessandrino già tradotta dal Greco in Italiano da M. GIROLAMO RUSCELLI ed ora in questa nuova editione da M. GIO. MALOMBRA ricorretta et purgata d' infiniti errori, ecc. et con un discorso di M. GIOSEPPE MOLETO, ecc. - In Venetia, appresso Giordano Ziletti, MDLXIIII.

(3) Ne abbiamo veduto col medesimo titolo, ma " In Venezia, appresso Giordano Ziletti, al segno della stella, M.DLIIII ". La Misc. C. 1593 della Biblioteca Marciana ne contiene una edizione del 1573 col titolo seguente : " *Discorso* di M. GIOSEPPE MOLETO Medico, Filosofo et Matematico Eccellentissimo. Nel quale con via facile et brieve si dichiarano et insegnano tutti i termini et tutte le regole appartenenti alla Geografia. Di nuovo dal proprio autore ricorretto et accresciuto del modo di fare i Mappamondi, le Balle, le Tavole di Geografia : di trovar le differenze delle lunghezze et delle larghezze di molte Figure ; et di molte et molte cose necessarie alla perfettione della scienza che nell' altro mancavano. - In Venetia, appresso Giordano Ziletti al segno della stella, M.D.LXXIII.

al principio del discorso medesimo con le seguenti parole: " Poi che per la partita di V. S. et mia da Verona, io non potei con la viva voce sodisfarla della richiesta che mi fece, che doppo haverla fatta capace degli elementi d' Euclide et della Sfera del mondo, io volessi ancora introdurla nella Geografia et particularmente in quella di Tolomeo: et ella significandomi con lettere et dicendomi a bocca quando ci siamo veduti, ch' io sono quasi suo debitore, chiedendomi ch' io voglia a quel mancamento supplire con la scrittura, ho deliberato hor ch' ho quasi dato fine alle mie Efemeridi di sodisfarla con questo picciolo discorso, nel quale mi sono sforzato di raccogliere et dichiarare tutti i termini et tutte le regole che appartengono ad essa Geografia ".

Si apprende adunque di qui che in un tempo non ben precisato, ma prima del 1560, e prima ancora di recarsi od almeno di stabilirsi in Venezia, il Moletti, in età per conseguenza assai giovane, aveva per qualche tempo soggiornato in Verona, esercitandovi l' insegnamento, non sappiamo se pubblico con funzioni analoghe a quelle delle quali parecchi anni innanzi era stato investito il Tartaglia (1), ma certamente privato delle matematiche, e che tra gli altri vi aveva avuto a scolaro Messer Federigo Morando, del quale nella dedicatoria della edizione del " Discorso " che porta la data del 1573 " Al molto Magnifico Signor Raffaello Gherardi Gentil' huomo Fiorentino ", scrive: " et hora cavalier dell' ordine di S. Lazaro et S. Mauritio ".

Del quale Federigo Morando noi siamo in grado di dire assai più mercè l' aiuto cortese di chi (2) volle per noi consultare le fonti veronesi. Egli appartenne infatti ad una famiglia piuttosto civile che nobile, ma assai facoltosa, cioè ai Morandi della Croce, così chiamati talvolta dall' insegna della loro spezieria: nacque di Andrea e Domenica Padovani nel 1539 e molto verosimilmente udì le lezioni del Moletti quando non era peranco ventenne; abbracciò di poi la carriera delle armi, non ricomparve

(1) Cfr. Antonio Favaro. *Per la biografia di Niccolò Tartaglia* (*Archivio Storico Italiano*. Anno LXXI, n.° 270, pag. 19-20 dell'estratto) - Roma-Firenze, tip. Galileiana, 1913.

(2) Del dott. Giuseppe Biadego, bibliotecario del Comune di Verona, al quale professo qui pubblicamente la mia vivissima gratitudine.

a Verona altro che nel 1583, e deve in questo frattempo essere stato ai servigi di Emanuele Filiberto ed essersi acquistate singolari benemerenze se già a trentaquattro anni, come abbiamo anche da altre parti, era stato insignito dell' Ordine Mauriziano.

Ritornando ora, dopo questa breve digressione, alla dedicatoria, troviamo che in essa scrive ancora il Moletti d' aver, nella occasione di ristamparlo, riveduto il " Discorso „, " et con tutte l' occupationi della mia servitù, nel rivederlo, son stato in pensiero di darle nuova forma: ma pensando poi che se io l' havessi fatto, sarebbe al tutto stata nuova fatica; cosa che non m'era caduta nell' animo, essendo che con l' aiuto di Dio, penso di fare, ad imitatione di Tolomeo, una Geografia intera di tutta la terra, come hoggidì si truova, sotto le sue lunghezze et larghezze: cosa in vero di molto tempo et di molta fatica, ma insieme di molto giovamento alla posterità. „ Questa dedicatoria non reca data, ma dev' essere dell' anno stesso 1573 nel quale il " Discorso „ venne ristampato, ed allora sappiamo positivamente che il Moletti si trovava a Mantova [1], e la servitù alla quale accenna è quella del Duca Guglielmo Gonzaga che, come vedremo con maggiori particolari a suo luogo, lo aveva chiamato perchè attendesse alla istruzione matematica del giovane Principe Vincenzio.

Egli non diede altrimenti seguito al proposito che lo vedemmo testè esprimere di dare egli stesso alla luce una nuova Geografia; ma già fin dal 1562 s' era fatto editore d' una delle tante stampe di quella di Tolomeo che intorno a questo tempo videro la luce; e pare anzi che in tale occasione egli si sia valso di molti codici

(1) Archivio di Stato di Mantova. Sezione Gonzaga. Lettera di Giuseppe Moletti data da Mantova sotto il dì 24 settembre 1573. Per tutte le lettere del Moletti contenute in questa fonte, ed alle quali verremo accennando, notiamo una volta per sempre che portano la segnatura F. II. 8 quelle scritte da Mantova, ed E. XLV. 3 quelle da Padova e da Venezia. Come è ben noto agli studiosi, per effetto d'un vandalismo commesso in questo Archivio, molte lettere vennero spogliate del mezzo foglio contenente la soprascritta, sicchè in questi casi, salvo che circostanze intrinseche non permettano di argomentarlo, non si sa a chi siano state dirette. Di che vedi quanto scrive il Govi a pag. 268 del Tomo III del *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle scienze matematiche e fisiche* pubblicato da B. Boncompagni. - Roma, tip. delle scienze matematiche e fisiche, 1870.

greci coll' uso dei quali fosse riuscito a reintegrarne in più luoghi la vera lezione, e ad ogni modo vi aggiunse alcuni suoi pregevolissimi commentarii (1).

E per completare la esposizione di tutto ciò che abbiamo trovato intorno ai suoi lavori geografici, noteremo ancora che nella " Carniola antiqua et nova „ dello Schönleben (2) la tavola rappresentante la " Pannonia Superior „ è tolta appunto dall'edizione ch' egli curò della Geografia di Tolomeo.

Si è già veduto che il Moletti nella introduzione al suo " Discorso „ il quale ebbe così grande diffusione, aveva fin dal 1561 annunziato d'aver quasi portato a compimento le Effemeridi celesti, delle quali così gran numero registra la bibliografia dell' astronomia, principalmente fra la metà del secolo decimosesto e quella del decimosettimo. In esse venivano d' ordinario predette le ecclissi, le congiunzioni del sole e della luna, della luna e del sole coi pianeti, dei pianeti tra loro, e tutti gli accidenti celesti; ed inoltre descritti gli effetti da essi prodotti di anno in anno, di mese in mese, di giorno in giorno, e questo principalmente in servigio della astrologia giudiziaria.

Queste Effemeridi del Moletti, estese per dieciotto anni, cioè dal 1563 al 1580 comparvero alla luce in Venezia nel 1563 (3),

---

(1) *Geographia* Cl. Ptolemaei Alexandrini olim a Bilibaldo Pirkeimherio translata et nunc multis codicibus graecis collata, pluribusque in locis ad pristinam veritatem redacta a Josepho Moleto Mathematico. Addita sunt in primum et septimum librum amplissima eiusdem commentaria. - Venetiis, apud Vincentium Valgrisium, MDLXII.

(2) " inspiciantur ergo mappae et Tabula Europae V apud Ptotomaeum *(sic)* editionis Venetae authore Josepho Moletio anno 1564 cui correspondet apposita hoc loco tabella seu figura N. 3. *(Carniola antiqua et nova*, Antica Japydica, Hyperborea, celtica, pannonica, norica, istrica, carnica, romana, vandalica, gotthica, longobardica, slavica, avarica, francica. Nova Germanica, slavica, francica, bavarica, austriaca, sive Inclyti Ducatus Carniolae Annales Sacro-Prophani ab orbe condito ad nostram usque aetatem per annorum seriem chronographice digesti in duos Tomos ecc. Authore Joanne Ludovico Schönleben, ecc. - Labaci, sumpt. et typis Ioannis Baptistae Mayr, typographi et bibliopolae. Anno Christi M.DC.LXXXI, pag. 57). Infatti nella tavola che sta di fronte alla pag. 56, la prima figurina in alto a sinistra della " Pannonia superior „ porta la seguente iscrizione: " Fig. N. I. Moletij „.

(3) *L'Efemeridi* di M. Gioseppe Moleto Matematico. Per anni

ed è in data dei 12 maggio la lettera dedicatoria a Giovanni Battista Fagnano e Niccolò Primo (1) che l'autore dice d'aver conosciuti in Padova. Tra le cose notevoli contenute in questa dedicatoria ci piace di rilevare la seguente singolare dichiarazione ch' egli fa a proposito dei moti celesti. " Questa parte, egli scrive, ho io calcolata per le Tavole d' Alfonso; perciocchè non ho voluto innovare strade, et calcolare per il Copernico; non per ch' io dubbiti che ne' movimenti d' Alfonso non vi sia errore: di che non è ancor senza il Copernico (e questo dico per quanto l' osservationi demostrino), ma perchè, non essendo nè l' uno nè l' altro senza errore, men male a seguire Alfonso, come antico, che appigliarsi a nuova strada senza havere osservato i detti movimenti, quando io poi haverò osservato quelli et haverò chiaramente conosciuto chi di loro ha meno errato, all' hora m' appiglierò a quel tale. " E così, come vedremo a suo luogo, egli fece appunto; ma, oltre a quello che gli avranno appreso le osservazioni di fatto, non deve esser rimasto senza influenza su di lui l'aver trovato più tardi nello Studio di Padova la vecchia tradizione degli averroisti che, nonostante certe deviazioni, avevano però negato all'astronomia il diritto di usare di ipotesi che non fossero conformi alla natura delle cose, e quindi dovea essere condotto ad un diverso apprezzamento del sistema Tolemaico; poichè le

---

XVIII. Le quali incominciano dall'anno corrente di Cristo Salvatore, 1563, et si terminano alla fine dell'anno 1580. Con ogni diligenza, al Meridiano della Magnifica et Felice Città di Vinegia calculate. Aggiontovi i Canoni o Introduttioni chiarissimamente scritte in lingua Italiana et divise in sei libri: ne' quali oltre il modo di oprare le dette Efemeridi si trattano tutte le vere Regole della scienza Astrologica, con molte cose non mai trattate nell'altre Efemeridi, come nella tavola seguente si potrà vedere. - In Venetia, appresso Vincenzo Valgrisio, M.D.LXIII.

L'anno successivo ne venne curata una edizione latina, estesa dal 1564 al 1584 col titolo seguente: *Ephemerides* IOSEPHI MOLETII Mathematici Annis viginti inservientes, incipientesque ab anno 1564 et desinentes ad annum 1584, ad meridianum inclitae Venetiarum Urbis exacte supputatae. Isagogica, sive introductiones additae sunt, quibus ecc. - Venetiis, in officina Pacis, apud Franciscum Franciscium Senensem, MDLXIIII.

(1) Era questi un gentiluomo da Ragusa che il MOLETTI ricorda nei suoi testamenti. Cfr. Doc. III e XIX.

ipotesi sulle quali era stato fondato, l' eccentrico cioè e l' epiciclo, non erano state tenute assolutamente indispensabili per sodisfare la grande preoccupazione: σώζειν τὰ φαινόμενα (1).

I " Canoni „ ovvero le " Introduttioni nell' efemeridi „ sono distribuiti in sei libri, a proposito dei quali vogliamo notare che il quarto " nel quale si discorre il modo di predire le mutationi dell' aere „ è dedicato " al molto magnifico signor Alcino Faella nobile veronese „ perchè, come dichiara l' Autore, questo " mentre io ero a Verona, scrissi brievemente a requisitione di V. S. „; ed il quinto " nel quale si dimostra la via che si debbe tenere per giudicare le Natività et le Revolutioni di quelle con brieve et facil modo „ è dedicato " al molto Magnifico Signor Pietro Rossiti nobile di Pordenone „, perchè scritto già " a sua requisitione „.

E prima di lasciare questo argomento delle Effemeridi vogliamo notare che a proposito di esse è rimasta qualche traccia di relazioni dirette passate fra il nostro Moletti e Giovanni Antonio Magini, uno dei due matematici dello Studio di Bologna. Anzitutto, se è vero che questi fece almeno parte dei suoi studi in patria, sarà stato certamente scolaro del Moletti, come del resto si trova anche esplicitamente affermato (2) e come ci sembra risultare indubbiamente da un frammento del Nostro, nel quale, parlando del Magini, lo dice " Mathematicae peritus philosophiaeque doctor, atque inter meos auditores praecipuus, mihique ob

---

(1) Veggasi a tale proposito l'*Essai sur la notion physique de Platon à Galilée* par PIERRE DUHEM. Extrait des *Annales de Philosophie Chrétienne*. - Paris, librairie scientifique A. Hermann et fils, 1908.

(2) " in patria quidem Petrum Catenam et Moletium, viros plane doctos audiit „ (IACOBI PHILIPPI TOMASINI, ecc. *Illustrium virorum elogia iconibus exornata*, ecc. - Patavii, apud Donatum Pasquardum et socium, M.DC.XXX, pag. 283). — Il VEDOVA (*Biografia degli scrittori Padovani* ecc. Vol. I. - Padova, coi tipi della Minerva, MDCCCXXXII, pag. 555), copiando dal TOMMASINI, trasforma il " Moletto „ in " Molinetto „, ma nulla aggiunge di suo a tale proposito. Il PAPADOPOLI (*Historia Gymnasii Patavini*, ecc. Tomus II. - Venetiis, apud Sebastianum Coleti, MDCCXXVI, pag. 276) afferma anch'egli che il MAGINI " auditor curiosus Petri Catenae, mox Iosephi Moleti Messanensis, quae pertinent ad Geometriam, Astronomiam et calculis Ephemeridum didicit „, aggiungendovi poi, conforme il solito, altri particolari di sua invenzione.

ingenii acumen ac morum suavitatem carissimum " [1], che poi sembra essere stato in certo qual modo coinvolto in una celebre polemica sostenuta dal Magini contro lo Scala ed il Cagnati che accusò d' aver copiate da lui le effemeridi da loro date alla luce [2]. In un opuscolo pubblicato dal Magini nel corso della polemica sotto il nome di Gio. Battista Gazano, per infirmare quello di cui l' avversario l' aveva accusato, scrivendo: " Maginus proculdubio ex Mestlino multa suscepit, quod eius literae testantur, quas Excellentiss. Moletio dedit eo anno quo suas Ephemerides Venetiis excudendas curavit; idque ipse Maginus (nisi veras conscientiae voces pudor includat) negare non potest ", diede in luce una lettera indirizzatagli dal Moletti sotto il dì 28 ottobre 1582 [3] che riesce a sua parziale giustificazione, accompagnandola con queste parole: " Hanc epistolam manu propria Moletij conscriptam missam esse scito Patavium ad perillustrem virum atque omni doctrina ornatissimum Ioannem Vincentium Pinellum, ut ab omnibus curiosis legi possit et recognosci: non enim falsa comminiscor " [4]. Ma al tempo in cui il Magini scriveva questo, era già morto il Moletti, che se fosse stato ancor vivo, molto probabilmente non si sarebbe lasciato andare all' accusa che più tardi formulò contro di lui, imputandolo di essere stato in certo qual modo la causa o l' incitatore al plagio ch' egli pretendeva commesso dallo

---

(1) Biblioteca Ambrosiana. Cod. D. 235. Par. Inf., car. 1.

(2) Siamo entrati in molti particolari a questo proposito nel *Carteggio inedito di Ticone Brahe, Giovanni Keplero e di altri astronomi e matematici dei secoli XVI e XVII con Giovanni Antonio Magini, tratto dall'Archivio Malvezzi de' Medici in Bologna*, pubblicato ed illustrato da Antonio Favaro. - Bologna, Nicola Zanichelli, 1886, pag. 103 e seg.

Dello Scala però abbiamo trovato soltanto: *Ephemerides* Iosephi Scalae Siculi Noetini Art. et Med. Doc. *ad annos duodecim, incipientes ab Anno Domini 1589. Una cum introductionibus Ephemeridum* Excel. D. Iosephi Moletii Mathematici. Ab eodem D. Iosepho Scala ad usum suarum, restitutis. - Venetiis, MDLXXXIX. Tanto nella lettera dedicatoria quanto nella prefazione è ripetutamente menzionato il Moletti mancato ai vivi mentre il volume si stava stampando.

(3) Cfr. Doc. XVII.

(4) Ioannis Baptistae Gazani *ad defensionem Iosephi Scalae Siculi, sub nomine Ioannis Antonii Quinquerugij responsio.* - Venetiis, Gratiosus Perchacinus excudebat, MDXC.

Scala a suo danno; chè del resto queste Effemeridi erano un pò come le' tavole dei logaritmi e le carte geografiche, i cui editori sono ben di rado calcolatori o disegnatori originali. Così infatti scrive il Magini: " Speraram namque post Iunctinum illum, et alterum quondam Iosephum Scalam Siculum, qui instigante Iosepho Moletio Patavini Gymnasii Mathematico, meas sibi, aliquibus immutatis, Ephemerides ascripserat „ (1). Troppo note sono infatti le gelosie, le invidie e le malignità del Magini verso tutti i suoi contemporanei, perchè di questa insinuazione possa esser tenuto qualche conto.

II.

Già fin dal primo suo soggiorno in Padova si era il Moletti legato di molta intimità col celebre Gianvincenzio Pinelli, del quale tante e tante volte abbiamo avuto occasione di occuparci in questi nostri studi. Nessun forestiero di qualche levatura il quale venisse a Padova trascurava di conoscere l' egregio patrizio genovese che aveva preso stabile stanza presso di noi e che con grandissima liberalità apriva agli studiosi la sua casa e la sua celebre biblioteca; ed è ben noto come egli ospitasse anche Galileo al tempo della sua prima venuta, e come anzi in casa Pinelli egli preparasse il suo discorso inaugurale (2). Tra i non molti amici del Pinelli, che a Paolo Gualdo piacque di ricordare nella biografia che stese di lui, è anche il nostro Moletti, ma la memoria ch' egli ne lasciò è affatto indiretta ed identica a quella che vi si legge di Galileo. Tenendo infatti parola della famosa biblioteca e del modo nel quale ne erano registrati i libri, cita appunto: " Iosephi Moletij de emendatione anni „ (3).

---

(1) Io. ANTONII MAGINI Patavini, Mathematicarum in Almo Bononiensi Gymnasio Professoris *Tabulae Primi Mobilis, quas directionum vulgo dicuntur*. - Venetiis, apud Damianum Zenarium, MDCIIII, car. 23 *r*.

(2) *Galileo Galilei e lo Studio di Padova* per ANTONIO FAVARO. Vol. I. - Firenze. successori Le Monnier, 1883, pag. 64.

(3) *Vita Joannis Vincentii Pinelli, patricii genuensis*. In qua studiosis bonarum artium proponitur typus viri probi et eruditi. Auctore PAULO GUALDO patricio vicentino. - Augustae Vindelicorum, ad insigne pinus, MDCVI, pag. 29.

E quantunque, come abbiamo già avvertito, si fosse il Moletti stabilito in Venezia, dove al dire del Riccoboni " charissimus fuit Venetis Patriciis, senatoribus, principibus, ut Medicus non spernendus, ut Philosophus summus, ut Mathematicus eximius, ut Astrologus egregius, ut vir omnibus partibus ac numeris absolutus „ (1), convien credere che le sue gite a Padova fossero frequenti, e di queste approfittasse per mantenere amichevoli relazioni col Pinelli, col quale, come avvertimmo, deve essere divenuto assai intimo, se ancora nel primo testamento che di lui abbiamo rinvenuto, e rogato il 15 Maggio 1570 in Venezia, dov' era caduto gravemente ammalato (2), egli esprime la volontà che, con altra persona di sua fiducia, sia chiamato il Pinelli a deliberare sulla vendita della libreria ch' egli lasciava, incaricandolo di farne tenere il ricavato ai suoi parenti di Seminara, e vuole che dei libri prenda per sè fino all' ammontare di sei ducati e finalmente rimette in lui e nell' altro commissario di provvedere alla inscrizione mortuaria da incidere sulla sua tomba.

Ma da quella gravissima malattia egli si riebbe di lì a non molto, e, probabilmente prima che finisse l' anno, fu condotto, come per incidenza s' è già veduto, ai servigi del Duca Guglielmo Gonzaga : e questo ci pare di poter affermare poichè il Riccoboni asserisce : " Gulielmus Dux Mantuae ad docendum mathematicas disciplinas Principibus admodum necessarias Vincentium filium suum... Venetiis Mantuam Josephum Moletium accivit... circiter annos septem id muneris obivit „ (3), e se così fu ed egli, come vedremo subito, abbandonò il servigio dei Gonzaga nel 1577, è da credere vi sia stato assunto circa l' anno 1570, poichè di questo suo lungo soggiorno mantovano rimangono scarsissimi

(1) Antonii Riccoboni *Orationum* volumen secundum, ecc., car. 43 *t* - 44 *r*.

(2) Cfr. Doc. III.

(3) Antonii Riccoboni *Orationum* volumen secundum, ecc., car. 44 *r*. — Il Duca di Mantova dunque lo chiamò da Venezia dove il Moletti non occupava alcun pubblico ufficio, e non, come crede il Facciolati *(Fasti Gymnasii Patavini ab anno MDXVII quo restitutae scholae sunt ad MDCCLVI.* - Patavii, typis Seminarii, MDCCLVII, apud Joannem Manfrè, MDCCLVII, pag. 321), dallo Studio di Padova dal quale sarebbe rimasto assente durante il settennio del soggiorno mantovano.

documenti, anzi soltanto alcune lettere scritte da lui (1), nella prima delle quali in ordine di tempo, e che sta sotto il dì 24 settembre 1573, si lagna di un cortigiano il quale, avendo udito come egli dovesse assentarsi per un giorno, aveva insinuato al Principe Vincenzio: " così non v' insegnerà delle sue minchionarie di squadrati et mondi „. " Pessimo esempio, soggiunge il Moletti, è questo pel Principe che fa profitto mirabile et ardisco a dire che vi sono molti che ne fanno profesione che non intendono così bene quelle cose „. Alcune altre lettere sono scritte da Canneto nel 1576, e verosimilmente ad un segretario ducale il quale sembra si occupasse di studi filosofici, poichè aveva mandato per giudizio al Moletti un suo lavoro " dell' eternità del tempo „ deducendo che da questa non può argomentarsi quella del movimento. Sul finire di questo medesimo anno egli informa il suo ignoto corrispondente d' aver finito di leggere al Principe il decimo libro di Euclide, esprimendo la speranza di giungere entro il successivo gennaio a compiere la lettura dei cinque libri che trattano dei solidi. Noi dubitiamo però che soltanto al fine d' istruire nelle matematiche il giovane Principe Vincenzio fosse stato il Moletti condotto a Mantova, e per questo solamente vi abbia fatto così lungo soggiorno, ed incliniamo a credere ch' egli vi sia stato adoperato anche in altre mansioni attenenti ai suoi studi, e a disimpegnare le quali sappiamo che architetti, ingegneri e matematici furono sempre in buon numero a quella Corte (2): ma del Nostro questo non risulta in alcun modo dai documenti fino a noi pervenuti.

---

(1) Della comunicazione di un regesto di esse andiamo debitori alla squisita gentilezza del Comm. ALESSANDRO LUZIO, direttore dell'Archivio di Stato di Mantova, al quale rivolgiamo qui pubblici ringraziamenti.

(2) *Architetti, Ingegneri e Matematici in relazione coi Gonzaga Signori di Mantova nei secoli XV, XVI e XVII.* Ricerche archivistiche mantovane di A. BERTOLOTTI (Estratto dal *Giornale Ligustico.* Anno XV. Fasc. IX-X. 1888). - Genova, tipografia del R. Istituto Sordo-muti 1889. Quivi (pag. 126) il BERTOLOTTI scrive, ma, per quanto abbiamo veduto, erroneamente, che il MOLETTI " nel 1576 era stato chiamato in Mantova „ a spiegare Euclide al principe VINCENZO GONZAGA.

Per le notizie intorno ai tecnici chiamati alla Corte di Mantova sono inoltre da vedersi le numerose monografie del DAVARI.

Intanto nel 1576 era rimasta vacante nello Studio di Padova la lettura matematica per la morte di Pietro Catena portato via con molti altri professori dalla pestilenza che in quel torno di tempo fece di così grandi stragi, specialmente in queste nostre regioni; grandissima sventura alla quale non mancò la nota semi-buffa della infelicissima spedizione fatta a Venezia da due medici celeberrimi, il Capodivacca ed il Mercuriale, chiamati colà con grande aspettazione interamente delusa (1).

Pasquale Cicogna, reduce dalle sue funzioni di Podestà a Padova, nella sua relazione letta al Senato nel maggio 1577 narra che " gli studenti in causa della pestilenza del 1576 erano ridotti a dieciotto ed anche meno " (2), e di fronte a tale affermazione contemporanea così precisa e competente crediamo sia da accogliere con benefizio d' inventario la notizia del Riccoboni, secondo la quale " ne in maximo quidem pestilentiae et mortis terrore ducenti defuerunt " (3); e dubitiamo si fossero così presto ristorate le cose dello Studio da far sì, che, come narra il Conratter, " anno CIↃIↃLXXVII-LXXVIII ad mille quingentos numerati fuerunt " (4).

---

(1) Abbiamo voluto ricordare questo incidente per aver occasione di notare che esso è narrato negli stessi identici termini dal Consigliere Alemanno Artista (*Atti della Nazione Germanica Artista nello Studio di Padova* per Antonio Favaro. Vol. I. - Venezia, prem. tip. Emiliana, 1911, pag. 104) e dal Tommasini (*Gymnasium Patavinum*, ecc. - Utini, ex typographia Nicolai Schiratti, MDCLIV, pag. 417); ciocchè prova che questi nel dettare la sua storia aveva sotto gli occhi gli Atti della Nazione Germanica alla quale dedicò la sua opera. — Una descrizione assai particolareggiata delle stragi prodotte dalla peste nella città e dintorni si ha negli *Atti della Nazione Germanica dei Legisti nello Studio di Padova* per cura di Biagio Brugi. Volume I. - Venezia, prem. tipografia Emiliana, 1912, pag. 200-206.

(2) Relazione di Pasquale Cicogna Podestà di Padova, presentata al Senato nel maggio 1577 (Nozze Cicogna-Keller). - Padova, tipografia del Seminario, 1881.

(3) *De Gymnasio Patavino* Antonii Riccoboni Commentariorum Libri sex, ecc. - Patavii, apud Franciscum Bolzetam, M.D.IIC, car. 121.

(4) Biagio Brugi. *Una descrizione dello Studio di Padova in un manoscritto del secolo XVI del Museo Britannico* (*Nuovo Archivio Veneto*. Nuova serie. Tomo XIV. Parte I, pag. 78). - Venezia, Istituto d'arti grafiche, 1907.

È da credere tuttavia che, mentre la lettura di matematica era sospesa per la morte del Catena, tacessero durante il maggior infierire della pestilenza anche tutte le altre cattedre dello Studio: afferma infatti esplicitamente il Tommasini che, per così grave calamità, " Professores per annum et amplius e publico munere cessarunt: liberalitate tamen Reipublicae Venetae consueta stipendia promptissime iis concessa „ (1).

Ma, non appena fu possibile, le lezioni furono riprese: infatti fin dal gennaio 1577 alcuni professori ricominciarono a leggere, però, come narra il teste citato Tommasini, " sine societate „, e subito si intrapresero le pratiche per provvedere con nuove elezioni a rioccupare le cattedre che la peste aveva fatte deserte; e poichè fra queste era pur quella di matematica, così i Riformatori dello Studio posero per essa gli occhi addosso al Moletti che già di tanto grande favore godeva appresso il Patriziato Veneto. Ottenuto pertanto che fosse sciolto dall' impegno col Duca di Mantova, lo condussero per i soliti quattro anni di fermo e due di rispetto con lo stipendio di annui fiorini duecento, più elevato cioè di quello che per prima condotta fosse stato assegnato ad alcuno dei suoi predecessori su quella cattedra. Il fatto e le circostanze che lo accompagnarono narra il Riccoboni nei termini seguenti: " Cumque ab illustrissimis Moderatoribus, illustrissimo Senatu, Serenissimo Venetiarum Principe in celeberrimum Gymnasium Patavinum invitaretur, maiori etiam praemio, quam ullo unquam tempore in hoc ipso Gymnasio unquam Mathematicarum disciplinarum interpreti propositum fuerit, in gratiam Venetorum honestissime dimissus est, ingenti pecunia donatus „ (2). La relativa deliberazione fu presa in Senato il 24 maggio 1577 (3); ma, come di regola accadeva, i Pregadi non facevano altro che ratificare con un decreto formale le deliberazioni già prese dal Magistrato dei Riformatori, ed infatti già parecchi giorni innanzi questi avevano conchiuso le trattative col Moletti, poichè l' 11 maggio egli era già in Venezia dopo aver abbandonato il servizio

(1) *Gymnasium Patavinum*, ecc. - Utini, ex typographia Nicolai Schiratti, MDCLIV, pag. 418.

(2) Antonii Riccoboni *Orationum* volumen secundum, ecc., car. 44 *r*.

(3) Cfr. Doc. IV.

alla Corte di Mantova: è infatti di questo giorno una sua lettera di là e, secondo ogni probabilità, indirizzata al Principe Vincenzio, nella quale gli si professa anche da lontano affezionatissimo servitore " dum vivam ac post migrationem huius vitae „ e lo prega di serbarlo " in un piccolo cantoncino della sua felice memoria. „

Poco prima di dar principio alle lezioni il Moletti torna a scrivere sotto il dì 5 ottobre 1577, e questa volta da Padova e non al Principe, ma verosimilmente ad uno dei segretarii, rinnovando le sue proteste di servitù ai Gonzaga, e prega di far sapere al Duca " che nel tempo delle vacanze che molte certo sono, ciascuna volta che resti S. A. servita di valersi in servitio del Ser.mo Principe dell' opera mia, lo riceverò in somma gratia. „ Ed aggiunge: " S' approssima il tempo delle fatiche, ma a me poca o niuna noia sono per dare, poichè mi vengono lettioni ch' altre volte et molte ho lette „. Ed il 29 dicembre di questo medesimo anno torna a scrivere, come pare alla medesima persona, accennando alla cometa apparsa il 7 novembre ed aggiunge: " V. S. perdonerà l' aria di Padova, dove non s' ha altro da fare che voltar carta et chi più ne volta è più giudicato dotto „.

La cattedra di matematica nello Studio di Padova fu occupata dal Moletti per undici anni scolastici, e per cinque di questi rileviamo dai Rotoli giunti infino a noi originali o in copia (1) gli argomenti delle sue lezioni. Così sappiamo che nel 1579-80 lesse " Lib.m Euclidis „; nel 1583-84 " Elementa Euclidis et Elementa Optica „; nel 1584-85 " Sphaeram Ioannis de Sacro Busto et Elementa Euclidis „; nel 1585-86 " Lib. Euclidis et Mechan. Arist. „, e nel 1586-87 " Sphaera et Prospectiva „. Le lacune che per tal modo rimangono possono considerarsi, almeno in parte, colmate da quanto riferisce in proposito il Riccoboni, con la scorta del quale alle materie accennate possiamo aggiungere: " Universa Cosmographia, Geographia, Anemographia, Hydrographia „ (2). Che cosa si comprendesse realmente sotto queste due ultime voci non sapremmo dire con tutta esattezza, incli-

(1) Archivio Universitario di Padova. Busta 242, Rotuli Artistarum. Pars prior 1520-1739, car. 37 *t*; Busta 651, Stipendi dei Professori, Mancanze, Rotoli, ecc. 1509-1644, car. 293 *t*, 302 *r*, 304 *t*, 308 *t*.

(2) ANTONII RICCOBONI *Orationum* volumen secundum, car. 45.

niamo tuttavia a credere che fossero in tali occasioni interpretati i meteorologici di Aristotile; ma ad ogni modo il fatto del figurare fra le materie d'insegnamento la Idrografia ci sembra degno di essere notato come un elemento del quale deve essere tenuto conto nella storia dell' insegnamento matematico nello Studio nostro, e ciò tanto più perchè questa lettura della Idrografia, e senza il sospetto di materia meteorologica nel senso aristotelico, torna a comparire più tardi nei Rotoli (1).

Dovrebbe credersi che in Padova, il centro che, specialmente intorno a questo tempo esercitava maggior forza di attrazione per uno studioso in confronto di qualsiasi altra città d'Italia (2), e dove il Moletti contava già numerose e cospicue amicizie, egli fosse per trovare la sede più adatta ai suoi gusti ed alle sue tendenze, eppure non sembra che già fin da principio egli avesse motivo di lodarsi della deliberazione presa di lasciare i servigi del Duca di Mantova per la cattedra di Padova. Si trova infatti che ancora sotto il 20 marzo 1580 egli scrive al Principe: " che Iddio perdoni chi è stato cagione d' essermi io partito della sua felicissima servitù, poichè lo sa benissimo io non ho mai sentito pari dolore a quello che sentii e sento nell' esser fuori della servitù di V. S., poichè mi pare d' esser stato spogliato della gloria della quale col mezzo del divinissimo ingegno suo era incamminato a quel colmo di perfettione che mai alcuno avesse potuto ascendere "; e, dopo aver accennato a recenti atti di benignità del Principe, esprime esplicitamente il voto d' esser richiamato " alla servitù sua ". Ma se anche questo suo desiderio non potè, e per ragioni che ci sono rimaste sconosciute, essere sodisfatto, la Corte continuava però a valersi dell'opera sua, benchè non sappiamo per quali mansioni: sotto il 6 settembre di questo stesso anno 1580 infatti il Moletti annunzia al Principe d'essere arrivato a Mantova il giorno innanzi e di stare aspettando i suoi ordini; anche l' anno successivo, cioè il 23 luglio 1581, annunzia

(1) Antonio Favaro. *I successori di Galileo nello Studio di Padova fino alla caduta della Repubblica* (*Nuovo Archivio Veneto.* Nuova Serie. Tomo XXXIII). - Venezia, premiate officine grafiche Carlo Ferrari, 1917.

(2) Di ciò abbiamo addotto numerose prove nel nostro *Galileo Galilei e lo Studio di Padova.* Vol. I. - Firenze, successori Le Monnier, 1883, pag. 66-67.

da Padova il suo prossimo arrivo; e convien credere che per questi suoi straordinarii servigi egli venisse generosamente retribuito, almeno se ad una retribuzione a questo titolo si riferisce una lettera sua da Padova al Duca data dei 14 gennaio 1582 con la quale lo ringrazia della bontà " di farmi havere benignamente 200 scudi di pensione ". Era in Mantova ancora il 18 settembre 1582, poichè è di questo giorno una sua lettera con la quale si scusa di doverne partire precipitosamente per Padova per l' annunzio ricevuto che la donna la quale teneva al suo servizio era moribonda, " poichè non havendo io a casa altro che la serva, mancando quella, la casa viene a rimanere in abbandono "; ma promette di tornare appena gli sia possibile. E questa circostanza, per quanto insignificante, abbiamo voluto notare, perchè avremo motivo di tornarvi sopra.

Per verità accadeva non di rado che i Lettori dello Studio si facessero credere desiderati altrove per ottenere le ricondotte con largo aumento di stipendio, nè questo avveniva soltanto a Padova; potrebbe quindi anche supporsi che il Moletti così agisse per voler far credere di essere sollecitato a riprendere l' antico servizio mantovano per ottenere più laute condizioni dalla Repubblica. Ma nemmeno questo apparisce plausibile, perchè con decreto del 1°. marzo 1584 egli veniva ricondotto, ed a voti quasi unanimi (1), alla lettura di Padova con aumento di cento fiorini di stipendio, eppure è dei 30 settembre di questo stesso anno 1584 una sua lettera " al molto mag.co et molto R.do S.r mio aff.mo il Sig.r Lorenzo Gavazzi a Mantova ", nella quale così si esprime: " quanto sia grande il desiderio ch' io ho di ritornare al felicissimo servitio del serenissimo Principe Nostro Signore credo che niuno altro può saperlo meglio di V. S. ", e l' argomento sembra aver fornito tema a discorsi da lui tenuti col Gavazzi in Mantova. Dichiarava tuttavia di essere esitante " perchè standomi in questo luogo per sè stesso honoratissimo ed essendo la persona mia da questi Ill.mi Signori stata honorata con molto maggior provisione che la lettura per se stessa non porta " e quindi temeva che la sua partenza fosse imputata a " leggerezza ". Aggiunge poi d'aver sempre ricusate le offerte del Principe al quale aveva fatto

(1) Cfr. Doc. XVIII.

chiedere duecento scudi di pensione (1) per il solo scopo d' aver ragionevole motivo di lasciar Padova e riprendere l' antico servizio: ogni qualvolta però la pensione fosse realmente data, prosegue il Moletti, " dal canto mio sarà rimossa ogni difficoltà, perchè nel resto mi contenterò di tutto quello che parerà all'A. S. di farmi gratia, cioè delle spese et provisione conforme a quello che V. S. scrive... Intorno poi alla difficoltà che potesse nascere dal licentiarmi da questi Ill.mi Signori, mi rendo certo che, come l' A. S. S.ma si lasserà intendere a questi S.ri Ill.mi di volermi.., che non me li niegheranno ".

Ora questa insistenza nell' esprimere il desiderio d' essere novamente condotto ai servigi dei Gonzaga, noi crediamo possa spiegarsi non tanto perchè così vivamente premesse al Moletti di cambiare il soggiorno di Padova con quello di Mantova, che del resto doveva anche tornare tanto meno favorevole alle sue condizioni di salute, come vedremo, sempre cagionevole, quanto perchè egli fosse insofferente delle cure e delle noie del pubblico insegnamento, circa il quale lo abbiamo già veduto esprimersi con così poca simpatia. Nè questo recherà meraviglia a chi sappia come anche il suo grande successore sulla medesima cattedra, non ostante la stima altissima dalla quale era circondato in Padova e la estrema libertà che vi godeva, non ostante il trionfo decretatogli in occasione della profferta del telescopio alla Signoria di Venezia, avesse orrore della cattedra, per quanto essa non lo tenesse occupato più di sessanta mezz' ore all' anno, e questo pure non così strettamente che per qualunque suo impedimento egli non avesse potuto, e senza alcun pregiudizio, interporre anche molti giorni vacui (2); anzi la condizione assoluta da lui posta

(1) Non è quindi ben chiaro se i duecento scudi dei quali si parla più alto risguardassero retribuzione per servizi prestati o il trattamento che il Moletti avesse chiesto per riprendere servizio a Mantova, e del quale non potesse ancora dirsi del tutto sicuro.

(2) *Le Opere* di Galileo Galilei. Edizione Nazionale, ecc. Vol. X, pag. 350. — È del resto assai ben noto che nello Studio di Padova le cosiddette " appuntature " ai lettori che non adempivano ai loro doveri erano tenute piuttosto come uno spauracchio che come una penalità, la quale, almeno al tempo al quale ci riferiamo, venisse effettivamente applicata.

nelle trattative per il suo ritorno in patria fu d'essere dispensato dalla lettura, non ostante il titolo di " Primario Matematico dello Studio di Pisa " conferitogli principalmente per caricarne lo stipendio sulla cassa di questo. Cosiffatta ripugnanza all'esercizio del pubblico insegnamento, o per meglio dire alla materialità delle lezioni, si spiega tanto più facilmente in chi, come era appunto il caso, della sostanza dei propri studii non possa esporre dalla cattedra altro che gli elementi, con l'obbligo di ripetere o d'anno in anno, o, come accadeva secondo l'ordinamento didattico dal tempo al quale ci riferiamo, con una certa rotazione ed a breve scadenza presso a poco le medesime cose.

Nessun altro documento è giunto insino a noi circa il progresso delle trattative fra la Corte di Mantova ed il Moletti; certo è ch'esse non approdarono ad alcun risultato positivo, cosicchè questi rimase definitivamente alla sua cattedra, approfittando tutto al più del tempo delle vacanze per prestare i suoi servigi, dei quali ignoriamo assolutamente l'indole, al vecchio ed al nuovo duca succeduto al padre nel 1587.

A questo stesso proposito non vogliamo passare sotto silenzio che il Principe Vincenzio Gonzaga, secondo quanto ne riferisce il Riccoboni, sarebbe egli stesso venuto ripetutamente a Padova, onorando della sua presenza la scuola del Moletti; scrive infatti che Vincenzio " eum dignum fecerit, apud quem non semel in hac urbe hospitaretur, quemque in publicis Scholis non nunquam honestatis et amplitudinis gratia audiret " (1). La qual cosa noi reputiamo tanto più facilmente credibile, e perchè detta alla presenza di persone che del fatto dovevano essere stati testimonii, e perchè ci è noto come più tardi lo stesso Vincenzio, ormai Duca di Mantova, venisse fra noi e volesse udire da Galileo la spiegazione del suo Compasso Geometrico e Militare, ottenendone anche un'esemplare e rimunerandone l'inventore con un dono all'altezza della sua ben nota prodigalità (2).

Degli scolari che il Moletti ebbe nello Studio di Padova e

---

(1) Antonii Riccoboni *Orationum* volumen secundum ecc., car. 44.

(2) *Galileo Galilei e lo Studio di Padova* per Antonio Favaro. Vol. I, pag. 203, 228; Vol. II, pag. 126, 197. - Firenze, successori Le Monnier, 1883.

che salirono poi in qualche rinomanza, abbiamo già avuta occasione di ricordare Giovanni Antonio Magini, Lettore di matematica nello Studio di Bologna, ed a lui aggiungeremo il Conte Ingolfo de' Conti (1), pur egli padovano e nipote di Sperone Speroni; lo stesso che fu più tardi eletto in concorrenza con Galileo all'ufficio di matematico dell' Accademia Delia, e che aspirò, ma inutilmente, a succedergli nello Studio; Paolo Gualdo di nobilissima famiglia vicentina (2), che venuto a Padova ed allogatosi presso il Riccoboni fu intimo con Gio. Vincenzo Pinelli e quindi in relazione con quanti ne frequentavano l'ospitalissima casa; ricorderemo ancora quel Simone Contarini che fu ambasciatore presso quasi tutte le Corti d'Europa, e che il suo biografo ricorda espressamente essere stato scolaro del Nostro (3). Finalmente non sapremmo ben dire se lo sia stato a Venezia od in Padova quel Caterino di Nicolò Zen, al quale il Moletti dedicò i commentarii al 6° ed al 7° libro della Geografia di Tolomeo e che, come vedremo fra poco, ricordò anche con un legato nell'ultimo suo testamento (4).

III.

L'anno stesso nel quale il Moletti fu chiamato ad occupare la cattedra di matematica nello Studio di Padova segna il principio dei lavori per la riforma del calendario compiuta sotto gli auspicii di Papa Gregorio XIII nel 1582, il quale pare vi si fosse deciso in seguito alle ragioni esposte da Aloisio Lilio nel suo *Compendium novae rationis restituendi Kalendarii* (5).

---

(1) Op. cit., Vol. II, pag. 393.

(2) *Biblioteca e Storia di quegli scrittori così della città come del territorio di Vicenza che pervennero fino ad ora a notizia* del P. F. Angiolgabriello di Santa Maria [Calvi], ecc. Volume sesto ed ultimo dall'anno MDCI al MDCC. - In Vicenza, MDCCLXXXII, per Gio. Battista Vendramin Mosca, pag. XII.

(3) Iacobi Philippi Tomasini Episcopi Aemoniensis *Elogia virorum literis et sapientia illustrium ad vivum expressis imaginibus exornata*, ecc. - Patavii, ex typographia Sebastiani Sardi, MDCXLIV, pag. 278.

(4) Cfr. Doc. XIX.

(5) Romae, apud haeredes Antonij Bladij Impressores Camerales, Anno

Sul finire del 1577 infatti la commissione costituita in Roma e presieduta dal Cardinale Guglielmo Sirleto, della quale facevano parte il P. Cristoforo Clavio, matematico del Collegio Romano, Egnazio Danti ed Antonio fratello d' Aloisio Lilio, diramava in nome del Pontefice esemplari dell' opuscolo del Lilio ai capi di governo, alle università e ad un gran numero di scienziati competenti in materia, allo scopo di raccoglierne i pareri sia sulla opportunità della proposta riforma, sia intorno ai mezzi per attuarla.

Qui però è bene avvertire anzitutto che la commissione nella sua circolare precisava bensì che la riforma avrebbe dovuto attuarsi nel 1582, ma non pregiudicava in alcun modo le varie questioni che vi erano necessariamente connesse, e soprattutto nulla decideva circa le tavole astronomiche da usarsi a tal fine. Per verità il Lilio aveva senz' altro proposto di servirsi delle vecchie tavole stabilite fin dal 1252 da Alfonso X di Castiglia, stampate per la prima volta nel 1483 e note sotto il nome di *Tabulae Alphonsinae;* ma non per nulla era comparsa fino dal 1543 l' opera *De revolutionibus orbium coelestium* del Copernico, non per nulla Andrea Osiander nella celebre prefazione anonima premessavi aveva esplicitamente avvertito, non essere affatto ne-

---

M.D.LXXVII. Nessun dubbio che sia stato effettivamente pubblicato per le stampe, perchè il Riccardi ne possedette un esemplare che registrò nella sua *Biblioteca Matematica Italiana*, così descrivendolo (Parte Prima. Volume II. - Modena MDCCCLXXVI, col. 41): " Raro opusc. di car. 12 senza num., delle quali la prima e l'ultima sono bianche; colle seg. A 2 - C. in 4° „. Non è quindi esatto quanto afferma il Kaltenbrunner che cioè " wahrscheinlich wurde auch er nur handschriftlich versandt, denn ich finde nirgends eine Nachricht über seinen Druck „. (*Die Polemik über die Gregorianische Kalenderreform* [*Sitzungsberichte der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften. Philosophisch-historische Classe.* LXXXVI Band. Jahrgang 1877. Heft. I-III. pag. 4901]. - Wien, 1877. Piuttosto è da maravigliare perchè di un opuscolo stampato e così largamente diffuso siano quasi del tutto scomparsi gli esemplari, la qual cosa fa pensare alla possibilità che siano stati ad arte soppressi; ma per decidere tale questione converrebbe confrontare il testo della pubblicazione originale con la riproduzione che ne curò il Clavio (*Romani Calendarii a Gregorio XIII restituti explicatio.* Auctore Christophoro Clavio, ecc. Accessit confutatio eorum, qui Calendarium aliter instaurandum esse contenderunt. - Romae, apud Aloysium Zannettum, MDCIII, p. 3-12).

cessario che le ipotesi astronomiche siano vere, anzi nemmeno verosimili, ma bastava questo solo che il calcolo al quale servono di base sia conforme alle osservazioni (1). E si fu appunto ispirato a questo concetto che Erasmo Reinhold, il celebre astronomo di Wittemberga, penetrato della mirabile esattezza, con la quale i movimenti relativi proposti dal sistema copernicano si accordavano con i movimenti osservati, costruì in base ad essi le sue *Prutenicae Tabulae*, date in luce nel 1551, le quali così grandemente contribuirono a diffondere tra gli astronomi l' uso delle teorie copernicane e costituirono uno dei più forti argomenti in loro favore. Singolare è il giudizio che ne dà il Clavio, principale autore della riforma del Calendario. Egli riconosce bensì che le " Tabulae Nicolai Copernici quae Prutenicae appellantur... omnium fere Astronomorum consensu cum phaenomenis coelestibus longe exquisitius conveniunt quam Alphonsinae „; ma, pur ammettendo questo, egli soggiunge come nessuno possa credere che le Tavole Pruteniche siano per essere concordi coi movimenti celesti anche in avvenire, mentre si vede essere divenute manchevoli ed imperfette le tavole di Tolomeo che pur fu così grande astronomo; e ciò tanto più perchè le " Tabulae Prutenicae incertis admodum hypothesibus, nedum absurdis et a communi hominum opinione abhorrentibus, ac quibus omnes Philosophi naturales repugnant fundatae sunt „ (2).

Fra gli Stati invitati a pronunziarsi sulla opportunità della riforma del Calendario fu anche la Repubblica Veneta e, come stimiamo assai probabile anche per i cenni indiretti che tra poco

---

(1) " Neque enim necesse est eas hypotheses esse veras, imo ne verisimiles quidem, sed sufficit hoc unum, si calculum observationibus congruentem exhibeant „ (NICOLAI COPERNICI Torinensis *de Revolutionibus orbium coelestium*, Libri VI, ecc. - Norimbergae, apud Ioh. Petreium. Anno M.D.XLIII, car. 1 *t*, lin. 16-18). — A proposito di quest'opera piacemi notare che la Biblioteca Universitaria di Padova possiede un esemplare della edizione di Basilea, 1566, con la segnatura 80. b. 49 " expurgatus iuxta Romanam correctionem „; cioè secondo il Monito 15 maggio 1620 (*Le Opere* di GALILEO GALILEI. Edizione Nazionale, ecc. Vol. XIX, pag. 400-401).

(2) *Romani Calendarii a Gregorio XIII restituti explicatio*, ecc. - Romae, apud Aloysium Zannettum, MDCIII, pag. 76.

ne troveremo, venne interpellata a questo proposito anche la Università di Padova, ma nessun cenno ne abbiamo trovato fra i suoi atti giunti insino a noi, e fino a questi ultimi tempi non eravamo stati più fortunati con le ricerche istituite nell' Archivio di Stato di Venezia, le quali, per quanto condotte con la maggiore buona volontà, non avevano mai approdato ad alcun risultato positivo, sicchè noi avevamo anzi pensato ad abbandonare la trattazione d' un argomento al quale venivano a mancare le basi fondamentali: i documenti.

Finalmente, non lasciandoci ributtare dall' esito negativo delle ripetute ricerche, dopo aver attaccata la indagine da varie parti e col sussidio di nuovi indizii che nel frattempo eravamo riusciti a procurarci, arrivammo a trovare (1) la serie quasi completa dei documenti col corredo dei quali siamo in grado di narrare l' andamento delle trattative con ogni particolare. Che nel corso di queste dovesse comparire il nome del Moletti, Matematico dello Studio di Padova, era naturalmente da attendersi, e noi ne eravamo già informati dalla esposizione ch' egli ne fa in una epistola indirizzata al Doge Nicolò da Ponte (2) premessa ad una pubblicazione della quale diremo subito e che seguiremo raffrontando il contenuto di essa con quello degli accennati documenti.

Incominciando pertanto con ordine siamo in grado di dire che a Venezia s' erano lasciati passare alcuni mesi senza occuparsi del Breve (3) che il Nunzio del Papa aveva presentato insieme

(1) Questo è riuscito alla non mai abbastanza lodata diligenza e perseveranza dell'egregio Collega Cav. Dalla Santa, al quale esprimiamo qui pubblicamente tutta la nostra gratitudine.

(2) *Tabulae Gregorianae motuum octavae sphaerae ac luminarium ad usum Calendarii Ecclesiastici et ad Urbis Romae Meridianum supputatae;* per Iosephum Moletium mathematicas disciplinas in celeberrimo Gymnasio Patavino profitentem. In quibus traditur methodus inveniendi veras anni tropici magnitudines, computandi accurate aequinoctiorum tempora, atque numerandi luminarium aequales et veras coniunctiones, oppositiones et eclipses. Adiecti sunt libri duo de corrigendo Calendario et de usu Computi Ecclesiastici. Decreto Decemvirum cautum est, ne quis imprimat hosce Libros, alibive impressos vendat. - Venetiis, apud Petrum Dehuchinum, MDLXXX, car. 2ª *r*.

(3) Cfr. Doc. V. — Quanto al Nunzio che fece la presentazione notiamo che nella stessa busta contenente il Breve succitato, ve n' ha

con un esemplare dell' opuscolo del Lilio con istanze perchè lo si facesse vedere da " periti mathematici „ ; finalmente, forse in seguito a pressioni verbali del Nunzio stesso, sotto il dì 26 settembre 1578 (1) con approvazione del Collegio, si scriveva ai Rettori di Padova ordinando di consegnare l'opuscolo al Moletti con l'incarico di dare il proprio parere dopo essersi consultato con altre persone competenti; e poichè la risposta tardava, con lettera 10 novembre 1578 (2) si insiste per affrettarla.

Di queste varie pratiche ci informa il Moletti nella citata epistola al Doge scrivendo: " A Nobilissimis Clarissimisque viris Aloysio Iustiniano ac Francisco Cornelio, quorum alter hodie Praetor, alter vero Praefectus in urbe Patavina ius dicunt, tuo iussu mihi datus fuit libellus da Calendarii emendatione, ab Sum. Pont. Gregorio XIII superioribus mensibus ad Senatum Venetum missus, atque ab iisdem etiam literae tuae ad ipsos mihi recitatae fuerunt. Per eas tu mandabas, ut illum diligentissime legerem, tibique postea meam sententiam, re prius tamen communicata cum professoribus mathematicae disciplinae, et de libello, et de Calendarii restitutione dicerem „.

Di qui adunque risulta come il Moletti avrebbe dovuto conferire circa il grave argomento con altri professori di matematica,

---

un altro dello stesso GREGORIO XIII a SEBASTIANO VENIER dei 22 giugno 1577, nel quale è detto che, udita la notizia della morte di ALVISE MOCENIGO, al " Magistrum Annibalem de Capua in utraque signatura nostra Referendarium, ac Praelatum domesticum nostrum „ inviato Nunzio al Doge ed alla Repubblica, s'era dato ordine di fermarsi per via e di aspettare. Ma poco appresso, udita la nuova della elezione del VENIER, gli fu dato ordine di proseguire e di porgergli congratulazioni. Un altro breve dello stesso giorno, contenuto nella medesima busta, pure al VENIER, e gratulatorio per la sua elezione a Doge, accredita in qualità di Nunzio lo stesso ANNIBALE DA CAPUA, il quale è da credere sia rimasto con tale ufficio fino alla nomina del suo successore, che, come risulta da un Breve dello stesso Pontefice 10 settembre 1578 al Doge NICCOLÒ DA PONTE, contenuto esso pure nella medesima busta, fu Mons. ALBERTO BOLOGNETTI. Sicchè possiamo conchiudere che presentatore del Breve concernente la riforma del Calendario al Doge SEBASTIANO VENIER (al quale recava anche la Rosa d'oro) fu ANNIBALE DA CAPUA, e che sollecitatore poi appresso la Signoria fu il suo successore ALBERTO BOLOGNETTI.

(1) Cfr. Doc. VI.

(2) Cfr. Doc. VII.

e poichè di questa egli era l' unico Lettore nello Studio, pare che la frase deva interpretarsi con qualche larghezza, nel senso cioè che il consulto dovesse tenersi anche con altri cultori di questa disciplina fuori dello Studio. Ma che fosse stato chiesto anche il parere in certo qual modo collegiale dell' Università parrebbe non fosse da escludersi, da quanto almeno ne riferisce il Riccoboni nel libro quarto dei suoi *Commentarii de Gymnasio Patavino*, del quale il Capitolo Primo espone appunto: " Variae opiniones de correctione Kalendarii in Gymnasio Patavino ".

Ma di questo con maggiori particolari a tra poco, ed intanto procuriamo di seguire il nostro Moletti, il quale si affrettò con ogni diligenza ad occuparsi dell' argomento, tanto che nella prima metà del novembre 1578 i Rettori di Padova erano in grado di scrivere al Senato come fossero bene avviati gli studi. Questa lettera purtroppo non è arrivata insino a noi, perchè il carteggio diretto al Senato dai Rettori di questo tempo non si conserva, ma ne siamo informati dalla risposta del Senato dei 27 novembre (1), il quale, sollecitato dalle pressioni continue del Nunzio, poche settimane dopo torna a scrivere raccomandando ogni celerità possibile (2): e che quella lettera dei Rettori sia andata distrutta è sommamente da deplorarsi perchè, come si argomenta dalla replica, in essa deve il Moletti essere entrato in particolari circa l' esecuzione del lavoro commessogli ed anche intorno all' aiuto di altra persona della quale intendeva valersi, e sulla quale ci intratterremo a suo luogo.

Convien credere pertanto che il Moletti avesse persuasi i Rettori ed il Senato della grandiosità del lavoro col quale egli si proponeva di corrispondere ai desiderii del Pontefice, e del molto tempo che per esso si richiedeva, giacchè noi non troviamo più sollecitazioni del Senato, anzi nessun altro atto fino a quello col quale si provvede a spese dello Stato alla stampa dell' opera dal Moletti compiuta (3), intorno alla quale ecco quanto ne riferisce l' autore nel seguito dell' epistola succitata: " Ego vero ut mandatis tuis satisfacerem, adhibita maxima diligentia mihi datum

(1) Cfr. Doc. VIII.
(2) Cfr. Doc. IX.
(3) Cfr. Doc. X.

libellum cum perlegissem, non solum quae sunt, nisi quid me fallit, necessaria ad Calendarii exquisitam reparationem non inveni; sed etiam astronomorum regulis, si recte ratiocinatus sum, non bene respondere deprehendi; quamvis, secundum computistarum communes regulas, perfecte ea sint pertractata „. Prosegue poi a dire che, per disimpegnare nel miglior modo l' ufficio affidatogli, costruì alcune tavole astronomiche dei moti dell' ottava sfera (cioè delle stelle fisse, sicchè il moto di essa è quello di precessione degli equinozii) e dei Luminari (cioè del sole e della luna) (1), le quali dal nome del sommo Pontefice intitolò " Tabulae Gregorianae „ (2). Il modo di servirsene viene con parecchie altre cose insegnato nei " Canones in Gregorianas Tabulas ad usum Calendarii Ecclesiastici „ che vi sono premessi, cosichè complessivamente " in iis continentur quae ad perfectam Calendarii instaurationem attinent „; nè a questo si tenne pago e vi aggiunse due libri, " in quorum altero corrigendi Calendarii ratio ita explicatur ut illud ab erroribus semel expurgatum, sine ullo errore in perpetuum retineri et conservari possit: in altero autem traditur methodus ostendens quonam modo, quave cautione nos uti possimus cyclis et regulis computistarum, ut astronomicis computationibus conveniant „.

Quanto poi al sistema astronomico sulle basi del quale il Moletti compilò le sue tavole, diciamo subito ch' egli seguì quello Copernicano, pur trasformando naturalmente tutti i movimenti da questo supposti, in modo che la terra divenga il centro fisso: e

(1) Il MORERI (*Le grand dictionnaire historique*, ecc. Tome Sixième. Lettres M-O. - A Paris, M.DCC.XLVII, pag. 260-261) fra le opere del MOLETTI annovera: " Tabulae geographicae ex Prutenicis deductae. „ Il GRAESSE (*Trésor*, ecc. T. IV, pag. 561) registra anch'egli del Nostro: " Tabulae geograph. ex Prutenicis diductae promotu (*sic*) octavae sphaerae et luminum. Ven. 1580, in-4° „, e sulla fede di lui l'accoglie anche il RICCARDI nella sua *Biblioteca Matematica Italiana*; ma noi incliniamo a credere che siano tutt'uno con le " Tabulae Gregorianae „.

(2) E non già perchè egli le avesse compilate d'ordine di GREGORIO XIII, come troviamo quasi sempre ripetuto, come si legge anche nella *Bibliographie Générale de l'Astronomie* par J. C. HOUZEAU et A. LANCASTER. Tome Premier. Seconde Partie. - Bruxelles, F. Hayez, octobre 1889, pag. 1381; e come erroneamente abbiamo affermato noi pure in altra occasione.

d' essersi indotto a seguirlo rende ragione nel Capitolo XII del primo degli accennati due libri, così intitolato: “ Quibus supputationibus adhaerendum sit, ut possimus habere vera Aequinoctia, vera Novilunia et Plenilunia, ac veros motus corporum caelestium „ (1), e nel quale, richiamati i lavori di Timocharis, di Ipparco, di Tolomeo ed Albategnio, prosegue in complesso a dire: “ Venne ultimo Niccolò Copernico che visse quasi ai nostri tempi: egli raccolse le osservazioni degli antichi ed osservò egli stesso durante molti anni i fenomeni dei corpi celesti, e raffrontati tutti i risultati per tal modo ottenuti giunse alla scoperta di molte novità, e non solo riformò l' astronomia sgombrandola dagli errori, ma, ad imitazione di Tolomeo, la istituì sopra nuovi fondamenti. E, come quasi tutti i cultori di quest' arte sono unanimi nel riconoscere, i calcoli di Niccolò Copernico corrispondono ai fenomeni e si accordano coi moti celesti. Egli solo seppe accomodare le durate ai moti, e primo e solo distinse le varie specie di anni e ne determinò le ineguaglianze, le quali ben conoscevano gli scienziati, senza però essere in possesso di un metodo che permettesse di valutarle in numeri. Poichè dunque, non tanto le ipotesi del Copernico, le quali da moltissimi non vengono accettate, ma i numeri, in base ai quali si assegnano e si computano i movimenti, corrispondono esattamente ai fenomeni, ciocchè non accade affatto con le Tavole Alfonsine, e lo scopo finale consiste appunto nello stabilire tavole tali che con l' aiuto di esse possiamo calcolare per i corpi celesti

---

(1) *De corrigendo Ecclesiastico Calendario* libri duo eiusdem Iosephi Moletii. In quorum priore examinantur regulae antiquorum de intercalandi ratione et veluti imperfectae refelluntur, deteguntùrque causae cur eae sint imperfectae: ac monstratur nullam esse methodum emendandi Calendarium nisi ea, quae a veris motibus praestatur, qua sola possumus Calendarium elapsum restituere, illudque vindicatum ab erroribus in perpetuum retinere. Statuitur etiam ratio revocandi Aequinoctium ad 25. diei Martij ;. tolluntùrque difficultates quae ab hac restitutione oriri possunt. In posteriore vero agitur de Computo Ecclesiastico et demonstratur quaedam methodus qua ostenditur, quibus rationibus eo ita possimus uti ut ipsius usus computationibus coelestium motuum respondeat. Habetur praterea Calendarium restitutum in annum MDLXXX. Definiturque modus inveniendi Aequinoctia ad multos annos et quomodo ea in proprijs sedibus et statutis diebus retinenda sunt. - Venetiis, MDLXXX, apud Petrum Dehuchinum, car. 7 *t*, 8 *r*.

dei movimenti conformi a quelli che effettivamente si manifestano in cielo, è necessario o usare delle tavole del Copernico o di tali che siano costruite in base alle sue osservazioni e concordino con esse. Queste sono o le Pruteniche o queste nostre di più comodo uso in confronto di quelle, e che noi abbiamo messe insieme con grande fatica ad uso del Calendario... Per la qual cosa, se vogliamo avere i veri movimenti dei corpi celesti, dobbiamo servirci o delle tavole del Copernico o delle Pruteniche o delle nostre, ma poichè le prime sono laboriosissime, e nemmeno le seconde sono di comodo uso, così nel prendere gli equinozii, i novilunii ed i plenilunii potranno ricorrere alle nostre tavole coloro che amano le agevolezze e se le procurano „.

In queste dichiarazioni è implicita una tanto piena e motivata affermazione in favore del sistema Copernicano, e senza riserve per le contraddizioni con le Scritture Sacre (1), quale noi non troviamo presso alcun altro astronomo italiano prima del Moletti.

Nell' ottobre 1579 il Moletti compiva il suo lavoro, come apprendiamo da un documento che vedremo subito; ma mentre in nessun luogo di esso egli accenna mai ad essersi giovato dell'aiuto di qualcuno, nella parte presa in " Zonta „ il 21 ottobre di questo medesimo anno, con la quale si provvede alla stampa dell' opera " con ogni accurata diligentia in bellissimo carrattere et bonissima carta „ per poi mandarla a Sua Santità, è detto essersi il Moletti giovato del " consiglio et parer anco dell' Ecc.te D. Matteo Macini D. „ (2); ed ancora, prescrivendosi che il Moletti ed il Macini

(1) Questo ci piace notare per aver occasione di porre in piena evidenza quanto ingiusta sia l'accusa contro Galileo d'aver voluto proprio lui mescolare il sacro col profano, mostrando che le Scritture Sacre non contraddicevano al sistema copernicano. Queste contraddizioni erano già state messe in campo da Melanchtone e da Ticone Brahe; ma chi le formulò nettamente fu appunto il Clavio. Cfr. Christophori Clavii Bambergensis ex Societate Jesu *in Sphaeram Ioannis de Sacro Bosco Commentarius nunc iterum ab ipso Autore recognitus et multis ac variis locis locupletatus.* - Romae, MDLXXXI, ex officina Dominici Basae, pag. 193. — Notiamo che nell'esemplare di quest'opera posseduto dalla Biblioteca Universitaria di Padova ed ivi contrassegnato " 88. b. 62 „ il nome di Niccolò Copernico è stato rabbiosamente cancellato con doppio tratto di penna.

(2) Cfr. Doc. X.

assistano continuamente alla stampa, veniva deliberato che in compenso delle fatiche sostenute per dieci mesi di lavoro, e delle spese alle quali avrebbero dovuto sobbarcarsi per vegliare la stampa, fosse assegnato al Moletti un donativo di duecento ducati ed al D.r Macini per l'aiuto prestatogli, e per il soggiorno a Venezia onde curare anch'egli la revisione delle stampe, ne fossero regalati cento. Questi compensi furono immediatamente approvati dai Capi del Consiglio dei Dieci, ed il giorno 26 ottobre le somme venivano pagate agli interessati (1).

E qui apriamo una breve parentesi per esporre ciò che dalle nostre ricerche è risultato intorno a questo Dottore Macini messo in evidenza dagli addotti documenti, e che crediamo sia tutt'uno con un Matteo Macigni del quale abbiamo trovato altrove numerose menzioni. Incominceremo pertanto da quella che ci viene fornita dal Tommasini il quale lo registra sotto il dì 19 giugno 1553 fra i promotori di una laurea in arti insieme col Passera, con Bernardo Tomitano e con lo Stefanello (2). Ed in una epistola metrica inviata verso questo tempo al Beccadelli, nella quale il Lampridio dava al bolognese notizie degli amici lasciati a Padova ed a Venezia, e delle dotte dispute che avvenivano fra essi, è citato anche il nome del Macigni (3). Ancora, allorquando Ferrante Sanseverino, principe di Salerno, ebbe l'idea di riaprire colà lo Studio una volta tanto celebre, pensò di condurvi il Macigni alla lettura della filosofia; anzi il Tiraboschi scrive senz'altro che vi fu condotto (4). E che egli vi abbia effettivamente esercitato l'insegnamento lo argomentiamo dal fatto che tra i suoi manoscritti (5) lasciati a Bernardino Trevisan, Lettore prima dei

---

(1) Cfr. Doc. XI.

(2) *Gymnasium Patavinum*, ecc., pag. 186-187.

(3) Vittorio Cian. *Un medaglione del rinascimento. Cola Bruno Messinese e le sue relazioni con Pietro Bembo (1480-1542)*. Con appendice di documenti inediti (*Biblioteca critica della Letteratura Italiana* diretta da Francesco Torraca). - In Firenze, G. C. Sansoni editore, 1901. — Il Cian lo dice padovano, letterato valente e amico del Bembo e di Bernardo Tasso; ma che padovano non fosse vedremo più innanzi.

(4) *Storia della letteratura italiana*. Tomo settimo dall'anno MD all'anno MDC. Parte prima. - In Modena, MDCCLXXVII, presso la Società tipografica, pag. 101.

(5) *Bibliothecae Patavinae manuscriptae publicae et privatae*, ecc.,

semplici e poi di medicina teorica nello Studio, presso il quale abitava " in aedibus elegantissimis in Vico S. Bernardini „ (al n.º 26 dell'odierna via degli Zabarella) troviamo notato: " Matthei Macigni Praelectiones in Lib. Phys. Arist. habitae Salerni 1541 „; e poichè un altro dei suoi manoscritti era intitolato " Macigni Lecturae in Ethicam Aristotelis habitae Parisiis, 1549 et 1550 „, dobbiamo ammettere che negli anni quivi indicati egli abbia letto anche in Parigi.

Certo è che al tempo al quale ci riferiamo egli era e da molto tempo in Padova, poichè il Riccoboni, a proposito dell'Accademia degli Animosi quivi fondata nel 1573 nelle case dell'abate Ascanio Martinengo, fra i più cospicui membri di essa nota " Matthaeo Macino Philosopho praecellentissimo et litterarum Graecarum et Latinarum cognitione ornatissimo „, e più in là lo dice " uno de praecellentissimis Academiae parentibus „ (1). E " Mattio Macini Filosofo ornatissimo di letteratura greca e latina „ è pure altrove notato (2) fra coloro che concorsero a formare quell'Accademia. Morì certamente in Padova e fu sepolto nella Chiesa degli Eremitani con una inscrizione la quale dice: " Matthaei Macigni Roberti F. Art. Doct. ossa hic sita sunt. Florentiae oriundus. Venetiis ortus est. Patavii obiit pridie Cal. Septemb. Anno Do-

---

Studio et opera IACOBI PHILIPPI TOMASINI, ecc. — Utini, typis Nicolai Schiratti, MDCXXXIX, pag. 105, 108-111, 113 (numerate per errore rispettivamente 107, 110-113, 115). Al tempo nel quale scriveva il TOMMASINI, la biblioteca già di BERNARDINO TREVISAN era passata in proprietà del nipote ETTORE, ma poi " per ignavia dei posteri „, come troviamo notato, andò miseramente dispersa.

A questo proposito veggansi altre notizie nella nostra *Appendice agli studi intorno alla vita ed alle opere di Prosdocimo de' Beldomandi matematico padovano del secolo XV (Bullettino di Bibliografia e di Storia delle scienze matematiche e fisiche* pubblicato da B. BONCOMPAGNI. Tomo XVIII, pag. 405-423). - Roma, tipografia delle scienze matematiche e fisiche, 1885.

(1) *De Gymnasio Patavino,* ecc., car. 108.

(2) Biblioteca Civica di Padova. Mss. B. P. 124, n.º XXIV. — Cfr. anche la memoria dell'Ab. GIUSEPPE GENNARI intitolata: *Saggio storico sopra le Accademie di Padova* nei *Saggi scientifici e letterarj dell'Accademia di Padova.* Tomo I. - Padova, MDCCLXXXVI, pag. XXVIII, XLIII.

mini M.D.LXXXII (1). Ma di opere da lui stampate non abbiamo trovato cenno alcuno, all' infuori di questa sua collaborazione alle " Tabulae „ del Moletti e che questi passò completamente sotto silenzio.

I documenti pervenuti insino a noi ci permettono di chiarire tutti i particolari relativi alla stampa delle " Tabulae Gregorianae „.

Allo stampatore, del quale la scelta fu lasciata al Moletti ed al Macigni, e che fu Pietro Deuchino, era stato intimato che non ne dovesse dispensare alcun esemplare: egli stesso venne incaricato della provvista della carta, per l' acquisto della quale gli furono consegnati settanta zecchini (2), fissato essendo il suo compenso come tipografo in due scudi al foglio; ed altri ducati settanta (3) furono impiegati nelle spese finali di stampa e di legatura degli esemplari che, come apprendiamo da altra parte, furono in numero di duecento (4).

Sappiamo inoltre che il Moletti si trattenne in Venezia ben quattro mesi per accudire alla stampa (5), la quale, era compiuta al principio del marzo 1580, poichè tra il 19 ed il 20 di questo mese egli era in grado di mandarne al Duca Guglielmo ed al Principe Vincenzio due dei dieci esemplari, che, come egli scrive, erano stati messi a sua disposizione (6).

---

(1) *Urbis Patavinae Inscriptiones sacrae et prophanae*, ecc. a IACOBO PHILIPPO TOMASINO, ecc. - Patavii, typis Sebastiani Sardi, M.DC.XLIX, pag. 166. — Il SALOMONI nel riprodurre questa stessa inscrizione cadde in errore riferendola all'anno 1682 (*Urbis Patavinae inscriptiones sacrae et prophanae* a magistro IACOBO SALOMONIO ecc. studio et labore collectae, ecc. - Patavii, MDCCI, pag. 248).

(2) Cfr. Doc. XII.

(3) Cfr. Doc. XIII, XIV.

(4) Lettera del MOLETTI diretta a Mantova a MARCELLO DONATI sotto il dì 19 marzo 1580.

(5) Lettera del MOLETTI senza indirizzo, ma certamente al DONATI, dei 20 febbraio 1580.

(6) Lettera succitata del MOLETTI dei 19 marzo 1580, dalla quale togliamo quanto segue: " Mando al Ser.mo S. Prencipe un libro che per commessione di questi miei SS. ho fatto in materia del calendario: fatica di 8 o dieci mesi, la quale è stata mandata a Roma et è stata carissima a S. Santità. Questi SS. me ne hanno donato 200 scudi. A Roma è stata sommamente lodata „. Nella medesima data si ha l'accompagnatoria del

Vogliamo anche aggiungere che la stampa riuscì decorosissima; nitidissimi i caratteri elzeviriani, ottima la carta, alcune delle tavole stampate a due colori: insomma sotto ogni rispetto le " Tabulae Gregorianae „ costituiscono uno dei più bei volumi usciti dalle tipografie veneziane nel corso del secolo decimosesto.

Ma qual parte in concorso col Moletti vi abbia avuto il Dottore Matteo Macigni, parte che nessuno potrebbe revocare in dubbio, per quanto, come abbiamo veduto, il Moletti non abbia creduto di farne pure il nome, non sapremmo in alcun modo definire, sebbene lo troviamo nominato anche in quel resoconto del Riccoboni al quale abbiamo dianzi accennato, e che qui vogliamo prendere in accurato esame. E prima di accingervici dobbiamo notare che la questione della riforma del Calendario non era nuova per lo Studio di Padova: basterà infatti ricordare che questo aveva annoverato fra i suoi lettori di matematica fra il 1480 ed il 1494 il celebre Paolo di Middelburg (1), autore della famosa " Paulina „, e che ottenne la sede episcopale di Fossombrone appunto per i meriti da lui acquistati negli studi intorno a tale argomento; e che anche Federico Delfino, lettore di astronomia dal 1521 al 1547, se n' era occupato a fondo nella occasione in cui la questione era stata posta nel Concilio Lateranense (2).

---

libro al Principe VINCENZIO, ed in data del giorno successivo l'accompagnatoria al Duca GUGLIELMO.

(1) Questi non è menzionato come tale da alcuno degli storiografi dello Studio; ma vedi quanto ne abbiamo scritto noi stessi nei seguenti lavori: *Intorno alla vita ed alle opere di Prosdocimo de' Beldomandi, matematico padovano del secolo XV*, ecc. (*Bullettino di Bibliografia e di Storia delle scienze matematiche e fisiche* pubblicato da B. BONCOMPAGNI, T. XII, pag. 203-205). - Roma, tip. delle scienze matematiche e fisiche, 1879. — *Le Matematiche nello Studio di Padova dal principio del secolo XIV alla fine del XVI*, ecc. (*Nuovi Saggi della R. Accademia di scienze, lettere ed arti in Padova*. Vol. IX. Parte I, pag. 34-35). - Padova, tip. G. B. Randi 1880. — Questa sua qualità è confermata nella vita di lui scritta da BERNARDINO BALDI (DEMETRIO MARZI, *La questione della riforma del calendario nel quinto concilio Lateranense* (1512-1517) ecc., - Firenze, tip. G. Carnesecchi e figli, 1896, pag. 234).

(2) LUCA GAURICO riferisce ch' egli avrebbe compilata una scrittura sulla riforma del Calendario data alla luce in Venezia dopo la sua morte e precisamente nel 1558, col titolo " *Calendarium ecclesiasticum*

Comincia pertanto il Riccoboni dal registrare sotto l'anno 1582 l'avvenuta riforma, notando l'opera prestatavi con le " Ta-

---

novum „. Il RICCARDI però non la registra nella sua *Biblioteca Matematica Italiana.*

Notevolissima è la testimonianza che di questi studi del DELFINO lasciò ALESSANDRO PICCOLOMINI Arcivescovo di Patra e coadiutore dell'Arcivescovo di Siena nel suo " *De nova Ecclesiastici Calendarii pro legitimo Paschali celebrationis tempore restituendi forma Libellulus* „ dedicato in data " Quinto Id. Aprilis 1578 al Granduca FRANCESCO DE' MEDICI e stampato: " Senis apud Lucam Bonettum, 1578 „ e che, a motivo della sua importanza, anche per la biografia del DELFINO così poco nota, vogliamo qui riprodurre: " Praeterea mihi modo in mentem venit, quod dum iuvenis, 40. iam fere elapsis annis, Patavii, studij causa commorarer, cum admodum familiariter uterer Friderico Delphino, meo in mathematicis literis praeceptore, Astronomo quidem egregio et magni nominis, gravi annorum numero pene confecto, quippe qui per 36 annos et amplius, cum summa eius laude, mathematicas disciplinas in illo celeberrimo Gymnasio professus fuerat; vidi illum summa diligentia, exactisque observationibus, observare conantem ingressum Solis in principium Arietis, et ipsam solaris anni quantitatem, atque ut exiquisitius id exequi posset, instrumentum quoddam, sub figura quarti circuli, quadranti simile construxerat, adeo amplum ut trium cubitorum et amplius esset completi circuli semidiameter, propterea quod quo maiora construuntur instrumenta astronomica, eo exquisitiora existimanda sunt. Atque in hoc, adeo mihi fortuna arrisit, ut ex quinque annis quos Patavii consumpsi, quatuor miram serenitatem aeris, nitentemque Solem, circa aequinoctium verum, nacti fuerint. Memoria ergo teneo, Fridericum illum non semel asseruisse sese invenire quantitatem anni solaris ab Alphonso positam, videlicet 365 dierum, horarumque quinque et min. 49 tribus horae minutis maiorem ab illo positam quam oportuisset, atque ex huius summi viri verbis tandem memini me animo concepisse, ipsius sententiam fuisse, anni quantitatem ab ea Albategni non admodum diversam fuisse „. (Op. cit., pag. 29). Il KALTENBRUNNER (*Beiträge zur Geschichte der Gregorianischen Kalenderreform* [*Sitzungsberichte der kaiserlichen Akademie des Wissenschaften. Philosophisch-historische Classe.* XCVII. Band. Jahrgang 1880. Heft IV-VI]. - Wien, 1881, pag. 22) conobbe di quest'opuscolo un manoscritto che è nel Cod. Vat. 7051, e sulla fede dello XIMENES (*Del vecchio e nuovo gnomone fiorentino e delle osservazioni astronomiche, fisiche ed architettoniche fatte nel verificarne la costruzione*, ecc. di LEONARDO XIMENES. - In Firenze, MDCCLVII, nella stamperia imperiale, pag. CXI) dice che verosimilmente fu stampato in Roma nel 1578; aggiunge che il DELFINO visse fra il 1477 ed il 1521, mentre noi sappiamo che morì il 7 febbraio 1547, e ci dà la peregrina ed inverosimile notizia che il PICCOLOMINI ne fu scolaro nell'università di Liegi.

bulae Gregorianae „ dal nostro Moletti, indi soggiunge: “ De huiusmodi correctione cum fuerint variae doctissimorum virorum opiniones, non erit ab re hoc in loco pauca quaedam recensere. „ In questa sua rassegna prende il Riccoboni le mosse dalla riforma Giuliana per venire alla deliberazione del Concilio Niceno, mettendo in evidenza gli inconvenienti ai quali dava origine lo immanente stato di cose, inconvenienti però non giudicati da alcuni tanto gravi che non vi potesse, nei limiti della tolleranza, essere recato facile rimedio senza ricorrere a spedienti di carattere radicale. Accennato poi alla deliberazione nella quale era venuto Papa Gregorio XIII, passa a parlare delle discussioni alle quali il grave argomento aveva dato occasione nello Studio di Padova, citando in particolare la opinione di Sperone Speroni, il quale si sarebbe accontentato che la Pasqua venisse celebrata o nella domenica cadente nel giorno 25 di marzo od in quella ad esso più vicino, non importa se antecedente o susseguente, nè si preoccupava degli inconvenienti che ne sarebbero derivati nei rispetti astronomici ed ecclesiastici. Seguita poi ad esporre i pareri del Macigni e del Moletti, i quali opinarono che se si fosse trattato soltanto di correggere l'errore che si commetteva nella celebrazione della Pasqua, data la instabilità degli equinozii, sarebbe bastato far osservare da persona esperta quello di primavera e fissare per l'anzidetta solennità la domenica dopo il plenilunio, evitando però il caso in cui, cadendo la domenica in giorno di plenilunio, fosse avvenuta la coincidenza della celebrazione della Pasqua da parte dei cattolici con quella degli ebrei. Per togliere pertanto tutti gli inconvenienti di qualsiasi genere, si pensava ad operare la detrazione di quattordici giorni, ma anche circa il modo di effettuare tale riduzione non erano concordi le opinioni. “ is autem, prosegue il Riccoboni, qui modo nominatus est, Iosephus Moletius, consuluit, vel ut principium Ianuarii inciperet a die decimo octavo Decembris, vel ut decimus quinctus Februarii nominaretur primus dies Martii; et in futurum idem opinatus est cum eo, quem superius nominavimus, Matthaeo Macino, peritum aliquem Astrologum constituendum esse ad aequinoctiorum observationem; cumque inveniretur in anno aliquo aequinoctium veris distare viginti quattuor horis a die iam constituto vigesimo quincto Martii, tunc proximam sequentem interka-

lationem diei bis sexti esse praetermittendam. Ita Patavii hac de re iudicatum est. „ E conchiude: “ Communis sententia fuit Romae in Kalendarii emendatione, ut aequinoctium ad diem vigesimum primum Martii reduceretur, idque per ablationem decem dierum semel faciendam: et ad evitandum errorem aequinoctii in futurum singuli tres centesimi anni sine interkalatione diei bis sexti relinquerentur, quartus vero centesimus annus bissextilis efficeretur. Itaque statuit summus Pontifex [1], ut illis decem dies demerentur, et pro die quinto Octobris decimus quinctus nominaretur, atque ab eo numerationis progressio fieret. Quod statim effectum est. „

Per tornare ora alle « Tabulae Gregorianae „, non è dubbio che appena stampate ne furono mandati esemplari a Roma; ma qual parte esse abbiano avuta nella riforma del calendario non sappiamo affatto [2], perchè sopra di esse fu serbato un immeritato silenzio dai contemporanei e dalla posterità [3]: questo soltanto sap-

---

(1) Con la Bolla “ Inter gravissimas „ riprodotta anche a pag. 13-15 della *Romani Calendarii a Gregorio XIII P. M. restituti explicatio*, ecc. Auctore CHRISTOPHORO CLAVIO, ecc. *Accessit confutatio eorum, qui Calendarium aliter instaurandum esse contenderunt.* - Romae, apud Aloysium Zannettum, MDCIII. Non è del nostro assunto entrare in particolari relativamente a questa riforma: chi n'avesse vaghezza consulti: “ *Il Calendario Gregoriano* del P. GASPARE STANISLAO FERRARI d. C. d. G., ecc. 2ª edizione corredata di tavole. - Roma, tipografia Monaldi e C. 1882 „.

(2) È probabile che, anche per gelosia di mestiere, il CLAVIO non abbia voluto tenerne conto, mentre però dal canto suo, dopo aver esplicitamente confessato d'essersi nella correzione servito delle tavole Pruteniche [“ fateor, in hoc correctionis negotio tabulas Prutenicas, tanquam hac aetate celebriores ac probabiliores, esse adhibitas „ (*Novi Calendarii Romani Apologia adversus Michaelem Maestlinum Goeppingensem, in Tubingensi Academia Mathematicum, tribus libris explicata*, auctore CHRISTOPHORO CLAVIO, ecc. - Romae, apud Sanctium et Soc. M.D.LXXXVIII, pag. 67)], nella ponderosissima *Explicatio* già citata (pag. 65, 73, 75, 77, ecc.), forse riflettendo al peccato originale del quale erano agli occhi suoi inquinate, sembra voler dire e non dire, giustificando in certo qual modo l'asserzione di coloro che fondandosi su tali dichiarazioni affermarono avere servito allo scopo suindicato le tavole Alfonsine.

Delle “ Tabulae Gregorianae „ del Nostro il CLAVIO si tenne (pag. 94) ad un cenno di sfuggita ed incidentale nella succitata *Explicatio*.

(3) Il KEPLERO sembra non averle conosciute: un esemplare ne fu posseduto da GALILEO e trovasi indicato nell'inventario dell'eredità di suo figlio VINCENZIO. Le nota appena il MONTUCLA (*Histoire des Mathé-*

piamo, e possiamo riferire sulla fede del Riccoboni, poichè del resto nessuna traccia ne abbiamo trovato negli Archivii, che cioè il Pontefice le gradì assai, od almeno gli fu grato l'omaggio reso al suo nome, rimeritandone l'autore col dono di trecento scudi, e poichè si tratta del solo dal quale abbiamo questa notizia, vogliamo qui riprodurre testualmente le parole quali si leggono alla fine del breve cenno biografico sul Moletti: " Edidit... Tabulas Gregorianas, quas iussu Senatus Veneti in gratiam Gregorij XIII Summi Pontificis conscriptas non modo ipse Senatus ducentis, ut vocant, ducatis ipsi dono datis, verum etiam ipse Gregorius XIII trecentis, ut appellant, camerae scutatis ei dono missis, et pluribus etiam pro earum continuatione promissis censuit honorandos " (1).

Del resto, e sia detto a conclusione di questo argomento, noi non sappiamo nemmeno dire se alle " Tabulae Gregorianae " ed agli annessivi due Libri del Moletti siasi limitato il concorso dell'Università di Padova in risposta all'interpellanza del Pontefice, per quanto tutto porti a credere che la questione della riforma del Calendario fu nel seno di essa dibattuta: certo è che se una risposta collegiale fu effettivamente data, essa non si trova accanto a quelle mandate dalle Università di Parigi, Vienna, Lovanio, Colonia, Genova, Alcalà e Salamanca (2).

---

matiques. Nouvelle édition. Tome Quatrième achevé et publié par Jerome De La Lande. - A Paris, chez Henri Agasse, An X (1802), pag. 303). Il Kaltenbrunner, che pure menziona una pubblicazione fatta in Venezia nel 1580 dal titolo: " Tractatus de vera anni forma et de ejus emendatione " (Op. cit., pag. 493), tace affatto delle " Tabulae Gregorianae " e dei due Libri annessivi; e neppure le menziona in un lavoro successivo (*Beiträge zur Geschichte der Gregorianischen Kalenderreform* [*Sitzungsberichte der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften. Philosophisch-historische Classe.* XCVII Band. Jahrgang 1880. Heft IV-VI] - Wien 1881) nel quale (pag. 22-48) prende in esame tutto ciò che fu mandato a Roma in risposta alla interpellanza di Papa Gregorio XIII. Le menziona bensì l'editore delle opere del Keplero dicendole però erroneamente " repetitas ex Prutenicis " ed aggiungendo: " in usum novi Calendarii Pontificiis Maximi jussu concinnatas " (Iohannis Kepleri *Opera omnia* edidit D.r Ch. Frisch. Volumen VIII. Pars II. - Francofurti A. M. Heyder et Zimmer, MDCCCLXXXI, pag. 609).

(1) *De Gymnasio Patavino* Antonii Riccoboni Commentariorum Libri sex, ecc., car. 78 *t.* — Antonii Riccoboni *Orationum* volumen secundum, ecc. car. 45.

(2) Cfr. Codd. Vat. 5645, 7048, 7049, 7057.

IV.

A lavori lasciati incompiuti dal Moletti accenna esplicitamente il Riccoboni nella sua orazione funebre più volte citata, scrivendo: « gravissima scripta, ab eo inchoata et nobis relicta, quae quamvis ab ipso perfici non potuerunt, contendere tamen merito posse cum aliorum recentiorum iisdem de rebus conscribentium perfectioribus operibus videntur „ (1).

Di queste opere che il Moletti lasciava manoscritte ed incompiute non è fatto cenno alcuno nel suo testamento, non leggendovisi disposizione veruna ch' egli abbia data a questo riguardo. È sommamente verosimile che Gianvincenzio Pinelli, gran raccoglitore di stampati e di manoscritti per la sua insigne biblioteca, e così intimo del defunto, n' abbia facilmente ottenuta cessione dai commissarii o dagli eredi: certo è che entrarono nella sua libreria, dalla quale passarono poi nell' Ambrosiana per l' acquisto che, come è ben noto, ne fece il Cardinale Federigo Borromeo (2), ed ivi presentemente si trovano, e sono i seguenti (3):

---

(1) Antonii Riccoboni *Orationum* volumen secundum, ecc., car. 45 *t.*

(2) Oltre a quanto ne scrive il Gualdo (*Vita Joannis Vincentii Pinelli*, ecc., pag. 109 e seg.) veggasi a pag. 112-115 del volume intitolato: *Gli Istituti scientifici, letterari ed artistici di Milano.* Memorie pubblicate per cura della Società storica Lombarda in occasione del secondo Congresso storico italiano II di settembre MDCCCLXXX. Milano, tip. Luigi di Giacomo Pirola, 1880. Ed ancora l'articolo intitolato: " Biblioteche ed Archivii „ nel volume: *Milano 1881.* Milano, Giuseppe Ottino editore, MDCCCLXXXI, pag. 101.

(3) Alla raccolta dei materiali per il presente lavoro noi attendiamo ormai da parecchi anni, e fin da principio ci eravamo proposti di prendere esatta conoscenza di questi manoscritti, assoggettandoli ad accurato esame. Senonchè altri lavori ed altre cure e soprattutto il ritardo stesso voluto dalla raccolta di documenti che ripetutamente erano stati dichiarati irreperibili, ci obbligarono a procrastinare sempre il compimento del lavoro che alla scoperta di questi documenti era stato subordinato, finchè circostanze personali ed estranee alla nostra volontà ci impedirono di poterci recare all' Ambrosiana e farvi quel lungo soggiorno che sarebbe stato necessario. Noi ci siamo tuttavia formata la convinzione che anche quello studio più approfondito di tali manoscritti non avrebbe potuto

Parte Inferiore.

A. 71. Pinelli Collectanea. N.° 1. Due lettere di G. M. a Gio. Vincenzio Pinelli, date da Venezia dei 5 febbraio e 10 agosto 1568, delle quali la prima sulle ombre dei gnomoni, e la seconda sull' edizione di Tolomeo curata dal Ruscelli.

— N.° 5. Facil modo di tirar linee parallele alle vedute, di misurar le distanze et di mettere in disegno. Scritto da G. M. al Cl.mo Sig.r Giacomo Contarini in data di Padova, 25 giugno 1581.

D. 34.

Lettera da Mantova (?) con la quale G. M. accompagna a Giulio Savorgnan un elenco di autori di giudiziaria.

D. 151 (car. 1-58).

Materiali concernenti le *Tabulae Gregorianae.*

D. 191 (car. 52-53).

Lettera di G. M. da Venezia sotto il dì 18 giugno 1568 in risposta a quesiti concernenti alcuni strumenti matematici ed astronomici.

D. 235 (car. 1-31).

" Josephi Moletij operum mathematicorum fragmenta varia " e sono brani di prefazioni, prolusioni e lezioni, di pochissime pagine ciascuno, tra i quali notiamo: " Commentarii et animadversiones in sphaera Theodosii "; " Logistica astronomica aut Algorithmus astronomicus, sive minutiarum physicalium "; " Theoria solis respondens positionibus Copernici "; " Isagogicarum, sive introductionum astrologicarum liber primus "; " La pratica della prospettiva ". In questo manoscritto, che è tutto della stessa mano, cioè del Moletti, notiamo una pagina che contiene: " Problema mirabile di Fabritio Mordenti: Date due rette linee ineguali, mostrare che parte è la minore della maggiore ". — Vi sono intercalate due date: 4 febbraio e 28 giugno 1586.

---

modificare le conclusioni alle quali siamo venuti, e perciò ci limitiamo a soggiungere le indicazioni forniteci dai cataloghi, quali ci vennero favorite dai preposti alla Biblioteca, accresciute dei risultati d' un esame sommario che dei manoscritti acconsentì gentilmente ad istituire per noi l'amico carissimo Prof. Carlo Del Lungo, al quale ripetiamo qui i nostri vivissimi ringraziamenti.

D. 332 (car. 14-15).

Lettera di G. M. da Mantova dei 28 maggio 1579 sopra una macchina di Polibio.

D. 442 (car. 1-33).

« Josephi Moletii de mathematicis disciplinis. Rudimenta quaedam pro mathematicis disciplinis verum imperfecta et quibus quamplurima desunt „. Sono frammenti di trattati e di lezioni, uno de' quali ha la data 27 settembre 1578.

Parte Superiore.

P. 145, car. 4.

“ Discorso che il Re Catholico sia il maggior prencipe del mondo „.

R. 94, car. 128-133, 139-142, 184.

“ Ex libro Jos. Moletii .„ Problemi d'ottica. “ Josephi Moletii dartitio mathematicarum scientiarum „. — Da notarsi una lettera di Matteo Macigni, probabilmente indirizzata a Gio. Vincenzio Pinelli, data da Padova degli 11 dicembre 1576 in quattro fitte pagine concernente Euclide.

R. 122 (car. 280-287).

“ Informatione d'intorno alla correzione dell'anno data da D. Moleto al Bonafè. „

S. 80 (car. 5-8).

Lettera di G. M. “ Da Mantova il dì di Carnevale del 74 „ che risponde ad alcuni quesiti concernenti le opere di Polibio e la cosmografa.

S. 94 (car. 165-170).

Lista di alcuni istrumenti matematici con scrittovi dietro: “ dell'istrumenti mathematici del Moleto „.

S. 100.

Car. 38-85. Frammenti di lezioni concernenti l'ottica con la data 3 febbraio 1581.

Car. 86. Bozza di lettera al Card. Sirleto data da Padova, 17 novembre 1580 e concernente la dedica delle *Tabulae Gregorianae* al Pontefice, ed altra lettera del 13 novembre 1580 a “ Giovani Correr Oratore de' SS. Venetiani appresso N. S. „, risguardante lo stesso argomento.

Segue poi (car. 115-213, 294-318): Degli scherzi col compasso

et con la riga di M. Gioseppe Moleto, matematico dello Studio di Padova e osservationi varie. — Come si ha da fabricar la figura celeste. — Speculationes geometricae variae. — Definitio Boetii de fato. — In librum mechanicorum Aristotelis expositio tumultuaria Josephi Moleti 1581, die 6, hora 14 $^1/_2$ in circa repetita 1582 febr. — Un trattato del misurare, 1583. — Prolegomena et lectiones in Euclidis Elem. — 17 settembre 1575 di fortificazione. — Di Giuseppe Moleto memorie in materia d' artiglieria.

S. 103, (car. 122-178).

" Discorso di Ms. Giuseppe Moleto Mathematico nel quale egli mostra che cosa sia Mathematica, quante sien le parti di quella, quali sieno e come sieno insieme ordinate, si discorre intorno a ciascuna et insegna la via con la quale si debbano studiare per potersene impadronire, dichiara ancora in esse molti luoghi de' filosofi et de' mathematici et insieme volve molte dubitationi et scuopre molti segreti. Scritto al S.r Georgio Gozzi „.

Queste scritture del Nostro nell'Ambrosiana non vi giacquero sempre ignorate, ed anzi richiamarono l' attenzione di Giovanni Battista Venturi, lo stesso che rivelò al mondo quali tesori di scienza si contenessero nei manoscritti Vinciani rubati dai francesi nell' occasione della " conquista liberatrice della Lombardia „ e mai più restituiti. Avendo egli trovato nel Codice miscellaneo " A. 71. Inf. „ i ben noti teoremi Galileiani sul baricentro di alcuni solidi insieme con le cose del Moletti alle quali abbiamo testè accennato, fu assai verosimilmente tentato di esaminare anche gli altri codici contenenti scritture del medesimo autore, e fu così condotto a trovare nel Codice " S. 100 Sup. „ un dialogo del Nostro sulla meccanica, del quale egli riportò alcune linee concernenti la caduta dei gravi (1). Di questo dialogo però egli aveva trascritto un lungo brano che gli parve assai importante nei rispetti della storia della scienza, e la copia fu da lui ceduta al Granduca di Toscana con altre cose di Galileo da lui possedute, per disporlo

(1) *Memorie e lettere inedite finora o disperse di Galileo Galilei* ordinate ed illustrate con annotazioni del Cav. Giambatista Venturi, ecc. Parte prima dall'anno 1587 sino alla fine del 1616. - Modena, per G. Vincenzi e Comp., M.DCCC.XVIII, pag. 8.

favorevolmente ad accogliere la sua domanda " di poter esaminare le carte Nelli del Galileo allora acquistate dal Principe ereditario e di copiarne alcune „ (1). Questa copia si trova presentemente fra i Manoscritti Galileiani (2), e da essa trascrisse il Caverni un passo che concerne la velocità secondo la quale si muovono attraverso a qualche resistenza del mezzo i vari gravi (3). Come interlocutori del dialogo figurano due persone indicate con le iniziali A. e P., e siccome A. parlando con P., lo tratta di " Vostra Altezza „, è sommamente probabile che A. non significhi altro che Autore, ed è certo che con P. questi volle indicare Principe; e che infine con tutta verosimiglianza i due interlocutori siano il Moletti ed il Principe Vincenzio Gonzaga suo scolaro.

Il dialógo, che in qualche parte fa risovvenire del luogo geometrico nel Menone, non è quale si crede che potrebbe essere fra maestro e discepolo: il primo nulla insegna al secondo; mantiene tutto al più la discussione in carreggiata e tende piuttosto a mettere in evidenza le doti singolari e le straordinarie attitudini del giovane principe alle cose matematiche, le quali abbiamo già veduto il Moletti lodare così ampiamente nel suo augusto scolaro. Ma poichè non può cader dubbio alcuno che questa sia veramente, come suol dirsi, farina del sacco di questo, dovrà di qui riconoscersi come il Nostro tenga degnamente il suo posto fra coloro che intorno a questo tempo tendevano a scuotere vigorosamente il giogo aristotelico, e che, come già in astronomia, anche nell' argomento della caduta dei gravi, che da tante parti richiamava più vivamente che mai l' attenzione degli studiosi, sia stato tra quelli che ne trattarono più liberamente seguendo le più accurate osservazioni dei fatti. Quanto poi all'essersene, come si vorrebbe, occupato nel suo pubblico insegnamento, ci conten-

(1) *Documenti inediti per la storia dei Manoscritti Galileiani nella Biblioteca Nazionale di Firenze* pubblicati ed illustrati da ANTONIO FAVARO (Estratto dal *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle scienze matematiche e fisiche*, pubblicato da B. BONCOMPAGNI. Tomo XVIII, pag. 186-188). - Roma, tipografia delle scienze matematiche e fisiche, 1886.

(2) Appendice. Art. XIX intitolato sul dorso: Anonimi - Opuscoli Scientifici, car. 2 e seg.

(3) *Storia del metodo sperimentale in Italia.* Opera di RAFFAELLO CAVERNI. Tomo IV. - Firenze, stab. G. Civelli, 1895, pag. 271-274.

teremo di dire che la cosa è probabile, giacchè confessiamo di non essere ancora pervenuti (ed ormai disperiamo d' essere per riuscirvi) a formarci un esatto concetto di ciò che, specialmente sul finire del secolo decimosesto, era l' insegnamento impartito dalla cattedra " Ad Mathematicam „ nelle nostre Università: nel secolo successivo le cose cominciano a delinearsi un pò più chiaramente a questo proposito; ma per il cinquecento non abbiamo peranco lumi sufficienti a rischiarare la via.

V.

Ed ora che col sussidio di tutti gli elementi che siamo riusciti a raccogliere abbiamo imparato a conoscere il Moletti come insegnante e come scienziato, vediamo con qualche maggior particolare in che siano consistite le sue relazioni con Galileo alle quali abbiamo già sommariamente accennato.

È ormai bene assodato che nella serie cronologica dei lavori originali di Galileo figurano in capo a tutti quei " Lemma e teorema „ relativi alla determinazione del baricentro d'un frusto di conoide parabolico (1), dai quali poi derivarono altre " Proposizioni attinenti al centro di gravità dei solidi „ date tanti anni più tardi alla luce in appendice alle cosiddette " Nuove Scienze „ (2).

Quel primo lavoro appartiene all' anno 1585, quando cioè Galileo, conforme le sue stesse affermazioni, aveva un solo anno di studio di geometria, nella quale era stato per la prima volta introdotto a vent'anni, e rappresenta uno dei risultati ai quali lo guidò lo studio delle opere di Archimede: e tanto egli se ne compiacque da indursi a darne due anni più tardi conoscenza alle persone competenti come saggio del suo sapere matematico; e questo principalmente con lo scopo di ottenere una cattedra di tale matèria in qualche pubblico Studio. E pare infatti che intorno al 1586 gli fosse riuscito di conseguire, se non una cattedra, almeno una lettura in Siena (3), e che quivi e in Firenze si

(1) *Le Opere* di Galileo Galilei. Edizione Nazionale, ecc. Vol. I, pag. 181 e seg.

(2) Op. cit., Vol. I, pag. 187-208; Vol. VIII, pag. 313.

(3) Op. cit., Vol. XIX, pag. 36, 46.

fosse esercitato nel privato insegnamento. Certo è ad ogni modo che correndo l'anno 1587 egli aspirò alla cattedra di matematica nella Università di Bologna (1): e non è improbabile che tale aspirazione egli abbia appoggiata con quel suo lavoro intorno al quale ci risulta che proprio intorno allo stesso tempo egli chiese il parere scritto di alcuni fra i più valenti matematici del tempo, tra i quali appunto, come vedremo subito, del nostro Giuseppe Moletti.

Di questa prima scrittura originale di Galileo non giunse infino a noi l'autografo, e dei parecchi esemplari che n' andarono attorno manoscritti uno solo (2) ce ne fu conservato tra le carte di Gianvincenzio Pinelli (e secondo ogni probabilità lo stesso o copia di quello ch'era stato mandato al Moletti) e precisamente nel codice miscellaneo " A. 71. Inf. „ della Biblioteca Ambrosiana, intitolato " Pinelli Collectanea „: in calce ad esso sono trascritte le seguenti attestazioni (3):

" Fassi fede per me Giovanni Bardi de' Conti di Vernio, come le presenti conclusioni e dimostrationi sono state ritrovate da M. Galileo Galilei; e in fede ò fatto la presente questo dì dodici di dicembre 1587, manu propria.

Io Gio. Batta Strozzi affermo il medesimo; e in fede mi sono sottoscritto di mia mano.

Io Luigi di Piero Alamanni affermo il medesimo; et in fede ho sottoscritto di mia propria mano questo dì 12 decembre 1587.

Io Gio. Batta di Ricasoli Baroni confermando il medesimo mi sottoscrivo di man propria il dì 12 detto 1587.

---

(1) *Galileo Galilei e lo Studio di Bologna*. Nota del prof. ANTONIO FAVARO (*Atti del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti*. Serie V. Vol. VII, pag. 761-776). - Venezia, tipografia di G. Antonelli, 1881.

(2) In capo ad esso si legge l'attribuzione " di Vinc.° Galilei „: nell'indice premesso al codice però, e in cui la erronea attribuzione era ripetuta, già una mano del tempo corresse " Galilei de Galileis „ in luogo di " Vincentii de Galileis „.

(3) *Le Opere* di GALILEO GALILEI. Edizione Nazionale, ecc. Vol. I, pag. 183.

Adì 29 di Decembre del 1587.

Io Gioseppe Moleto, Lettor publico delle Mathematiche nello Studio di Padova, dico haver letto i presenti Lemma et Theorema, i quali mi son parsi buoni, e stimo l'autor d'essi esser buono et esercitato Geometra.

Il medesimo Gioseppe ha scritto di man propria „.

La differenza di soli diciassette giorni fra le attestazioni dei quattro gentiluomini fiorentini e la dichiarazione del Moletti sta a dimostrare che la scrittura alla quale si riferiscono fu mandata subito a questo, e verosimilmente ne fu fatta la trasmissione col mezzo di Antonio Riccoboni, col quale sappiamo che Galileo fu in diretta corrispondenza e che abbiamo ripetutamente veduto intimo del Moletti.

Lo stesso lavoro con le medesime dichiarazioni fu poi mandato, molto verosimilmente al matematico dello Studio di Bologna, ch'era Pietro Antonio Cataldi (1), ma col mezzo d'un intermediario del quale ignoriamo il nome e che partecipava il giudizio pronunziato nei termini seguenti: “ il mio amico loda infinitamente lo inventore di questa speculatione, et insieme al Sig. Moleto lo giudica molto versato nelle matematiche „: questo intermediario doveva essere egli stesso familiare con la materia, poichè riferisce “ a bocca „ le osservazioni che seguono nel testo della lettera conservataci, molto probabilmente d'altra mano, ed in capo alla quale Galileo scrisse di suo pugno: “ Giuditio sopra una mia Propositione fatto a Bologna „ (2).

Del resto Galileo non s'era limitato a sottoporre questa sua proposizione al giudizio dei matematici degli Studi di Padova e di Bologna, ma ne conferì a Roma col P. Cristoforo Clavio in occasione del suo primo viaggio alla città eterna compiuto ap-

(1) Questi occupava la cattedra di matematica compresa tra le “ Classes matutinae „; l'altra, rimasta vacante fin dal novembre 1583 per la nomina di Egnazio Danti, che n'era titolare fin dal 1526, al Vescovado di Alatri, era tra le “ Pomeridianae „.

(2) Di questo giudizio, provocato anche a Bologna, tace il Wohlwill (*Galilei und sein Kampf für die Copernicanische Lehre.* Erster Band. - Hamburg und Leipzig, Verlag von Leopold Voss, 1909, pag. 82).

punto nel 1587, e ne scrisse al Marchese Guidobaldo del Monte, poichè questi nella prima sua lettera a Galileo fino a noi pervenuta, ma che ha effettivamente caratteri d'una prima risposta ad aperture fatte da Galileo, lo intrattiene sul teorema che dice essergli " piaciuto assai " (1). E col mezzo dello stesso Marchese del Monte, se non pure con quello del P. Clavio, pare che egli abbia mandata quella sua breve scrittura anche in Fiandra dove n'ebbe certamente notizia Abramo Ortelio, che ne diede comunicazione a Michele Coignet, il quale dichiarando: " Tradidit nobis nuper Dominus Ortelius tuam de centro gravitatis frusti conoidis parabolici inventionem ", ne pronunzia il seguente giudizio: " Certe hic confitendum erit, doctissime Galilaee, hanc tuam inventionem dignam esse ut ea a cunctis, has artes colentibus, mira congratulatione accipiatur, et tibi prò tali beneficio gratias aeternas habeamus " (2).

Il giudizio del Moletti aveva dunque trovati consenzienti molti altri matematici, e quantunque noi non abbiamo rinvenute traccie di dirette relazioni tra lui e Galileo, certo è ch'egli parlò con grande favore del giovine geometra nei cenacoli universitarî padovani, poichè della " compositione che da tanti valent'huomeni è stata approvata e sottoscritta " scrive a Galileo l'umanista dello Studio, Antonio Riccoboni, protestandogli tutta la sua ammirazione e chiudendo con dichiarare: " il S.or Moleto l'ama medesimamente da buon senno " (3). Sicchè non è esagerazione il dire che il Moletti stesso, parlando con tanta stima di Galileo, gli spianò in certo qual modo la via a succedergli, come in fatto avvenne.

Ma in altro ufficio ancora può dirsi che, sebbene temporaneamente, sia succeduto Galileo al Moletti, in quello cioè di matematico ai servigi del Duca di Mantova. Abbiamo già veduto quanto caro fosse il Moletti a Guglielmo Gonzaga e quanto lar-

---

(1) *Le Opere* di Galileo Galilei. Edizione Nazionale, ecc. Vol. X, pag. 25.

(2) Op. cit., Vol. X, pag. 31-32. — Cfr. Antonio Favaro. *Amici e Corrispondenti di Galileo Galilei. XXII. Michele Coignet* (*Atti del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti.* Tomo LXVIII, Parte seconda. pag. 8-10). - Venezia, premiate officine grafiche di C. Ferrari, 1909.

(3) Op. cit., Vol. X, pag. 30.

gamente il figlio di lui, Vincenzio, ricorresse all'opera sua, sebbene dopo pochi mesi ch'egli ebbe raccolta la successione nel Ducato, sia mancato ai vivi il Moletti; anzi si può dire che non potesse fare a meno di un astronomo, poichè anche nel 1599 lo vediamo rivolgersi ai Signori del Reggimento di Bologna con lettera dei 7 maggio, esprimendo il desiderio di valersi dell'opera di Giovanni Antonio Magini in Mantova, e chiedendo gli venisse concesso di lasciare quello Studio prima della fine dell'anno scolastico (1), ed analoghe richieste troviamo in anni successivi.

In questo medesimo torno di tempo fu il Duca Vincenzio Gonzaga in Padova, ospite del Generale Giovanni Battista del Monte, e come quello che aveva già una eletta coltura matematica, volle udire da Galileo la spiegazione del Compasso Geometrico e Militare e n' ebbe un esemplare presentatogli dall' inventore, e sotto il dì 24 d'aprile 1604 questi registrava fra i suoi ricordi autografi d'aver ricevuto " dal Ser.mo Duca di Mantova per una collana et una medaglia di S. Altezza „ del valore di 1900 lire, ed altro donativo di due sottocoppe d' argento riceveva il giorno stesso dal Sig.r Carlo Gonzaga per il valore di lire 440 (2).

Questi cospicui donativi fatti a Galileo, in coincidenza con almeno due gite che noi sappiamo aver egli compiuto a Mantova, lasciano presumere che egli abbia potuto rendere alla Casa Ducale qualche considerevole servigio. Certo è ad ogni modo essergli stato profferto, come già al Moletti, di accomodarsi ai servigi della Corte di Mantova, lasciando lo Studio di Padova, perchè delle trattative corse a questo proposito, rimasero documenti le lettere scambiate tra Galileo e il Duca (3): mancato l' accordo tra le profferte di questo e le domande dell'altro, le trattative fortunatamente abortirono, e così Galileo potè ancora per parecchi anni rimanere in quello che Girolamo Mercuriale aveva felicemente chiamato il " proprio domicilio del suo ingegno „ (4).

---

(1) *Carteggio inedito di Ticone Brahe, Giovanni Keplero*, ecc. *con Giovanni Antonio Magini*, ecc. pubblicato ed illustrato da ANTONIO FAVARO, ecc., pag. 18.

(2) *Le Opere* di GALILEO GALILEI. Edizione Nazionale, ecc. Vol. XIX, pag. 155.

(3) Op. cit., Vol. X, pag. 106, 109.

(4) Op. cit., Vol. X, pag. 55.

VI.

Poco più siamo in grado di aggiungere intorno alla biografia del Moletti, per quanto pur questo poco rappresenti un certo vantaggio in confronto delle scarsissime notizie che se ne avevano.

Noi l' abbiamo già veduto testare una prima volta a Venezia, non ancora quarantenne e gravemente ammalato, e durante tutta la sua non lunga esistenza sappiamo che fu continuamente afflitto da malattie che attentavano alla sua fibra debolissima: un ritratto assai pietoso ne fa il Riccoboni, dicendo di lui nella orazione funebre più volte citata: " quem quidem, si corpus spectemus, infelicissimum fuisse confitebimur, prorsus debilitatum, infirmum, variis morbis obnoxium, perpetuis fluxionibus perturbatum, frequentibus febribus agitatum, ut vix ullus praeteriret mensis, quo non graviter febricitaret, languidum, naturalibus viribus destitutum, ad senectutem ante tempus perductum, ut qui vix quinquagesimum septimum aetatis annum agebat septuagenarius, immo vero iam octogenarius videretur " (1).

Di queste sue tristissime condizioni di salute egli parla nel secondo ed ultimo suo testamento olografo dei 9 settembre 1587 (2): quivi infatti egli dice in sul principio e della debole sua costituzione fisica, le condizioni della quale s' erano andate aggravando col crescere degli anni, se anche non erano molti, aggiungendo che già prima d' allora gli era ripetutamente toccato d' infermarsi

---

(1) Antonii Riccoboni *Orationum* volumen secundum, ecc. - Patavii, apud Laurentium Pasquati, M.D.LXXXI, car. 43.

(2) Cfr. Doc. XIX. Questo, come si troverà notato a suo luogo, abbiamo desunto da una copia presentemente nella Biblioteca Ambrosiana. L'originale dovrebbe trovarsi negli atti di Giovanni Spazzarini, pubblico notaio di Padova, ma le ricerche più diligenti non valsero a far porre le mani sopra gli atti da lui rogati, ed anzi egli non figura nemmeno nell'elenco dei notai dei quali i rogiti si conservano nell' Archivio Notarile di Padova, e non è nemmeno tra quelli dei quali gli indici sono nell'Archivio di Stato di Venezia. Due altri notai Spazzarini, cioè Girolamo (20 giugno 1582-1° ottobre 1591) e Daniele fu Giovanni (25 aprile 1555-4 agosto 1587) rogarono intorno a questo tempo in Padova; ma di Giovanni non trovammo traccia alcuna.

a morte, come sarà certamente accaduto quell' altra volta ch' egli si era indotto a testare.

In questo atto della sua ultima volontà il Moletti elegge tre Commissarii, due dei quali nelle persone di colleghi suoi nello Studio, cioè Antonio Riccoboni umanista e Bernardino Petrella (1) logico, e che erano tra i suoi più intimi: il secondo anzi è ricordato come tale dal primo nella più volte citata orazione funebre (2) e restò depositario del testamento dell' amico; il terzo commissario fu Bonaventura Boschetto, speziale in quella farmacia dell' Angelo, scomparsa od almeno trasformata dalle fondamenta proprio in questi ultimi anni, che era uno dei più graditi convegni dei lettori dello Studio, dove si affiggevano gli annunzi delle dispute pubbliche all' Università, e che noi ricordiamo nella forma che doveva avere anche quando fu frequentata da Galileo (3).

A favore di questi suoi tre Commissarii dispone il Moletti d' un legato per ciascuno, e legati pure egli lascia a favore di Gianvincenzio Pinelli, di Caterino Zen, e dei suoi colleghi medici, i quali molto probabilmente l' avranno assistito nelle sue troppo frequenti malattie, Girolamo Mercuriale e Girolamo Fabricio d' Acquapendente. Disposto di alcuni lasciti a pie istituzioni (la qual cosa, e certamente a motivo delle meno floride sue condizioni economiche, non aveva fatto nel suo primo testamento, e se n' era giustificato) ed al suo padre spirituale, ch' era il curato di S. Lo-

---

(1) BERNARDINO PETRELLA da Borgo San Sepolcro, eletto nel 1563 al secondo luogo di logica e trasferito nel 1567 al secondo di filosofia straordinaria, ebbe nel 1569 il primo luogo di logica che tenne con successivi aumenti straordinarii di stipendio fino alla morte che lo colpì nel 1595 in età di sessantasei anni. Sono rimaste celebri le sue controversie col conte GIACOMO ZABARELLA. Fu sepolto nella chiesa di S. Lorenzo, con una inscrizione riportata dal TOMMASINI (*Urbis Patavinae inscriptiones sacrae et prophanae*, ecc., pag. 215) e dal SALOMONI (*Urbis Patavinae inscriptiones sacrae et prophanae*, ecc., pag. 315).

(2) " Desine, Bernardine Petrella, vir praecellentissime, qui tantam in eius consuetudine consolationem et voluptatem mecum capiebas, conqueri, lamentari, lugere ob malum commune, cui remedium adhibere non possumus (ANTONII RICCOBONI *Orationum* volumen secundum, ecc., car. 46).

(3) *Le Opere* di GALILEO GALILEI. Edizione Nazionale, ecc. Vol. XVIII, pag. 49, 53.

renzo, beneficati anche i suoi servitori, Niccolò Rossi, sul quale torneremo subito, ed Anna da Valdagno, lasciava erede residuario di tutto quanto e sotto qualsiasi forma possedeva il suo unico fratello Giovanni residente in Seminara di Calabria, dove convien credere si fosse ridotto da Messina il ramo non troppo florido della famiglia alla quale il Nostro apparteneva, con alcune disposizioni particolari, sul cui tenore sarebbe affatto fuori di luogo l'insistere qui.

Il Moletti scrive di testare " nella mia casa solita „ che però non era di sua proprietà, ma sulla quale egli aveva un grosso credito; e dove fosse questa casa possiamo anche approssimativamente determinare, mercè la notizia che dal canto suo ce ne fornisce il servo del Moletti, il quale doveva essere una persona di molto superiore alle umilissime sue condizioni, poichè, e lo diciamo subito, il Niccolò Rossi menzionato dal Nostro, come testè vedemmo, nel suo testamento e beneficato di un lascito, altri non è che il Niccolò de' Rossi autore della cronaca di Padova ben nota a tutti gli studiosi di cose padovane, ed autore anche di altre opere, come c' informa, (1), e, date le presenti condizioni dobbiamo contentarcene, il *Katalog der Handschriften der königl. Bibliothek zu Dresden* di Schnorr von Carolsfeld (Leipzig, 1882), a pag. 389 del Vol. I del quale leggiamo: " F. 101. Le nobile " famiglie estinte di Venetia deschrite per me Nicolò di Rossi del " R. m. Anzolo Vicentino l' anno 1580... in Padoa nella contra del " Pozzo di Pento nella casa del Eccellentissimo Signor Giuseppe " Molletti Mathematico nel studio di Padoa. 16 Jahrh. III und 23 " Bll. H E b d. fol. — Vorn cin Kupfertisch: " Il Modello del " Il " Nuovo Ponte di Rialto „ in Venetia fatto l'anno 1592 „. — Auf " dem Titelblatt: " Morì il sopradetto Signor Moletti l' anno 1588 " Adì 25 di Marzo...„ — Bl. II. III. Tavola di tutte le famiglie nobili estinte della città di Venetia, descrite da me Nicolò di Rossi " l' anno M. S. LXXXXVIIj cioè 1598 „.

Abbiamo dunque di quì che la casa abitata dal Moletti era

(1) Di questa notizia andiamo debitori alla squisita gentilezza del Collega Prof. Vittorio Lazzarini, al quale ripetiamo qui i nostri vivissimi ringraziamenti.

nella contrada del Pozzo Dipinto (1), la stessa cioè che per il non mai abbastanza deplorato mal vezzo di cambiare ad ogni momento i nomi delle contrade, subì già nel corso di men d'un ventennio ben due mutamenti, sicchè oggi nè del " Pozzo dipinto „, che io ricordo d'aver veduto coi miei proprii occhi pochi anni or sono sulle pareti di una casa rifatta poi dalle fondamenta, nè dell'antico nome della contrada rimangono traccie altro che nella memoria di alcuni cittadini e negli archivii del Comune.

In questa casa dunque morì il Moletti, come c'informa il Rossi, adì 25 marzo 1588 (2), e questa data ci è confermata dalle dichiarazioni notarili allegate al suo testamento e ripetuta anche con molti altri particolari nella citata Cronaca di Padova dello stesso Niccolò de' Rossi, che va dall'anno 1562 al 1621 e si conserva in copia nel Cod. B. P. 147 del Museo Civico di Padova (3); quivi infatti leggiamo a car. 145: " Morì parimente in

(1) Non sembri superfluo il notare che in questa stessa contrada, della quale per tante e tante ragioni sarebbe stato opportuno di conservare il nome, ebbe sede la famosa tipografia Varisciana.

(2) Per evidente errore di stampa appiedi della orazione funebre recitata dal Riccoboni si legge: " Habita Patavii, in Templo Di. Francisci, VI. Kal. Febr. (*sic*) M.D.LXXXVIII „ (Antonii Riccoboni *Orationum* volumen secundum, ecc. car. 46 *t*). Probabilmente nel calcolare la data nello stile romano si prese il mese precedente in luogo di quello successivo.

(3) Vogliamo cogliere questa occasione per aggiungere qualche particolare intorno a questo Niccolò de' Rossi compilatore di quel lavoro del quale il manoscritto citato si trova nella Biblioteca Reale di Dresda: quand'egli lo stendeva, cioè nel 1580, aveva diciotto anni, perchè in capo alla Cronaca succitata si dice nato li 6 aprile 1562, se pure, come appare più probabile, l'anno al quale far risalire questo lavoro non è il 1598 addotto alla fine della descrizione succitata. Di lui abbiamo trovato che continuò ad abitare nei pressi della casa dov'era morto il suo padrone, poichè nella " Polizza di beni che possedo io Nicc.° di Rossi q.m Anzolo abitante nella contra di S. Biagio sotto il quartiere di Ponte Altinà, presentada per me con mio giuramento il dì... Aprile 1615 „ (Museo Civico di Padova. Polizza di estimo 1615. Città. 2601 fino 2701. Filza dell'Archivio segnata E. 787), polizza che porta il n.° 2645, al paragrafo 6 è detto: " Possiedo una casetta in contrà S. Biagio vicina al Pozzo di Pento, confina da una banda la via comuna, e da una banda li clar.mi S.ri Bembo nobili di Venetia et dall'altra li Heredi di m. Agnolo fornaro, la qual tengo e abito me, mia moglie e figlioli e per quella pago ogni anno di livelo perpetuo lire quaranta alle R.de monache di

quest' anno 1588 l' Ecc.mo S. Iseppo Moletti mio Signore e Patrone, il quale era lettore delle Matematiche in questo Studio in loco di Pietro Catena che morì l' anno della Peste 1576, e passò a miglior vita alli 25 di Marzo la notte seguente fra le sei e sette hore di notte, fu portato il dì 27 detto la sera a 23 hore con honoratissime esequie facendo la strada delle piazze alla Chiesa di S. Francesco nell' andito della Sacrestia „. E qui fu deposta la sua salma coperta da una pietra sulla quale, conforme riferiscono il Tommasini ed il Salomoni (1), stava scritto: “ Iosephus Moletius Mathematicus Celeberrimus ossa hic reliquit An. M. D. LXXXVIII. Aetatis suae LVII „ (2); ma che sparì nei rifacimenti del pavi-

---

S. Stefano di Padova, et lire dieci soldi sei francabili alli Heredi di m. Flamini di ortensi seu da S. Blasio „. Alla fine della polizza aggiunge: “ io poi son vechio di 56 anni, e ho la moglie inferma alletto già più di uno Anno e mi ritrovo in casa quattro figlioli due femmine e due maschi, la maggiore di anni 15 et il più picholo de anni cinque, tutti inutili e senza haiuto da Banda alcuna, et non ho ne Arte ne trafico di niuna parte „.

(1) Ambedue questi scrittori riferiscono che la salma del Moletti fu deposta nel “ Sacellum D. Iustinae „, e tale sarà stato al loro tempo, ma ai giorni nostri questo è ridiventato l'atrio della sacrestia com'era ai tempi nella quale essa vi fu collocata. La inscrizione è riportata dal Tommasini (*Urbis Patavinae Inscriptiones sacrae et prophanae*, ecc. pag. 239) con molti errori riprodotti fedelmente dal Salomoni (*Urbis Patavinae Inscriptiones sacrae et prophanae*, ecc., pag. 346), e con notevoli ed evidenti errori materiali venne anche scolpita: senza notarli ad uno ad uno, nel riprodurla più sotto abbiamo stimato opportuno restituirla quale sarà stata evidentemente dettata dal Riccoboni e dal Petrella.

(2) Così completa col dato dell'età è riportata dal Tommasini (*Illustrium virorum elogia iconibus exornata*, ecc. Patavii, apud Donatum Pasquardum et socios, MDCXXX, pag. 111) e vi sono premesse queste parole: “ In lapide vero humi strato una cum familiae stemmate haec leguntur: „ lo stemma però, in confronto di quello della famiglia Moletti, del quale abbiamo già riportata la descrizione, presenta le seguenti varianti, le quali non sappiamo se proprie del ramo di famiglia al quale appartenne il Nostro, oppure dovute a errori dello scultore, che tanti altri ne commise nel portare sulla pietra l'inscrizione; cioè la sbarra, anzichè da destra a sinistra è inclinata da sinistra a destra, ed in luogo della croce di Malta vi è una lettera maiuscola effe ma con l'asta orizzontale volta a sinistra anzichè a destra. — Le due inscrizioni si leggono anche a pag. 393 del tomo primo della *Bibliotheca Sicula, sive de scriptoribus*

mento: è invece rimasta la inscrizione addossata alla parete di fronte alla porta per la quale si entra dalla chiesa in sacrestia; essa dice:

IOSEPHO MOLETIO MESSANENSI
DOCTRINA PROBITATE AFFABILI
TATE VIRO CLARISS. POST EGREGIAM
OPERAM DATAM VINCENTIO MANTVÆ
PRINCIPI SERENISS. AD MATHEMATICAS
DISCIPLINAS INSTITVENDO IISDEM
PER AN. XII IN GYMNASIO PATAVINO
INTERPRETANDIS: OPER. LVCVBRANDIS
KALENDARIO EX VOLVNTATE GREGORII
XIII. PONT. MAX. ET MANDATO SERENISS.
VEN. REIP. CORRIGENDO ÆTATE ANNORV̄
LVII EXTINCTO PROCVRATORES
HÆREDITATIS AN. MDLXXXVIII.

siculis qui tum vetera tum recentiora saecula illustrarunt notitiae locupletissimae, ecc. Auctore Sac. Theol. Doctore ANTONINO MONGITORE. - Panormi, ex typografia Didaci Bua, MDCCVII.

DOCUMENTI

I.

R.° Archivio di Stato in Venezia. — Senato Terra. Filza n.° 40.

(*Exemplum*). Gl' infrascritti Exc.mi Sig.ri Capi dell' Ill.mo Cons.° di X, havuta fede dalli Cl.mi Sig.ri Riformatori del Studio di Padova, che nell' ephemeride latino di messer Isepo Molati per anni vinti, non vi è cosa alcuna contraria alle leggi, concedono licentia che possa esser stampato in questa nostra città.

Datum die 16 martii 1564.

D. Aless.ro Contarini
D. Hier.° Morosini
D. Lorenzo da Mula } Capi dell' Ill.mo Cons.° di X

Ill.mi Cons. X
Secret. Ricius.

II.

R.° Archivio di Stato in Venezia. — Anzichè dal Registro, che è sempre copia, togliamo questo documento dalla minuta in filza n.° 40 Senato Terra.

1564. 6 maggio nel Senato.

Che sia concesso al fedel nostro Zuan Varisco che altri che lui, o di chi haverà causa da lui non possa stampar over far stampar, o stampato vender in questa città et in cadaun' altra terra et luogo della Sig. N. senza licentia sua il dissegno della città di Milano per lo spatio di anni XV sotto pena di perder tutti li dissegni che se li trovassero, et di pagar ducati dusento per ciascuno da esser divisi per terzo, un terzo all'Accusator, un terzo al magistrato che farà l' essecutione et l' altro terzo all'Arsenal, essendo egli obligato di osservar quanto è disposto in materia di stampe.

Il medesimo sia concesso a Fr.co Sanese per l' Efimeride latino composto da D. Iseppo Molati.

Il medesimo per l' opera intitolata l' essame di D. Andrea Vessalio dell' osservationi anatomiche del q. D. Gabriel Faloppio, et nell' essame

di D. Gabriel Cumeo dell'apologia di Franc.o Puteo per Galeno nell'anatomia, essendo tenuti ad osservar quanto è disposto per le leggi nostre in materia di stampe.

+ 160
— 1
— 1.

III.

R.o Archivio di Stato in Venezia. — Sezione Notarile: Testamenti. Busta 646. Notaio Michieli Francesco. Test.o n.o 441.

1570 Indictione XIII.ma die lunae XV.mo mensis maii.

Rivoalti presentibus infrascriptis juratis et rogatis testibus.

Jo Joseph Moleto medico et mathematico fiol del q.m messer Philippo di Calavria di Semenara, sano per la gratia de Dio della mente ma del corpo amalado in leto in casa dove al presente io habito in contra de S. Thoma, de rason del mag.co messer Piero Longo, volendo ordenar li mei beni, ho fatto chiamar et venir da mi Francesco di Michieli nodaro pubblico di Venetia, lo qual ho pregato ch'el scriva questo mio testamento che contien in sè la mia ultima voluntà da esser compito et roborato doppo la mia morte con le clausulle consuete servati li ordeni et statuti di Venetia, lo qual nodaro ha scritto sì come io li ho ditto zoe. Io mi trovo alcuni pochi danari in mano di Nicolò di Primo gentilhuomo Raguseo della quantità delli qual dinari bisogna che mi fidi della sua partita, mi trovo uno gotto d'argento et sette pironi d'argento, vestimenti per mio uso, fornimenti di stramazzi et de linzoli per do bone camere, et tutto il resto delle massaritie di casa; mi trovo anchora di disisette scudi in mane, oltra tutte queste cose la mia libraria fornita. Et perchè me ritrovo do o tre debituzi, il primo è della massaia il qual comenzò a sei ottobrio prossimo passato et corre a raggion di diece ducati all'anno. Voglio dunque che sia satisfatta infino al di che sarà stata meco, e oltra li sia datto uno ducato di ben servir, se ben merita più, sono povero non posso più. Appresso havea uno patto con Francesco senese libraro alla pace di tradurli un libro, per la qual cosa io havea recevuto non so che danari. però messer Francesco sarà contento di repigliarsi la summa delli suoi dinari parte in libri che me haverà datto, et parte di quelli che li parerano della mia libraria, et quando non volesse contentarsi nè dell'uno nè dell'altro partito, se li diano li danari de quello che si caverano delli miei libri. Mi trovo un debito similmente con messer L.co di Avanzi libraro all'alboro di tre scudi, era per uno Avicena, il libro è intiero, quando se volesse tor indrieto l'Avicena et qualche libro apresso mi farà commodo, se non, se li diano li dinari delli libri che si caverano. Mi trovo uno

scritto con Giordan Zileti libraro alla stella in materia de uno Tolomeo, del quale io ho un Tolomeo de Giacomo gastaldo grande et uno pizolo. Voglio che li siano ritornati li soi libri, et se volesse levar qualche garbuglio, il scritto è chiaro, e le cose sue manifeste, se si chiamasse mio creditore non è vero niente, perchè do volumi de morbo gallico me li ha donati.

Lasso che l'Exc.mo messer Gioan di Franceschi sia mio commissario universale qui a Venetia, et che venda tutti i mobeli di casa et ogni altra cosa fuori che la mia libraria. La libraria poi habbia a dare avviso al Sig. Gioan Vicenzo penelli gentilhuomo Genoese a Padoa, et egli vengi et consulteno le cose della libraria in venderla con quel meglior avantaggio che sia possibile, chel sig.ore Gian Vicenzo et l'Ecc.te Franceschi habbiano libertà, anzi siano sforzati de pigliare uno, do, tre fino alla summa de ducati sei per uno di questa libraria in dono, che tutti questi danari doppo venduto ogni cosa et pagati li debiti vadano in mano del sig.or Gioan Vicenzo penelli ed egli habbia ad inviarli al sig.or Camillo Caravalle il qual sarà terzo commissario in questo caso et il quale se ritrova a Seminara, che il suddetto S.or Camillo sia tenuto dar questi danari pro ratha a mio fratello a suoi figliuoli et nepoti ita che mio fratello non sia benefficiato per la sua parte sola, ma per quella di ciascuno de suoi figliuoli, et se la moglie fosse gravida, talche la gravidanza fosse manifesta, li sia ancho datta la parte per quello che sarà in corpo. Et perchè me ho dismenticato di benefficiar il s.or Camillo, lasso che se li compri una turchese de uno scudo e mezzo e che se li mandi. Apresso lasso che si compri uno breviario de questi novi et fatto ligare con diligentia sia indriciato al sig. Camillo et da lui mandato in Reggio di Calavria all'Abbate Gioan Domenico Moleto mio cuggino, il quale habbia a pregar Dio per mi dicendo l'officio. Il resto de altri beni che io ho et potesse succedere per ogni raggion o statuto vadino a mio fratello e nipoti li quali siano instituiti miei universalissimi heredi d'ogni cosa.

Domandado dal ditto nodaro delli luoghi pii, respose, questi a chi li lasso sono tanto poveri che non li posso nè voglio lassar cosa alcuna, et che la spesa del mio sepelir non passi quattro ducati, che me sia scritto una pietra attachata nel muro con quelle lettere che parerà alli sopradetti messer Giacomo et Sig.or Zuan Vicenzo penelli et sia speso da doi fino tre ducati, et esser messa detta pietra nelli muri di frati o de fuori o de dentro. Preterea etc. Si quis etc. Signum etc. qui haec fieri rogavit.

Io pre Domenigo di Lunardo prete titulato in S. Trovaso facio fede della persona et nome del ditto testator, et testimonio zurato et pregato scrisi.

Io pre Bortolamio Trivisan prete titolado in S. Thomà faccio fede ut supra et testimonio zurado et pregado, scrissi.

A tergo della copertina:

Testamentum D. Josephi Moleto medici et mathematici q.m D. Philippi, de quo rogatus fui ego Franciscus de Michaelibus Venetiarum notarius sub anno ab Incarnatione Domini 1570 indictione XIII.ma die lunae XV. mensis maii Rivoalti.

IV.

R.o Archivio di Stato in Venezia. — Senato I. Filza 71. 1577 Terra da Marzo fino Agosto.

1577. 24 Maij in Rogatis.

Per la morte di D. Pietro Cadena vaca nel Studio nostro di Padoa la lettura delle matematiche et havendosi havuto bona informatione della peritia di D. Ioseffo Moletti in questa professione,

L'anderà parte che 'l predetto Ioseffo Moletti sia condotto a legger nel Studio nostro di Padoa la predetta lettione delle matematiche per anni quattro di fermo et dui di rispetto, i quali di rispetto siano a beneplacito della S. N. et haver debba di stipendio fiorini ducento all'anno.

+ 152
— 2
— 2.

V.

R.o Archivio di Stato in Venezia. — Bolle ed Atti della Curia Romana. Busta n.o X.

Gregorius Papa XIII.s

Dilecte fili nobilis vir salutem et apostolicam benedictionem.

Inter alias pastoralis nostri officii curas hanc vel praecipuam habere debemus, ut divinae laudes, divinaque officia suis queque temporibus celebrentur, quod cum sine Calendarii emendatione fieri non posse videatur, et nos ipsi quam primum hoc perfici ad communem Ecclesiae utilitatem cupiamus, ad Christianos Principes compendium libri de ea re ab Aloysio Lilio Mathematico peritissimo conscripti, et ab iis, qui in Urbe sunt, eius scientiae peritis comprobati mittendum duximus, ut cum eruditis mathematicis communicantes eos hortentur, si quid ipsis addendum, aut detrahendum, aut aliqua ratione corrigendum videatur, vel si quid melius habeant, libere proferre ne recusent, ut primo quoque tempore, quod in animo habemus pro communi totius Reipublicae Christianae utilitate ad omnipotentis Dei gloriam exequi possimus. Illud

igitur ad nobilitatem tuam mittimus. Gratissimum nobis faciet, si in re tam gravi, tamque Reipublicae Christianae necessaria, atque a bonis omnibus optata et expectata peritissimos mathematicos adhibueris, eorumque sententiam exquisieris, ut, vel ipsi, quod quidem facturos speramus, aliquid melius afferant, vel hanc, quam mittimus rationem probent, aut certe si quid deesse intelligent, perficiant. Cupimus enim rem Catholicae Ecclesiae communem Catholicorum quoque Principum ac doctissimorum virorum iuditio comprobari.

Datum Romae apud Sanctum Petrum sub Annulo Piscatoris die XI Januarii MDLXXVIII, Pontificatus nostri anno sexto.

Ant. Buccapadulius.

A tergo:

Dilecto filio nobili viro Sebastiano Veniero Venetorum Duci.

Pure a tergo è questo regesto di mano che può essere del tempo:

11 genn. 78. Scrive il pontefice, mandando un libro fato per regolar il corso dell'anno, perchè sia fato veder, et aggiunto quello che serà giudicato dai periti in tal proposito.

I[ectum] R[ogatis].

VI.

R.º Archivio di Stato in Venezia. — Collegio. Lettere. Filza 59 (1578 da settembre a febbraio).

1578 adì 26 settembre

Alli Rettori de Padoa.

Già alcuni mesi il Rev.do Noncio del Pontefice ne presentò un breve di Sua Santità et insieme un libreto sopra il reformar del Calendario, facendone instantia in conformità del breve, che facessemo veder il suddetto libretto da periti mathematici, quali havessero a dirne sopra l'opinione loro per mandarla poi a Sua Santità a fine che in materia tanto importante potesse fondatamente deliberare. Imperò sapendo Noi che in quella città s'attrova l'Ecc.te Isepo Moleti, qual legge in quel Studio nostro le mathematiche con molta laude sua, ne è parso mandarvi il sopradetto libretto, et commettervi che dobbiate chiamar a voi detto Moleti, et darli il libreto con ordine che ben veduto et considerato, scrivi sopra di esso quanto giudicherà conveniente, et dica appresso l'opinione sua nella detta materia, conferendo il tutto con quell'altri homeni periti de tal scientia, che s'attrovano de lì, et pigliando anco il loro parer, dando poi a voi quanto haverà posto in scrittura, perchè possiate mandarnela insieme co 'l libretto sopradetto.

Lecte universo Collegio.

VII.

R.º Archivio di Stato in Venezia. — Collegio. Lettere. Filza 59 (1578 da settembre a febbraio).

10 novembre 1578.

Alli Rettori di Padoa.

Perchè il Rev. Noncio di Sua Santità residente appresso di noi *a nome di Sua Santità* (1) ci ha fatta nuova instantia di far veder il libretto che già ella ci mandò sopra il reformar del Calendario da periti mathematici accompagnato da un breve della Santità Sua per il qual si movessimo a darvi ordine che faceste veder il sudetto libretto al-l'Ecc.te Iseppo Moletti che legge in quel Studio con molta laude sua et nostra satisfattione le mathematiche, acciochè conferita l'opinione sua con gli altri che fossero di questa professione periti, ci facesse saper quanto giudicasse convenienti, noi perciò vi replicamo le presenti per commettervi come facemo che non pur dobbiate far ogni conveniente instanza che dall'Ecc.te Moletti predetto ne sia fatto saper il senso suo, ma se alcun altro vi sarà come credemo a tal ufficio atto, dobbiate procurar che da lui sia fatto l'istesso con quella maggior diligentia et prestezza che si possa, affine che conforme all'essistimatione che vien fatta di quel Studio nostro per la frequentia de letterati suggetti, havendo la Santità Sua l'opinione di più di uno dei nostri in questo suo proposito, possi restar maggiormente satisfatta.

Mandantibus Serenissimo Principe et Excellentissimis Dominis Sapientibus quibus et lecta fuit.

VIII.

R.º Archivio di Stato in Venezia. — Collegio. Lettere. Filza 59 (1578 da settembre a febbraio)

1578 a 27 novembre in Pregadi

Alli Rettori di Padoa.

Dalle lettere vostre de XIIII del presente ci è piaciuto intender la diligentia, che si usa dall'Ecc.te Moletti Mathematico, con il parer anco dell'Ecc.te Mazzini, et d'altri intelligenti in tal scientia, intorno la riformation dell'anno; et seben siamo certi che non si manchi di

(1) Sottolineato nell'originale.

attender alla perfettione della scrittura che ci scrivete farsi in tal proposito, nondimeno, per la nova instantia che ne ha fatta il Rev. Noncio del Pontefice, habbiamo voluto replicarvi le presenti per dirvi, che quanto più presto ci sarà mandata detta scrittura, tanto ci sarà più caro, per poterla mandar a Sua Santità che grandemente la desidera.

per Collegium.

IX.

R.º Archivio di Stato in Venezia. — Collegio. Lettere. Filza 59 (1578 da settembre a febbraio).

1578 m. v. adì 4 gennaio

Alli Rettori di Padoa.

Per nuova efficace instantia fattane dal Rev. Noncio de Sua Santità la qual come sapete desidera haver di qua i pareri sopra la riformatione dell' anno, convenimo replicarvi queste nostre, non perchè non siamo certi che per voi sia usata ogni diligentia nel solecitar l' Ecc.te Moletti, et altri, li quali credemo medesimamente che siano molto pronti et studiosi in questo negocio, et vedendo qual sia la prestezza che è desiderata da Sua Santità in haver questo consulto, dobbiate far saper in nostro nome a quei Ecc.ti homeni che faccino estremo sforzo per dar fine a questa materia con ogni celerità possibile.

Lectae Collegio die 3 januarii 1578.

X.

R.º Archivio di Stato in Venezia. — Consiglio dei Dieci. Comuni. Reg.º 34, car. 165 *t*.

MDLXXIX Adì XXI ottobre in Zonta.

Per ordine della Signoria nostra, così richiesti dal Sommo Pontefice, l' Ecc.te D. Iseppo Moleti D. che legge nel studio nostro di Padoa le Matematiche, col consiglio et parer anco dell' Ecc.te D. Mattheo Macini D. ha composto un libro con molto studio et diligentia sopra la riforma del calendario, lo quale deve esser mandato a Soa Santità, et accio che questo sia fatto in quel meglior modo che si possa:

L' anderà parte che per li capi di questo Consiglio sia commesso a quel stampador che dalli sopradetti Dottori sarà giudicato atto a questo, che debba stampar il predetto libro con ogni accurata diligentia in bellissimo carrattere, et bonissima carta perchè sarà da noi

satisfatto convenientemente della sua mercede, intimandoli che non ne debba dispensare alcuno, ne per una minima parte di esso libro sotto pena della desgratia d' essi Capi, et debbano li sopradetti doi Dottori assister continuamente alla stampa perchè sia fatta senza errori; et perchè è conveniente usar qualche segno de cortesia verso li sopradetti, come è solita far sempre la Sig. N. verso chi bene et fidelmente la serve, sia preso che per le fattiche de mesi diese fatte in continue calculationi et supputationi dal sopradetto Moleti, et per le spese che doverà far in questa città per assister alla stampa siano donati ducati ducento, et al Dottor Macini per il suo interesse del star de qui per la cura sopradetta et per l' agiuto prestato al detto Moleti siano donati ducati cento.

De parte + 20
De non — 1
Non sinceri — 3.

XI.

R.º Archivio di Stato in Venezia. — Consiglio dei Dieci. Notatorio. Registro 25, car. 177 *t*.

Nos Capita Ill.mi Consilii Decem mandamus vobis magnifico D. Hieronimo Priolo eiusdem Consilii camerario che dar debbiate al fedel Andrea Misani fante dell' officio nostro ducati trecento da lire 6 soldi 4 per ducato da esser dati all' Ecc.te Moleti et Macini iuxta la deliberation de heri del predetto Ill.mo Consiglio con la Zonta.

Datum die 22 octobris 1579.

Felippo Alberto Caput Consilii X.
Vido Moresini Caput Consilii X.
+ + + + + + + + + + [1]

(*Ex margine*)

26 ottobre 1579.

Furono dati all' Ecc.te Moleti ducati 200 presente il cl.mo messer Hieronimo Priuli et il secretario Vico.

30 ditto alla presentia del Cl.mo Moresini furono dati all' Ecc.te Macini ducati cento.

---

(1) Cioè, assente il terzo Capo.

XII.

R.o ARCHIVIO DI STATO IN VENEZIA. — Consiglio dei Dieci. Notatorio. Registro 25, car. 179.

Nos Capita Ill.mi Consilii X mandamus vobis magnifico D. Hieronimo Priolo eiusdem Consilii Camerario, che in essecution della parte del predetto Ill.mo Consiglio di X con la Zonta de 21 del presente dar debbiate al fedel Andrea Misani fante dell' officio nostro ducati cento cinquanta per comprar carta et far stampar il libro della reforma del calendario che si ha da mandar al Sommo Pontefice da esser dati al stampador et altri che facesse bisogno a parte a parte.

Datum 23 octobris [15]79.

Felippo Alberto Caput Consilii X.
Vido Moresini Caput Consilii X.
(*in bianco*).

(*Ex margine*)

26 ottobre 1759.

Furono dati a messer P.o Deuchino stampador a bon conto per comprar carta et stampar cechini cinquanta presente l' Eccellente Moeti, al qual stampador fo promesso per sua mercede scudi doi el sfoglio

4 dicembre.

Al sopradetto Deuchino a bon conto cechini vinti.

28 zener.

al sopradetto per saldo come nel conto che è in filza (1).

XIII.

R.o ARCHIVIO DI STATO IN VENEZIA. — Consiglio dei Dieci. Notatorio. Registro 25. car. 205 *t*.

Nos capita Ill.mi Consilii X vobis magnifico D. Hieronimo de Priolis eiusdem Consilii camerario mandamus quod in execution della parte de ditto Ill.mo Consiglio con la zonta de XXI de ottubrio proximamente passato dar debbiate ad Andrea Misani fante dell' officio nostro ducati

(1) Nella Filza manca questo documento.

cinquanta per finir de satisfar le spese fatte nel stampar, ligar et altro del libro composto dall' Ecc.te Moletti sopra la riforma del calendario qual si deve mandar a Sua Santità.

Datum die 28 januarii 1579 (m. v.).

Pasqual Cicogna Caput X.
Jacomo Emo Caput X.
(*in bianco*).

XIV.

R.o Archivio di Stato in Venezia. — Consiglio dei Dieci. Notatorio. Registro 26, car. 10.

Nos capita Ill.mi Consilii X vobis magnifico D. Aloysio Fuscaro eiusdem Consilii camerario mandamus che dar debbiate al fidel nostro Andrea Misani fante ducati diese per resto delle spese fatte nel stampar il libro del Moletti de corrigendo calendario per deliberation del detto Ill.mo Consiglio de dì 21 del mese de ottobrio proxime passato.

Datum die 28 martii 1580.

Pasqual Cicogna Caput X.
Jacomo Emo Caput X.
(*in bianco*).

XV.

R.o Archivio di Stato in Venezia. — Senato I. Filza 83. Terra. Settembre fino tutto Ottobre 1581.

Serenissimo Principe.

Havendo la Santità di Nostro Signore fatto accomodare essattissimamente il Calendario et Martirologio (1), vuol mandarlo in luce, et desidera che la Serenità Vostra conceda un privilegio, che per dieci

(1) Alla contemporanea pubblicazione del Calendario e del Martirologio si accenna già nella Bolla « Inter gravissimas », con la quale la riforma fu decretata. Alla pubblicazione annunziante la riforma fu data grandissima diffusione: la edizione principe è così intitolata: *Kalendarium Gregorianum perpetuum*. Cum privilegio Summi Pontificis et aliorum Principum. Romae, ex officinâ Dominicae Basae, MDLXXXII; ma dello stesso anno abbiamo una ristampa in Venezia dal titolo: *Kalendarium Gregorianum perpetuum*, ecc. Venetiis, apud Joan. Baptistam Sessam et fratrem, MDLXXXII. Fu nel successivo anno ed anco in seguito più volte ristampata, tradotta in greco ed arabico etc. Notiamo che, oltre a questa della quale si chiedeva il privilegio per il Lilio, altra consimile pubblicazione fu curata in Roma nel 1586 col titolo: *Martyrologium Romanum ad novam Calendarii rationem et ecclesiasticae historiae veritatem restitutum* cum notationibus Caesaris Baronii Sorani.

anni non si possa stampare, nè vendere in questo Serenissimo Dominio, senza licenza di Antonio Lilio Medico, al quale Sua Santità ha dato la cura principale di questa stampa.

A tergo :

Al Serenissimo Principe, etc.

Più sotto :

1581 a' 15 Dicembre

Presentato dal R.do Noncio all' Eccellentissimo Collegio.

XVI.

R.o Archivio di Stato in Venezia. — Senato I. Filza 83. Terra. Settembre fino tutto Ottobre 1581.

1581 a' 23 Decembre in Pregadi.

Che in gratificatione di Sua Santità, havendo così ricercato il Rev.do Noncio Suo presso Noi Residente, sia concesso a D. Antonio Lilio Medico, che non ostante parte alcuna in contrario la quale per questa volta solamente sia et s' intenda sospesa, che niun altro ch' egli o chi havrà causa da lui, possi stampar nel Dominio nostro, overo altrove stampato in esso vender il Calendario et Martirologio per anni dieci prossimi futuri, sotto pena di perder l' opere stampate, et pagar ducati 300, da esser divisi un terzo all' accusator, uno alla Casa nostra dell' Arsenal et l' altro al Magistrato che farà l' esecution, et sia tenuto d' osservar quanto è disposto per le Leggi nostre in materia di stampe.

De sì	145
De non	14
Non sinceri	8.

XVII.

Al molto Magnif. et Eccellente Sig. mio osservand.

il Signor Gio. Antonio Magini.

Pensai già di haverle a quest' hora mandata l' Epistola, per potersene accommodare, ma impedito molto da nuovi affari, che mi son sopragionti, non ho potuto dar compimento a quanto ho desiderato: però V. S. Eccel. perdonerà la dimora: farò bene che V. S. Eccel. l' haverà a tempo, accioche possa valersene; se sarà, come spero, con-

forme al voler suo. Ho pensato ch' ella solo debba essere in lode del suo libro, con dir bene alcune cose del Leovitio e dello Stadio, ma non descendere a particolare alcuno, rimettendomi per quelle dello Stadio a quanto V. Eccel. n' haverà scritto. Del Leovitio basterà solo dire, che son supputate con la via d' Alfonso, la quale non risponde con l' apparenze. Del Mestlino non accaderà secondo me farne mentione nella mia, et basterà che V. S. dichi nella sua, ch' ella non sapeva, quando cominciò a supputare le sue Efemeridi, che dovessero venirne altre fuori, perchè forse non haverebbe persa la fatica. Nè mi pare che i suoi falli siano da mettersi in consideratione, essendo cose di poco momento: et di più per non parere che l' huomo voglia far professione di emendar tutti, o di venir esaminando i falli di tutti, con tutto ciò mi rimetto a lei, da me haverà da pigliar il tutto in buona parte, et con questo fine a V. S. bacio la mano repriego salute.

Da Padova il dì 28 d' Ottobre del 1582.

Di V. S. Eccel.

Servitore Affettionatiss.

Giuseppe Moleto.

XVIII.

R.º Archivio di Stato in Venezia. — Senato I. Filza 90. Terra 1584 da Marzo sin Zugno.

1584. Die p.ma Martii in Pregadi.

Havendo finito il tempo della sua condotta a 8 Giugno prossimamente passato D.º Iseppo Moletti, che legge nello studio nostro di Padova le matematiche, et essendo a proposito ricondurlo,

L' anderà parte ch' el predetto D. Iseppo Moletti sia condotto a legger nel Studio nostro di Padova la predetta lettione di matematica con augumento di fiorini cento di stipendio, sì che con li 200 che ha al presente ne habbia 300 all' anno per anni sei, quattro di fermo et dui di rispetto, et il rispetto sia a beneplacito della S. N., et li debba incominciar la presente condotta al finir della precedente.

\+ 136
— 12
— 2.

XIX.

Biblioteca Ambrosiana. — Cod. S. 98. Sup., car. 184-189.

Exemplum sumptum ex actis D. Joannis Spaziarini (*sic*) Notarij Publici Padue sortiti ad officium sigilli de anno Domini 1588 Ind.e p.a die sabbati 26 mensis Martij de mane. In Camera Mag.ci et Ecc.mi D. Vicarij infra.

Coram Mag.co et Ex.mo Iur. Consul. et Equite D. Petro Franc.o braida nob. Veronen. honoran. Vic.o v. g. Clar.mi Domini Paduae Potestatis Comparuit Dn. Petrus Aroldus tanquam Procurator et agens nomine heredum q. Mag.ci et Ex.mi D. Iosephi Moleti Lectoris publici Mathematicae in Gymnasio Patavino et suae Mag.ae Exc.mae dixit ac exposuit. In nocte proxima praeterita praefactum q. Ex.mum D. Josephum ultimum suum clausisse diem condito prius per eum Testamento eius manu scripto et sigillato quod quidem Testamentum reperiri dixit penes Magn.cum et Ex.mum Philosophiae Doctorem D. Bernardinum Petrellam ei consignatum per prefactum Ex.m D. Josephum dum in hummanis reperiebatur, et ideo instetit fieri exhibitionem dicti Testamenti ad hoc ut ipsius fieri possit relevatio in vin publici et authentici documenti et ut illi adhibeatur fides ac si factum et stipulatum fuisset per Notarium publicum Cum solemnitatibus solitis et consuetis prout sic etiam ipse D. Petrus instetit fieri quod quidem Testamentum illico mihi Not.o fuit per suprascriptum D. Bernardinum tradditum singulo sigillo bulatum et postea per me mandato sup.ti Mag.ci et Ex.mi D. Vicarii apertum et lectum ad eius praesentiam qui Ex.mus D. Vic.s supradicta expositione intellecta, mandavit servatis servandis examinari debere testes super eo producend. per ipsum Comparentem q. s. n. ad hoc... (*sic*) fieri possit ipsius Test.ti sine ced.e Testamentariae relevatio ut supra petitus fuit.... (*sic*) ut supra manu dans fieri Inventarium bonorum dicti q. Ex.mi D.i Joseph sic instare sup.to D. Petro ac Ex.mi D. D. Bernardino Petrella praedicto et Antonio Riccobono necnon D. Bonaventura buscheto Comiss.s Testamentarijs dicti q. Ex.m D. Joseph.

Tenor Test.ti

Considerando Io Gioseppe Moleto Lettor Publico nella Mathematica di questo studio di Padova quanto fragil cosa sia questa nostra vita, et ritrovandomi di molto debole complessione et anchora aggravato di alcun anno, per le quali cose aviene che spesso m' infermo a morte. Perchè adonque potrei in un subito, come è possibile esser soprapreso d' alcuna infermità che mi desse di subita morte che Iddio non voglia o che mi togliesse il poter ordinare le cose mie quantunque sien poche et tali che di esse non si doverebbe far mentione alcuna. Tuttavia perchè non l' havendo io ordinate ne potrebbe nascere per ciò alcun disordine. Per tanto per fuggire ogni inconveniente ho deliberato mentre che son

in termine di poterlo fare ritrovandomi al presente per gratia di nostro Sig.[r] Iddio sano di mente et convenevolmente di corpo, scrivere di mia propria mano il mio Testamento manifestando la mia ultima voluntà et quella determinando. Invocato adunque riverentemente in mio aiuto la santissima Trinità, il Padre, il figliolo et lo Spirito Santo et la Beatissima Vergine Maria madre del nostro Salvatore Giesu xpo, S. Michiel Archangelo et charissimi Apostoli Pietro et Paulo, et tutti i Santi et le Sante de Dio, Dico, dechiaro et dettermino questo doversi intendere et recevere per il mio Testamento e per la mia ultima voluntà, scritto di mia propria mano et sigillato del mio sigillo senza sottoscritione alcuna di Testimonij, il quale voglio che vaglia non altrimente che se fosse fatto con tutte quelle solennità et ordini che far si possa, determinando che non possa da niuno a chi s' aspettarà esser nè riffiutato nè alterato, nè in modo alcuno inteso altrimenti di quello che qui al presente lo scrivo Annullando et facendo invalido con questo ogn' altro mio Testamento o donatione et altra cosa che inanti a questo mio Testamento havesse finalmente fatto fatto (*sic*) volendo che questo solo vaglia et sia di momento et si debba mettere in effetto et esecutione. Primieramente adunque lasso l' anima mia peccatrice in mano di Giesu xpo Salvator nostro che s' è degnato co' l suo preciosissimo sangue trarla di mano al nemico dell' humana generatione, con rengratiare sempre con ogni humiltà sua Divina Clemenza delle tante gratie che per tutto il corso della mia vita oltre niun mio merito s' è degnato di farmi, pregando anchora la Vergine Maria madre di gratie, che si degni haverla in protetione et esserle appresso il suo unico figliuolo redentor nostro advocata con tutti i Cori de gli Angioli insieme et con la Santissima corte celestiale. Del mio corpo poi come cosa vilissima non deverei veramente far mentione alcuna, bastando dire che sia semplicemente ritornato alla terra dove hebbe l'origine sua. Non dimeno per non dar caggione a coloro che curano le cose del mondo di mormorar contra di me, lasso che d' esso i miei Comissarij o esecutori del mio Testamento presente, et i quali qui sotto nominerò dispongano et faccia (*sic*) sepelire in quella Chiesa et a quel miglior modo et più semplice et senza pompa alcuna, et con quella più honesta forma che alla loro molta prudenza parerà con supplicarli per carità non voglia dar occasione all'anima mia di dover di ciò render conto al suo fattore.

Le cose donque ch' io lasso sono primieramente la mia poca libraria con i miei instrumenti mathematici, della quale credo quasi non ho mai fatto indice, la quale o i quali anchora seran venduti come a' miei sig.[ri] Comissarij parerà. Appresso vi sono le massaritie et fornimenti di Casa con le cose che si trovano nelle casse sì come appar per l' inventario di quelle scritto in un mio libro signato Croce dove ancora sono i receveri de i miei di Casa che mi serveno, et di queste ancora faranno li miei sig.[ri] Comissarij come a loro parerà. Oltre a queste cose vi sono i miei vestimenti de' quali non v' è inventario al-

cuno. Di più posso haver da cinquecento ducati di dinari contanti i quali sono sbari (?) dietro alli libri della mia libraria, che a suo tempo saranno da miei Sig.ri Comissarij nel mover la libraria dal suo luogo trovati. Di più mi trovo havere da cento settanta ducati sopra la Casa la quale al presente habito della qual Casa i miei sig.ri esecutori porrano vendere per il mio credito con quelle medesime conditioni ch' io l' ho et farano d' essa quel meglio che alle sig.rie loro parerà. Di tutte queste cose adunque et d' altre che tra tanto che Iddio farà altro di me potessi acquistare et havere m' appartenessero o fossero per pervenire per qual si voglia cagione et in qual modo si voglia havere ne dispongo al modo che segue:

Lasso primieramente all' Illuminate di Padova che habitano appresso S.ta Sofia un ducato per amor de Dio per una volta tanto.

Item lasso a gli Orfani di Padova un ducato per una volta tanto.

Item lasso alla Casa del soccorso di Padova un ducato per una volta tanto.

Item lasso a' Padri Capuccini di Padova, perchè dichino tante messe per l' anima mia due ducati per una volta tanto.

Item lasso a' Padri di S. Francesco di Zoccoli di Padova quel che se suole in tal caso dar d' elemosina, perchè dichino due volte le messe di S. Gregorio per l' anima mia, et ciò per una volta tanto.

Item lasso dui ducati al R.do Don Marcantonio mio Padre spirituale et curato di S. Lorenzo di Padova per una volta tanto, perchè li despensi come li parerà a' poveri della contrada.

Item lasso a Nicolò Rossi mio servitore oltre il suo sallario se da me haverà ad havere a' tempi della mia morte il mio feraiolo di panno con la sua vestina; et oltre il letto, dove egli dorme, cioè un letto con di (*sic*) cavaleti con un pagliariccio, un stramazzo, un cavazzaletto, un paro di lenzoli di due teli l' uno, una schiavina granda et la coltra turchina, et oltre le lasso diece ducati de danari, et il tutto per una volta tanto. Conoscendo in vero esser quel che le lasso poca cosa, ma in ciò mi scusi l' esser io poco commodo di beni di fortuna per non dir povero.

Item lasso ad Anna da Valdagno mia serva oltre il suo sallario, et da me doverà al tempo della mia morte havere cosa alcuna, il letto dove hora dorme, cioè una lettiera de cavaleti, un pagliariccio, un stramacio, un cavazzaletto, un paro di linzoli di due teli l' uno, una schiavina piccola et la grande, et oltre anchora le lasso dieci ducati, et il tutto per una volta tanto, et di più la mia pelizia de basseti fodrata et coperta de ciambeloto. Et caso che al tempo della mia morte non stesse meco nè Nicolò sopradetto nè la predeta Anna, che non s' intenda dover di questi legati haver cosa alcuna. Intorno poi a' servidori che a quel tempo saranno meco, se piacerà a Dio di farmi gratia di morir con lingua, ne disporò conforme a quello che da Dio sarò ispirato.

Item lasso all' Ill.re Sig.r Gio. Vicenzo Pinello la mia perspettiva di Tolomeo scritta a pena et in bergamina in quarto. Anchora la sfera di

Sacrobusto in lingua Porteghesa tradotta da Pietro Mures in foglio et stampata in.... (*sic*) oltre ciò lasso a S. S. la mia Artigliaria di bronzo, che è sopra le mie scancie de libri. Il tutto quantunque sien piciole cose rispetto alla grandezza sua, lasso a sua Sig.ria in segno d'amore.

Item lasso all'Ill.mo Sig.r Catarin Zeno mio amico e Sig.re il mio Teatro del mondo colorito che mi fu lassato dal sig.r Nicolò di primo che sia in gloria.

Item lasso all'Ill.re et Ecc.mo Sig.r Girolamo Mercuriale il mio horologietto da motto perchè S. S. Ecc.ma lo goda per amor mio.

Item lasso che all'Ecc.mo Sig.r Girolamo Aquapendente sia per una volta tanto compro un bichiero d'argento di prezzo di otto scudi.

Item lasso poi Comissarij et essecutori di questo mio Testamento l'Ecc.mo Sig.r Ant.o Riccobono Humanista di questo studio di Padova et l'Ecc.mo Sig.r Bernardino Petrella Logico pure di questo studio di Padova, et il Sig.r Bonaventura Boschetto spiciale all'insegna dell'Angelo, i quali dispongano delle mie cose et facciano di loro conforme a quanto dalla loro conscientia et prudenza le sarà dittato.

Item lasso all'Ecc.mo Sig.r Antonio Riccobono sopradetto il mio cochiaro d'argento che di presente adopero con la sua forcina di tre gambe, et oltre lasso che li sia compro un annello di prezzo di otto scudi perche lo porti in dito per mio amore, et ciò per una volta tanto.

Item lasso all'Ecc.mo Sig.r Bernardino Petrella sopranominato uno de miei Cochiari d'argento con la forcina d'argento che è co 'l mio Cortello che porto adosso et ancora il medesimo cortello con la sua vagina fornita d'argento con la sua Cathenella et di più che se li compri un annello di prezzo di otto scudi che lo porti in deto per mio amore, et il tutto per una volta tanto.

Item lasso al Sig.r Bonaventura Boschetto sopranominato uno de miei cochiari d'argento con una forcina d'argento et oltre che se le compri una tazza d'argento di prezzo di sei scudi, ch'el tutto goda per amor mio et ciò per una volta tanto.

Lasso per residuario et mio herede universale di tutto quello che del mio avanzerà, et di tutto quello insieme che per qual si voglia cosa mi pervenisse et mi s'aspettasse così di beni stabili come mobili per qual si voglia tempo così per il passato che a me non fosse fatto noto come per il futuro il Sig.r Giovanni Moleto mio unico fratello habitante di presente in Seminara di Calabria, et mancando lui i suoi legitimi heredi, il qual mio fratello prego per amor di Dio che voglia far quella parte delle mie cose a nostri parenti che più ci appartengono, che alla sua molta bontà e carità parerà.

A me non soviene d'haver con alcuno debito che mi gravi et che sia di momento, però quando alcuno se ne scoprisse lasso che del mio sia sodisfatto, mentre però appaia io veramente esserne legitimo debitore, et come ho detto non mi raccordo dover ad alcuno dar somma alcuna de danari salvo a Messer Francesco Senese libraro alla Pace in

Venetia al quale lasso che siano dati venti ducati di L. 6, s. 4 per ducato per il debito che ho seco, che fossero più o meno non mi soviene, i quali danari le lasso al detto con conditione che si chiami interamente sodisfatto di me, et sgravi la mia conscienza di tal debito, et perchè tra me et lui non sia scrittura, se per aventura egli la troverà lasso che conforme alla scrittura che era di mia mano sia intieramente sodisfatto come porta il dovere.

Quanto poi a quello che io debbo havere d'alcuni o di danari prestati, o per altra caggione o per mie bolette o livelli, i miei Sig.[ri] Comissarij con quella maggior piacevolezza et solita loro destrezza vedrano di recuperare il tutto et fatta la somma di tutto il mio resterano..... (*sic*) farlo capitare in mano del Sig.[r] mio fratello o suo legitimo Procuratore con quella più sicurezza et miglior modo che si potrà.

Supplico poi caldamente i miei Sig.[ri] Comissarij che per carità et per le viscere del nostro Sig.[r] Giesu Christo voglino recevere il carico di questo mio Testamento con quella fede et amore che è proprio delle Signorie loro il quale a me è notissimo per più esperienze vedute, perchè non potendo io con altro all'obligo grande supplire et sodisfare pregherò di continuo la Divina Maestà et Clemenza del Salvator nostro Giesù Christo per la salute loro per loro prosperità. Supplico anchora tutti quei a' quali verrà questo mio Testamento in notitia che vogliano appo loro scusarmi se non ho nel far i legati usato magior larghezza, essendo il tutto nato per impotenza, et sian certi che quando fosse stato commodo di beni di fortuna non haverei mancato a quanto s'appartiene al debito di ogni Civile humano. Di tutto adonque sia lodata la Santissima Trinità per infinita secula seculorum Amen.

Dato in Padova nella mia Casa solita il dì 9 di settembre de mercole dì dell'anno 1587.

Io Gioseppe Moletto scrissi et sotto scrissi il presente mio Testamento di mia propria mano.

A tergo:

Testamento di Gioseppe Moletto fatto l'anno di nostra salute 1587 adi 9 di settembre in Pad.[a]

sigillum.

Die sabbati 26 mensis Martij in Camera Mag.[ci] et Ex.[mi] D. Vicarij infrascripti.

Coram Mag.[co] et Ex.[mo] D. Vic.[o] V. g. antedicto sedente in eius Camera comparuit D. Petrus Aroldus tanquam Procurator her. q. mag.[ci] et Ex.[mi] D. Ioseph Moleti et sua m. Ex.[mo] dixit nuperime instare ut examinarentur testes pro relevando Testamento sive cedula Testamentaria dicti ac (?) Ex.[mi] D. Ioseph ad hoc ut ipsi adhiberetur fides ac si factum fuisset manu publici et authentici Notarij et ut in instantia ipsa fit mentio, modo

vero instetit per eius mag.tiam ex.mam intel.° prius tenore testium parte sua examinat. et..... (*sic*) Pronuntiari et declarari Testamentum sive cedulam Testamentariam praefactiq. Ex.mi D. Joseph et ut ante intelectam relevand. fore et esse ac relevari debere in vin publici et authentici documenti ad hoc ipsi adhibeatur fides prout si factum fuisset manu publici et authentici Notarii et prout in sua instantia institutum fuit qui Mag.cus et Ex.mus D. Vic.s supradictus omnibus intelectis visa instantia et cedula Testamentaria una cum Testium depositionibus ac consideratis, merito considerandis sequendo formam Juris et statutorum Paduae Xpi nomine invocato Pronuntiavit et declaravit Testamentum praedictum sive cedulam Testamentariam relevand. fore et esse, et sic ipsam relevavit in ritu publici et authentici documenti, et in omnibus et per omnia prout supra..... (*sic*) fuit salvo Iure.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 28 ottobre 1917)

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1917-918 - Tomo LXXVII - Parte seconda.

Sul moto dei proiettili di bombarda

di ANTONIO SIGNORINI

(presentata dal prof. T. Levi-Civita, s. c., nell' adun. del 28 ottobre 1917)

CAP. I. — Preliminari.

§ **1.** — Nessun problema di balistica esterna è stato finora trattato prendendo simultaneamente in esame il moto del baricentro del proiettile e la rotazione di questo attorno al suo baricentro. Anche nelle più recenti ed estese ricerche sulla precessione e nutazione dell' asse del proiettile, gli elementi del moto del baricentro sono tratti dalla consueta schematizzazione del sistema in un punto materiale, aggiungendo anzi costantemente ulteriori ipotesi d' approssimazione.

Credo quindi che potrà presentare qualche interesse la presente nota, che, genericamente, vuol essere un primo, per quanto modesto, contributo a colmare tale lacuna: tanto più — e di qui deriva il suo intento specifico — che si riferisce ad un tipo di proiettile relativamente al cui moto di rotazione non è stata ancora, neppure empiricamente, precisata alcuna legge. La balistica dei proiettili sagittiformi privi di velocità angolare iniziale fu già, è vero, soggetto di qualche studio per parte specialmente del Jansen (1), ma tutte le pubblicazioni in proposito non dànno più di semplici resoconti di esperienze.

Più che d' altro, mi sono occupato di dar ragione del fun-

(1) Jansen: *Langgeschosse vor der Mündung.* (Archiv für die Artillerie - und Ingenieur - Offiziere des deutschen Reichsheeres, 97 (1890) p. 424).

zionamento a percussione dei proiettili di bombarda, assegnando una condizione " di stabilità „ soddisfatta la quale si può esser sicuri che all' istante d' arrivo la grandezza dell' obliquità non è mai tale da compromettere l'azione della spoletta. Raggiunto questo scopo si presentava spontanea l' idea di sviluppare le proprietà del moto del baricentro — ed anche quelle del moto di rotazione del proiettile — più di quanto non fosse puramente sufficiente a raggiungere lo scopo stesso. Ma, data l' imminenza del mio richiamo in servizio militare, ho dovuto, almeno per il momento, rinunziare a questo studio: per la stessa ragione, mi sono deciso a pubblicare i risultati ottenuti in una forma che non è, molto probabilmente, la più semplice di cui sono suscettibili.

§ **2**. — Sembra ormai certo che, in massima, non si può rappresentare l' influenza del mezzo ambiente sul moto di un proiettile con un sistema di forze distribuite — in base ad una qualunque legge elementare — sull' area investita senza discostarsi notevolmente dal fenomeno reale. Onde, nel fissare lo schema dei proiettili di bombarda, ho preferito quello che permetteva, pel calcolo della resistenza dell' aria, di riportarsi senz' altro a risultati sperimentali.

Il proiettile al cui moto direttamente si riferisce la mia ricerca (V. fig. 1), è costituito da una sfera omogenea (o a strati omogenei) rigidamente connessa con un' aletta rettangolare notevolmente arretrata (0).

Dato che i dispositivi d' impennaggio nei proiettili di bombarda hanno sempre peso trascurabile in confronto a quello del proiettile propriamente detto, il centro della sfera e il suo peso sono supposti coincidenti, rispettivamente, col baricentro G dell' intero sistema e col peso P del proiettile reale. Due lati opposti dell' aletta hanno, naturalmente, lunghezza $= 2r$ e sono dimezzati dal diametro passante per S, punto d' attacco della spoletta. Nel lancio, si suppone l' aletta normale al piano di proiezione (ciò che basta affinchè la stessa circostanza si verifichi costantemente

(0) In modo che nel calcolo della resistenza dell' aria sfera ed aletta possono essere indipendentemente considerate.

e la traiettoria del baricentro appartenga tutta quanta, insieme ad ogni posizione dell' asse del proiettile, al piano medesimo).

La sostituzione di questo schema al proiettile reale (V. fig. 2, che rappresenta il tipo di proiettile a cui più strettamente ho inteso riferirmi, cioè quello delle bombarde da 240) ne aumenta la stabilità sulla traiettoria, non tanto pel semplice fatto che anche per valori molto piccoli dell' obliquità il centro di resistenza viene ad esser posteriore al centro di gravità, quanto perchè, una volta che si verifichi sempre questa circostanza, una diminuzione del comune valore I dei momenti d' inerzia rispetto agli assi centrali non coincidenti coll' asse di simmetria del proiettile, agisce in favore della stabilità. Ma non è difficile riportarsi a condizioni che non possano dirsi troppo favorevoli allo scopo della ricerca: basterà assumere come valore di I il suo valore *reale*, invece che quello che proverrebbe dalla schematizzazione adottata, con una qualunque ipotesi sulla distribuzione della massa nell' interno della sfera.

§ **3**. — Nel moto del proiettile considerato l' effetto della resistenza dell' aria si riduce senz' altro (1) ad una forza $\mathbf{r}_s$ applicata in G e direttamente opposta alla velocità $\mathbf{v}$ del baricentro, e ad una forza $\mathbf{r}_a$ applicata nel centro(2) C dell' aletta e costantemente normale ad essa (nel verso indicato dalla fig. 3).

Poichè v nel tiro delle bombarde è sempre notevolmente inferiore a 240 $^m/_s$ e la grandezza $|\alpha|$ dell' obliquità (3), quando si verifichi la preannunciata condizione di stabilità, corrisponde, al più, a qualche grado sessagesimale, ho assunto — in accordo con tutti i risultati sperimentali finora acquisiti in proposito ed anche coi risultati teorici più recenti (4):

---

(1) Cfr. nota (0).

(2) Tener conto del fenomeno d' Avanzini non porterebbe nessuna complicazione sostanziale: ma, dato che la grandezza dell' obliquità nei casi pratici non assume mai valori rilevanti, non è il caso di preoccuparsene.

(3) Salvo contrario avviso, intenderemo sempre che α e tutti gli altri angoli che ci capiterà di considerare siano espressi in parti di raggio.

(4) V. ad es. DUCHEMIN: *Experimentaluntersuchungen über den Widerstand der Flüssigkeiten* [Braunschweig (1844) p. 101]; KIRCHHOFF:

$$(1) \qquad \begin{cases} r_s = k_s \pi r^2 v^2 \\ r_a = k_a 2 r l v^2 \, |\alpha| \end{cases}$$

dove, naturalmente, k_s e k_a sono coefficienti sperimentali, il secondo dei quali potrà anche dipendere dalla forma e grandezza dell' aletta.

Propriamente le (1) sono state confermate sperimentalmente solo nell' ipotesi che il moto della sfera, e, rispettivamente, quello dell' aletta, sia traslatorio, ma [1] nel caso attuale la velocità angolare non assume mai valori tali che si possa anche lontanamente pensare a un effetto che corrisponda all' " effetto - Poisson " o all' " effetto - Magnus " pei proiettili delle artiglierie rigate.

§ **4.** — Il tiro delle bombarde si svolge sempre nel settore superiore, onde (rappresentando, secondo il solito, con φ l' angolo di proiezione) ho costantemente supposto

$$(2) \qquad \frac{\pi}{4} \leq \varphi < \frac{\pi}{2} .$$

Per completare l' esposizione delle ipotesi messe a fondamento della mia ricerca, non mi resta ormai che da indicare come ho precisato, per comodità di calcolo, due circostanze caratteristiche del tiro delle bombarde non ancora specificate:

1°) grandezza della velocità iniziale, v_0, alquanto inferiore a quella della velocità critica corrispondente alla caduta del proiettile secondo la verticale (colla testa all' ingiù);

Zur Theorie freier Flüssigkeitsstrahlen [Journal für reine und angewandte Mathematik, 70 (1869) p. 289]; Lord Rayleigh: *Resistence of fluids* [Philosophical Magazine, (2) 1 (1876) p. 430]; Lord Kelvin: *On the resistence of a fluid to a plane moving uniformely in a direction inclined to it at a small angle* [Philosophical Magazine (5) 38 (1894) p. 409]: Langley: *Experiments in aërodynamics* [Washington (1891) pp. 24 e 62]; Eiffel: *Les expériences sur la résistence de l' air exécutées à la Tour Eiffel* [Le Génie Civil, T. LII (1907-08) p. 262]; Eiffel: *Sur la résistence des plans rectangulaires frappés obliquement par le vent* [Comptes-Rendus hebdomadaires des séances de l' Académie des Sciences, T. CLI (1910) p. 979]; Eiffel: *Sur la résistence des sphères dans l' air en mouvement* [id. id. T. CLV (1912) p. 1597].

[1] Cfr. De Bothezat: *Etude sur la stabilité de l'aéroplane* [Thèse, Paris (1911) p. 35].

2º) ritardazione trasversale sempre notevole (per $|\alpha| = 1$) rispetto all' accelerazione di gravità.

Posto

$$\gamma_1 = \frac{k_i \pi r^2 v_0^2}{P} \qquad \gamma_2 = \frac{k_a 2 r l v_0^2}{P}, \tag{3}$$

ho subordinato la mia ricerca all' ipotesi che sia

$$\gamma_1 < \frac{5}{6} \qquad \gamma_2 > \frac{1}{6}. \tag{4}$$

Queste due diseguaglianze nei casi pratici sono sempre largamente soddisfatte (cfr. § 22).

§ **5**. — Anche colle restrizioni già indicate, lo studio del moto del proiettile in tutto l' intervallo di tempo $(0, \infty)$ presenta difficoltà che non sono riuscito a superare. Per questo non ho seguito il proiettile altro che per l' intervallo di tempo $(0, \tau)$ massimo tra quelli in cui è costantemente $v \leq v_0$; intervallo che include certamente l' istante di caduta. Dal lato pratico questa restrizione risulta inessenziale, perchè ordinariamente la quota del bersaglio [se pure è inferiore a quella della batteria] supera la quota di G all'istante $t = \tau$ (cfr. § 23).

Sia $z(\varphi, \gamma_1)$ la radice positiva (1) dell' equazione

$$z^3 + (5 + 6\gamma_1) z^2 + 11 \cos^2 \varphi \, z - (5 - 6\gamma_1) \cos^2 \varphi = 0 \tag{5}$$

ed α_* la radice positiva dell' equazione

$$f(\gamma_1) + \frac{12 f^2(\gamma_1) \alpha_*}{\cos^4 \varphi} - \gamma_3 \alpha_*^2 = 0 \tag{6}$$

dove

$$\gamma_3 = \frac{k_a r l^2 v_0^4}{I g^2} \left(1 + \frac{2a}{l}\right) \tag{7}$$

e

$$f(\gamma_1) = 1 + 1{,}35 \frac{\gamma_1 + z\left(\frac{\pi}{4}, \gamma_1\right)}{1 - z\left(\frac{\pi}{4}, \gamma_1\right)}. \tag{8}$$

---

(1) Si tenga presente la prima delle (4).

Con queste notazioni il risultato principale della mia ricerca si esprime molto semplicemente:

Se vale la diseguaglianza:

$$\gamma_2 \alpha_* < z^2 (\varphi, \gamma_1) , \tag{S}$$

in tutto l'intervallo di tempo $(0, \tau)$ *è*

$$|\alpha| < \alpha_* .$$

Nel corso dei calcoli la (S) si presenta soltanto quale garanzia della "regolarità" del moto del baricentro, ciò che mette in evidenza come l'esame cumulativo del moto del baricentro e del moto attorno al baricentro non possa considerarsi come un puro lusso analitico: rinunziandovi, si corre il rischio di pervenire, nello studio della rotazione del proiettile, a risultati illusori.

§ 6. — Evidentemente, quando, caeteris paribus, φ vari da $\frac{\pi}{4}$ a $\frac{\pi}{2}$, α_* va costantemente crescendo, mentre z costantemente decresce e per $\varphi = \frac{\pi}{2}$ si riduce a 0. Onde, se la (S) è verificata per $\varphi = \frac{\pi}{4}$, esisterà un valore di φ, $\varphi^* \left(< \frac{\pi}{2} \right)$, tale che la (S) sia o non sia verificata secondochè risulti $\varphi < \varphi^*$ oppure $\varphi \geqq \varphi^*$. Ciò era da aspettarsi, dato che nel tiro secondo la verticale (ascendente) nessun dispositivo può dar luogo allo scoppio a percussione del proiettile.

La ricerca di φ^* coincide colla ricerca del valore di φ pel quale le due equazioni

$$z^3 + (5 + 6\gamma_1) z^2 + 11 \cos^2 \varphi \, z - (5 - 6\gamma_1) \cos^2 \varphi = 0 \tag{5}$$

e

$$f(\gamma_1) + \frac{12 f^2 (\gamma_1)}{\cos^4 \varphi} \frac{z^2}{\gamma_2} - \frac{\gamma_3 z^4}{\gamma_2^2} = 0$$

hanno in comune una radice positiva. Essa sarà facilitata dall'osservazione, implicitamente già fatta, che la (S), se è soddisfatta per un valore di φ, lo è anche per tutti i valori inferiori.

CAP. II. — Equazioni del moto - Prime conseguenze

§ 7. — Sia ω la velocità angolare del proiettile (che risulterà costantemente normale al piano di proiezione): colle notazioni già adottate al Cap. precedente (e indicando con g l'accelerazione di gravità) si possono senz'altro scrivere le equazioni del moto in forma vettoriale:

$$(\mathrm{E})' \qquad \left\{ \begin{aligned} & \frac{\mathrm{P}}{g}\,\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{P} + \mathbf{r}_t + \mathbf{r}_n \\ & \mathrm{I}\;\frac{d\omega}{dt} = \mathrm{GC} \wedge \mathbf{r}_n \;. \end{aligned} \right.$$

Assunto come asse delle x l'orizzonte del pezzo e come asse delle y la verticale ascendente (Cfr. fig. 3) intendiamo che l'obliquità α e l'inclinazione θ della traiettoria (di G) siano computate positivamente nel verso $x \rightarrow y$, a partire rispettivamente dal raggio d'applicazione di $\mathbf{v}$ e dal raggio parallelo e concorde ad x uscente da G.

Proiettando la $(\mathrm{E})'_1$ prima sulla normale principale alla traiettoria e poi sulla tangente, e la $(\mathrm{E})'_2$ sulla normale al piano di proiezione, in conseguenza delle (1), (3), (7) avremo — almeno finchè $\frac{d\theta}{dt}$ $\left(\text{che inizialmente è} = -\frac{g\cos\varphi}{v_0} < 0\right)$ non si annulli —:

$$(\mathrm{E}) \qquad \left\{ \begin{aligned} & \frac{v}{g}\,\frac{d\theta}{dt} = -\cos\theta + \mathrm{D} \\ & \frac{1}{g}\,\frac{dv}{dt} = -\,\mathrm{sen}\,\theta - \left\{ \gamma_1 + \gamma_2\,|\alpha\;\mathrm{sen}\,\alpha| \right\} \frac{v^2}{v_0^2} \\ & \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{v^2 g^2}{v_0^4}\,\gamma_3\,\alpha \end{aligned} \right.$$

ove, per semplicità, abbiamo fin d'ora adottato la notazione

$$\mathrm{D} = \frac{v^2}{v_0^2}\,\gamma_2\,\alpha\cos\alpha$$

(con che D, a meno del fattore P, viene a rappresentare la forza deviatrice, intesa come la componente di $\mathbf{r}_t + \mathbf{r}_n$, cioè di $\mathbf{r}_n$, se-

condo il raggio normale a **v** ed orientato rispetto al raggio d'applicazione di **v** come y è orientato rispetto ad x).

Queste sono le equazioni a cui costantemente ci riferiremo nel seguito, intendendole completate colle condizioni iniziali

$$
\begin{gathered}
v = v_0 \\
\frac{\pi}{4} \leq \theta = \varphi < \frac{\pi}{2} \\
\alpha = 0 \\
\omega = \left| \frac{d\alpha}{dt} + \frac{d\theta}{dt} \right| = 0 \ .
\end{gathered} \tag{2}
$$

§ **8**. — ζ essendo un qualunque numero positivo, poniamo

$$\gamma_2 \alpha_\zeta = \zeta^2 \ .$$

Tenendo presente che per $t = 0$ è $\alpha = 0$, definiamo τ_ζ come il massimo valore di $t \leq \tau$, tale che per

$$t < \tau_\zeta$$

sia sempre

$$|\alpha| < \alpha_\zeta : \tag{9}$$

τ_ζ coinciderà con τ tutte le volte che anche per $t = \tau_\zeta$ risulti $|\alpha| < \alpha_\zeta$.

Nell' ipotesi espressa dalla $(4)_1$, l' equazione di 3° grado

$$z^3 + (5 + 6\gamma_1) z^2 + 11 \cos^2 \varphi \, z - (5 - 6\gamma_1) \cos^2 \varphi = 0 \tag{5}$$

ammette sempre una (ed una sola) radice positiva, $z(\varphi, \gamma_1)$. Dimostreremo in primo luogo che, se è

$$\zeta < z(\varphi \, , \, \gamma_1) \ , \tag{10}$$

per $t \leq \tau_\zeta$ sarà sempre

$$\frac{d\theta}{dt} < 0 \ .$$

Prima di passare alla dimostrazione dell'asserto faremo un'osservazione che metterà in evidenza il criterio in base al quale è stata fissata la $(4)_2$.

Per

$$\frac{\pi}{4} \leq \varphi < \frac{\pi}{2} \tag{2}$$

e

$$(4)_1 \qquad \gamma_1 < \frac{5}{6}$$

la $z(\varphi, \gamma_1)$ decresce costantemente, non solo al crescere di φ, ma anche al crescere di γ_1: onde avremo sempre

$$z(\varphi, \gamma_1) \leq z\left(\frac{\pi}{4}, 0\right),$$

cioè, risultando dalla (5)

$$0{,}34 < z\left(\frac{\pi}{4}, 0\right) < 0{,}35 ,$$

$$(11) \qquad z(\varphi, \gamma_1) < 0{,}35 .$$

Quando valga la (10), sarà dunque

$$(12) \qquad \alpha_\zeta < \frac{\overline{0{,}35}^2}{\gamma_2} < 0{,}74 < \frac{\pi}{4}$$

e, in tutto $(0, \tau_\zeta)$, avremo

$$(13) \qquad \frac{\partial D}{\partial \alpha} = \frac{v^2}{v_0^2} \gamma_2 \cos\alpha \{ 1 - \alpha \operatorname{tg} \alpha \} > 0 .$$

§ **9.** — Evidentemente, per qualunque valore di φ

$$z(\varphi, \gamma_1) < \cos\varphi$$

anzi

$$z(\varphi, \gamma_1) < \cos\varphi \sqrt{\frac{6 - 5\gamma_1}{6 + 5\gamma_1}} :$$

quindi, per $t = 0$, appena sussista la (10) sarà certamente

$$(14) \qquad \cos\theta > \zeta .$$

Questa diseguaglianza, come ora vedremo, non può cessare di sussistere finchè $t \leq \tau_\zeta$: ciò che include il nostro asserto perchè, combinando le (9) e (14) colla $(E)_1$, si trova subito

$$\left| v \frac{d\theta}{dt} \right| > g \cos\theta \{ 1 - \zeta \}$$

$\left(\text{e, d' altra parte, per } t = 0 \text{ è } \frac{d\theta}{dt} < 0\right)$.

Dalle $(E)_1$ ed $(E)_2$ si deduce (poichè, per la (12), $|\alpha \operatorname{sen} \alpha| = \alpha \operatorname{sen} \alpha$)

$$(15) \qquad \frac{1}{v}\frac{d(v\cos\theta)}{d\theta} = \frac{v^2}{v_0^2}\frac{\gamma_1 + \dfrac{\gamma_2\,\alpha \operatorname{sen}(\alpha+\theta)}{\cos\theta}}{1 - \dfrac{v^2}{v_0^2}\dfrac{\gamma_2\,\alpha\cos\alpha}{\cos\theta}},$$

ed anche, finchè valgano contemporaneamente le (9) e (14),

$$\frac{1}{v}\frac{d(v\cos\theta)}{d\theta} < \frac{v^2}{v_0^2}\frac{\gamma_1+\zeta}{1-\zeta},$$

e successivamente

$$-\frac{d}{d\theta}\left(\frac{1}{v^2\cos^2\theta}\right) < \frac{2}{v_0^2}\frac{\gamma_1+\zeta}{1-\zeta}\frac{1}{\cos^3\theta}$$

$$(16) \qquad \frac{1}{v^2\cos^2\theta} - \frac{1}{v_0^2\cos^2\varphi} < \frac{1}{v_0^2}\frac{\gamma_1+\zeta}{1-\zeta}\,2\int_\theta^\varphi \frac{d\theta}{\cos^3\theta}$$

e infine

$$\frac{1}{v^2} < \frac{1}{v_0^2}\left\{\frac{\cos^2\theta}{\cos^2\varphi} + \frac{\gamma_1+\zeta}{1-\zeta}\left[\frac{\cos^2\theta}{\cos^2\varphi}\,\Xi_2(\varphi) - \Xi_2(\theta)\right]\right\}$$

ove, in relazione ad una notazione consueta in balistica, si è posto $\left(\text{essendo per noi, } |\theta| < \dfrac{\pi}{2}\right)$

$$\Xi_2(\theta) = 2\cos^2\theta\int_0^\theta \frac{d\theta}{\cos^3\theta} = \operatorname{sen}\theta + \cos^2\theta \log_e \operatorname{tg}\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\pi}{4}\right).$$

Qualunque sia θ è (1)

$$|\Xi_2| < \frac{6}{5}.$$

---

(1) Essendo $\left(\text{per } |\theta| < \dfrac{\pi}{2}\right)$

$$\frac{d\Xi_2}{d\theta} = 2\cos\theta\left\{1 - \operatorname{sen}\theta\log_e \operatorname{tg}\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right\},$$

se per un certo valore di θ è

$$\frac{d\Xi_2}{d\theta} = 0,$$

Se dunque per $t \leq \tau_\zeta$ si avesse

$$\zeta = \cos\theta$$

dovrebbe aversi anche

$$\frac{1}{v^2} < \frac{1}{v_0^2} \left\{ \frac{\zeta^2}{\cos^2\varphi} + \frac{6}{5}\frac{\gamma_1+\zeta}{1-\zeta}\left[\frac{\zeta^2}{\cos^2\varphi}+1\right]\right\}$$

ciò che, essendo

$$v \leq v_0 \,,$$

porterebbe alla conclusione

$$1 < \frac{\zeta^2}{\cos^2\varphi} + \frac{6}{5}\frac{\gamma_1+\zeta}{1-\zeta}\left[\frac{\zeta^2}{\cos^2\varphi}+1\right]$$

ovvero

$$\zeta^3 + (5+6\gamma_1)\zeta^2 + 11\cos^2\varphi\,\zeta - (5-6\gamma_1)\cos^2\varphi > 0$$

e questo contraddice alla (10).

§ **10**. — La funzione di θ e φ

$$H_2(\theta,\ \varphi) = 2\cos^2\theta\cos^2\varphi\int_\theta^\varphi \frac{d\theta}{\cos^3\theta}$$

soddisfa costantemente alla diseguaglianza (1)

---

avremo contemporaneamente

$$(\alpha) \qquad \Xi_2 = \operatorname{sen}\theta + \frac{\cos^2\theta}{\operatorname{sen}\theta} = \frac{1}{\operatorname{sen}\theta}\,.$$

Col calcolo numerico si trova che la radice dell'equazione in ϑ

$$1 = \operatorname{sen}\vartheta \log.\operatorname{tg}\left(\frac{\vartheta}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$$

compresa tra 0 e $\frac{\pi}{2}$, è interna all'intervallo (56° 27', 56° 28'). Se ne ricava, in base alla (α), che il massimo valore di Ξ_2 è compreso tra 1,19 e 1,20: risultato che include la diseguaglianza del testo.

(1) È subito visto che per la dimostrazione dell'asserto basterà prendere in esame il caso che sia $\theta = -\vartheta < 0$ con $\vartheta < \frac{\pi}{2}$.

Avendosi allora

$$H_2(\theta,\ \varphi) = \cos^2\varphi\left\{2\cos^2\varphi\int_0^\varphi \frac{d\theta}{\cos^3\theta} + \operatorname{sen}\vartheta + \cos^2\vartheta\log.\operatorname{tg}\left(\frac{\vartheta}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right\}$$

$$|H_2(\theta, \varphi)| < \Xi_2(\varphi) + 0.392 \cos^2 \varphi < 1,35 \ .$$

Da ciò deriva che, posto

$$(8) \qquad f(\gamma_1) = 1 + 1,35 \frac{\gamma_1 + z\left(\frac{\pi}{4}, \gamma_1\right)}{1 - z\left(\frac{\pi}{4}, \gamma_1\right)},$$

ad ogni istante di $(0, \tau_2)$, subordinatamente alla validità della (10), sarà

$$(17) \qquad v > \frac{v_0 \cos \varphi}{\sqrt{f(\gamma_1)}} \ .$$

---

e

$$\frac{\partial H_2(\theta, \varphi)}{\partial \theta} = -2 \cos^2 \varphi \cos \vartheta \left\{ 1 - \operatorname{sen} \vartheta \log_e \operatorname{tg}\left(\frac{\vartheta}{2} + \frac{\pi}{4}\right) - 2 \operatorname{sen} \vartheta \int_0^{\varphi} \frac{d\theta}{\cos^3 \theta} \right\},$$

ove sia

$$\frac{\partial}{\partial \theta} H_2(\theta, \varphi) = 0 \ ,$$

cioè

$$1 - \operatorname{sen} \vartheta \log_e \operatorname{tg}\left(\frac{\vartheta}{2} + \frac{\pi}{4}\right) - 2 \operatorname{sen} \vartheta \int_0^{\varphi} \frac{d\theta}{\cos^3 \theta} = 0 \ , \qquad (\alpha)$$

sarà pure

$$H_2(\theta, \varphi) = \frac{\cos^2 \varphi}{\operatorname{sen} \theta} = \Xi_2(\varphi) + \cos^2 \varphi \log_e \operatorname{tg}\left(\frac{\vartheta}{2} + \frac{\pi}{4}\right) . \qquad (\beta)$$

Per la (2) è

$$2 \int_0^{\varphi} \frac{d\theta}{\cos^3 \theta} \geq 2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{d\theta}{\cos^3 \theta} > 2,2955 .$$

onde un limite superiore del valore di ϑ che soddisfa alla (α) potrà sempre trarsi dall'eguaglianza

$$1 - \operatorname{sen} \vartheta \log_e \operatorname{tg}\left(\frac{\vartheta}{2} + \frac{\pi}{4}\right) - 2,2955 \operatorname{sen} \vartheta = 0 \ .$$

La radice di quest'equazione $\left(\text{compresa tra } 0 \text{ e } \frac{\pi}{2}\right)$ risulta interna all'intervallo (21° 51', 21° 52'), onde, in base alla (β), avremo, per ogni valore di ϑ:

$$H_2(\theta, \varphi) < \Xi_2(\varphi) + \cos^2 \varphi \log_e \operatorname{tg}(55°56') < \Xi_2(\varphi) + 0.392 \cos^2 \varphi \ .$$

Analogo procedimento serve a provare che

$$\Xi_2(\varphi) + 0.392 \cos^2 \varphi < 1,35 \ .$$

Invero, dalla (16) segue

$$\frac{1}{r^2} < \frac{1}{v_0^2 \cos^2 \varphi} \left\{ \cos^2 \theta + \frac{\gamma_1 + z(\varphi, \gamma_1)}{1 - z(\varphi, \gamma_1)} H_2(\theta, \varphi) \right\} <$$

$$< \frac{1}{v_0^2 \cos^2 \varphi} \left\{ 1 + 1{,}35 \frac{\gamma_1 + z\left(\frac{\pi}{4}, \gamma_1\right)}{1 - z\left(\frac{\pi}{4}, \gamma_1\right)} \right\} .$$

Pel seguito, sarà utile mettere in evidenza che quando γ_1 varia da 0 a $\frac{5}{6}$, $f(\gamma_1)$ va costantemente crescendo (1).

Dalla (5), per $\varphi = \frac{\pi}{4}$, segue

$$\frac{\partial z}{\partial \gamma_1} = - \frac{3 + 6z^2}{5{,}5 + 2z(5 + 6\gamma_1) + 3z^2}$$

onde risulta

$$\frac{df(\gamma_1)}{d\gamma_1} = 1{,}35 \frac{1 - z + (1 + \gamma_1)\frac{\partial z}{\partial \gamma_1}}{(1 - z)^2} =$$

$$= 1{,}35 \frac{5{,}5 - 3(1 + \gamma_1) + z\left\{4{,}5 - 13z - 8z^2 + 12\gamma_1\left(1 - \frac{3}{2}z\right)\right\}}{(1 - z)^2} .$$

Di qui e dalla (11) facilmente si ottiene — prendendo, ad es., separatamente in esame le due eventualità $0 < \gamma_1 \leq \frac{1}{2}$, $\frac{1}{2} < \gamma_1 < \frac{5}{6}$ —

$$\frac{df}{d\gamma_1} > 0 \qquad \textit{c. d. d.}$$

(1) La stessa circostanza si verifica, più generalmente, per la funzione $\frac{\gamma_1 + z(\varphi, \gamma_1)}{1 - z(\varphi, \gamma_1)}$.

CAP. III. — La diseguaglianza fondamentale.

§ **11**. — Dalle $(E)_1$ ed $(E)_2$ facilmente si ricava

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g^2 \operatorname{sen} 2\theta}{v^2} - \frac{g^2 \cos\theta \left\{ \gamma_1 + \gamma_2 \alpha \operatorname{sen} \alpha \right\}}{v_0^2} -$$

$$- \frac{g^2 v^2}{v_0^4} \gamma_2 \alpha \cos \alpha \left\{ \gamma_1 + \gamma_2 \alpha \operatorname{sen} \alpha \right\} + \frac{g}{v} \frac{\partial D}{\partial \alpha} \frac{d\alpha}{dt} .$$

Introducendo questa espressione di $\frac{d^2\theta}{dt^2}$ nella $(E)_3$, moltiplicando l' equazione così trasformata per $\frac{d\alpha}{dt}$ ed integrando da 0 a t, si ottiene

$$\frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 - \frac{g^2 \cos^2 \varphi}{v_0^2} \right\} = \frac{g^2}{v_0^2} \int_0^t \cos\theta \left\{ \gamma_1 + \gamma_2 \alpha \operatorname{sen} \alpha \right\} \frac{d\alpha}{dt} dt +$$

$$(18) \qquad + \frac{g^2}{v_0^4} \gamma_2 \int_0^t v^2 \alpha \cos\alpha \left\{ \gamma_1 + \gamma_2 \alpha \operatorname{sen} \alpha \right\} \frac{d\alpha}{dt} dt +$$

$$+ g^2 \int_0^t \frac{\operatorname{sen} 2\theta}{v^2} \frac{d\alpha}{dt} dt - g \int_0^t \frac{1}{v} \frac{\partial D}{\partial \alpha} \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 dt - \frac{g^2}{v_0^4} \gamma_3 \int_0^t v^2 \alpha \frac{d\alpha}{dt} dt .$$

Se

$$(10) \qquad \zeta < z(\varphi, \gamma_1) ,$$

ad ogni istante di $(0, \tau_\zeta)$ è

$$(13) \qquad \frac{\partial D}{\partial \alpha} > 0 ,$$

onde, per

$$0 < t \leq \tau_\zeta ,$$

l' integrale

$$\int_0^t \frac{1}{v} \frac{\partial D}{\partial \alpha} \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 dt$$

risulta necessariamente positivo e dall' eguaglianza ora scritta segue

$$
\begin{aligned}
\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 < \frac{g^2\cos^2\varphi}{v_0^2} + \frac{2g^2}{v_0^2}\int_0^t \cos\theta \left\{ \gamma_1 + \gamma_2\,\alpha \,\mathrm{sen}\,\alpha \right\} \frac{d\alpha}{dt}\,dt + \\
(19) \qquad + \frac{2g^2}{v_0^4}\gamma_2 \int_0^t v^2\,\alpha\cos\alpha \left\{\gamma_1 + \gamma_2\,\alpha\,\mathrm{sen}\,\alpha\right\}\frac{d\alpha}{dt}\,dt + \\
+ 2g^2\int_0^t \frac{\mathrm{sen}\,2\theta}{v^2}\frac{d\alpha}{dt}\,dt - \frac{2g^2}{v_0^4}\gamma_2\int_0^t v^2\,\alpha\,\frac{d\alpha}{dt}\,dt \;.
\end{aligned}
$$

§ **12**. — Sempre supponendo $t \leqq \tau_\zeta$ e $\zeta < z(\varphi, \gamma_1)$, ci proponiamo ora di trasformare il secondo membro della diseguaglianza (19) in una funzione di α, α_ζ, v (dipendente, naturalmente, dai dati del problema: v_0, φ, etc).

Per brevità adotteremo le seguenti notazioni:

$$
\begin{cases}
I_1(\alpha) = \int_0^\alpha \left\{\gamma_1 + \gamma_2\,\alpha\,\mathrm{sen}\,\alpha\right\} d\alpha \\
I_2(\alpha) = \gamma_2 \int_0^\alpha \alpha\cos\alpha\left\{\gamma_1 + \gamma_2\,\alpha\,\mathrm{sen}\,\alpha\right\} d\alpha \;.
\end{cases}
$$

Pel seguito ci sarà utile tener presente che, almeno entro i limiti imposti dalle nostre ipotesi ad α, la grandezza di ognuna delle due funzioni ora definite cresce costantemente con $|\alpha|$, che la seconda (per $\alpha \neq 0$) risulta sempre positiva, e infine, che dall'essere in tutto $(0, \tau_\zeta)$ $|\alpha| < \alpha_\zeta$, segue

$$
|I_1(\alpha)| < \alpha_\zeta \left\{ \gamma_1 + z^2(\varphi, \gamma_1)\,\alpha_\zeta \right\} < \alpha_\zeta \left\{ \frac{5}{6} + z^2\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)\frac{\pi}{4} \right\} < \alpha_\zeta
$$

$$
|I_2(\alpha)| < z^2(\varphi, \gamma_1)\,\alpha_\zeta \left\{ \gamma_1 + z^2(\varphi, \gamma_1)\,\alpha_\zeta \right\} < \cos^2\varphi\;\alpha_\zeta \;.
$$

Evidentemente è

$$
\int_0^t \cos\theta \left\{\gamma_1 + \gamma_2\,\alpha\,\mathrm{sen}\,\alpha\right\}\frac{d\alpha}{dt}\,dt = \cos\theta\, I_1(\alpha) + \int_0^t \mathrm{sen}\,\theta\,\frac{d\theta}{dt}\, I_1(\alpha)\,dt :
$$

ne segue

$$
\begin{aligned}
\int_0^t \cos\theta\left\{\gamma_1 + \gamma_2\,\alpha\,\mathrm{sen}\,\alpha\right\}\frac{d\alpha}{dt}\,dt < \cos\theta\, I_1(\alpha) + \\
(20) \qquad + I_1(\alpha_\zeta)\left\{2 - \cos\theta - \cos\varphi\right\} < 2\, I_1(\alpha_\zeta) < 2\,\alpha_\zeta \;.
\end{aligned}
$$

§ **13**. — Per procedere oltre nella preannunziata trasformazione dei singoli termini della (19), ci sarà comodo restringere pel momento, almeno in apparenza, l'intervallo $(0, \tau_\xi)$, riferendosi d'ora innanzi all'intervallo $(0, \tau'_\xi)$ che, oltre alle condizioni imposte a $(0, \tau_\xi)$, soddisfa anche all'altra che, per $t < \tau'_\xi$, $\frac{dv}{dt}$ non cambia di segno più di una volta: τ'_ξ coinciderà con τ_ξ tutte le volte che per $t = \tau_\xi$ non sia contemporaneamente

$$\frac{dv}{dt} = 0 \qquad \frac{d^2 v}{dt^2} \leq 0 \ . \tag{21}$$

Poichè per $\theta > 0$, in base alla $(E)_2$, è sempre $\frac{dv}{dt} < 0$, in $(0, \tau'_\xi)$ risulteranno possibili due sole ipotesi sul modo di variare di v:

i_1) la grandezza della velocità va costantemente decrescendo;

i_2) la grandezza della velocità va decrescendo dall'istante iniziale fino ad un certo istante $t_m < \tau'_\xi$ e poi va costantemente crescendo.

Rappresentiamo con v_m il minimo valore assunto da v in τ'_ξ — cioè, nell'ipotesi i_2), il valore di v per $t = t_m$ — e fin d'ora rileviamo che certamente sarà (Cfr. la (17))

$$v_m > \frac{v_0 \cos\varphi}{\sqrt{f(\gamma_1)}} \ . \tag{22}$$

Avremo, nell'ipotesi i_1)

$$\begin{aligned} 2\int_0^t v^2 \alpha \frac{d\alpha}{dt}\, dt &= v^2 \alpha^2 - \\ &- \int_0^t \alpha^2 \frac{dv^2}{dt}\, dt > v^2\alpha^2 > v_m^2 \alpha_\xi^2 - v^2 \left(\alpha_\xi^2 - \alpha^2\right) \ . \end{aligned} \tag{23$_1$}$$

La stessa conclusione vale anche nell'ipotesi i_2), perchè allora, ove sia $t > t_m$, sarà pure

$$(23)_2 \qquad 2\int_0^t v^2 \alpha \frac{d\alpha}{dt}\, dt = v^2\alpha^2 - \int_0^{t_m} \alpha^2 \frac{dv^2}{dt}\, dt - \int_{t_m}^t \alpha^2 \frac{dv^2}{dt}\, dt >$$

$$> v^2\alpha^2 - \int_{t_m}^t \alpha^2 \frac{dv^2}{dt}\, dt > v^2\alpha^2 - \alpha_\zeta^2 (v^2 - v_m^2) = v_m^2 \alpha_\zeta^2 - v^2 \left(\alpha_\zeta^2 - \alpha^2\right).$$

Analogamente, sia nell' ipotesi i_1) che nella i_2), si trova

$$(24) \qquad \gamma_2 \int_0^t \alpha \cos\alpha \left\{ \gamma_1 + \gamma_2 \alpha \operatorname{sen}\alpha \right\} v^2 \frac{d\alpha}{dt}\, dt = v^2\, \mathrm{I}_2(\alpha) -$$

$$- \int_0^t \mathrm{I}_2(\alpha) \frac{dv^2}{dt}\, dt < 2 \cos^2\varphi\, \alpha_\zeta\, v_0^2 \;.$$

Osserveremo infine che

$$\int_0^t \frac{\operatorname{sen} 2\theta}{v^2} \frac{d\alpha}{dt}\, dt = \frac{\operatorname{sen} 2\theta}{v^2}\, \alpha - \int_0^t \frac{\cos 2\theta}{v^2}\, 2\, \frac{d\theta}{dt}\, \alpha\, dt -$$

$$- g^2 \int_0^t \operatorname{sen} 2\theta\, \alpha \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{v^2}\right) dt \;.$$

In base a ciò, nell' ipotesi i_1) si ottiene

$$\int_0^t \frac{\operatorname{sen} 2\theta}{v^2} \frac{d\alpha}{dt}\, dt < \frac{|\operatorname{sen} 2\theta|\, \alpha_\zeta}{v^2} + \frac{\alpha_\zeta}{v_m^2} \left\{ 4 - \operatorname{sen} 2\varphi - |\operatorname{sen} 2\theta| \right\} +$$

$$+ \alpha_\zeta \left\{ \frac{1}{v^2} - \frac{1}{v_0^2} \right\} < \frac{\alpha_\zeta}{v_m^2} \left\{ 5 - \operatorname{sen} 2\varphi \right\} - \frac{\alpha_\zeta}{v_0^2}$$

e nell' ipotesi i_2)

$$\int_0^t \frac{\operatorname{sen} 2\theta}{v^2} \frac{d\alpha}{dt}\, dt < \frac{|\operatorname{sen} 2\theta|\, \alpha_\zeta}{v^2} + \frac{\alpha_\zeta}{v_m^2} \left\{ 4 - \operatorname{sen} 2\varphi - |\operatorname{sen} 2\theta| \right\} +$$

$$+ \alpha_\zeta \left\{ \frac{1}{v_m^2} - \frac{1}{v_0^2} \right\} + \alpha_\zeta \left\{ \frac{1}{v_m^2} - \frac{1}{v^2} \right\} < \frac{\alpha_\zeta}{v_m^2} \left\{ 6 - \operatorname{sen} 2\varphi \right\} - \frac{2\,\alpha_\zeta}{v_0^2} \;.$$

Sarà dunque in ogni caso

$$(25) \qquad \int_0^t \frac{\operatorname{sen} 2\theta}{r^2} \frac{d\alpha}{dt}\, dt < \frac{6\,\alpha_\zeta}{r_m^2} - \frac{\alpha_\zeta}{r_0^2} \left\{ 2 + \operatorname{sen} 2\varphi \right\} .$$

§ **14**. — Dalle (20), (23), (24), (25) e (22) segue la cercata trasformazione della (19):

$$\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 < \frac{g^2}{r_0^2} \left\{ \cos^2\varphi + 2\,\alpha_\zeta \left[\frac{6\, f(\gamma_1)}{\cos^2\varphi} - \operatorname{sen} 2\varphi + 2\cos^2\varphi \right] - \right.$$
$$\left. - \frac{\cos^2\varphi}{f(\gamma_1)}\, \gamma_2\, \alpha_\zeta^2 \right\} + \frac{r^2 g^2}{r_0^4}\, \gamma_2 \left\{ \alpha_\zeta^2 - \alpha^2 \right\} .$$

Più semplicemente, tenuto conto che per

$$(2) \qquad \frac{\pi}{4} \leq \varphi < \frac{\pi}{2}$$

è sempre

$$\operatorname{sen} 2\varphi \geqq 2\cos^2\varphi \ .$$

scriveremo

$$(\mathrm{D}) \qquad \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 < \frac{g^2\cos^2\varphi}{f(\gamma_1)\, r_0^2} \left\{ f(\gamma_1) + \frac{12\, f^2(\gamma_1)\,\alpha_\zeta}{\cos^4\varphi} - \gamma_2\,\alpha_\zeta^2 \right\} +$$
$$+ \frac{r^2 g^2}{r_0^4}\, \gamma_2 \left\{ \alpha_\zeta^2 - \alpha^2 \right\} .$$

Sarà bene ricordare che la (D) si presenta come conseguenza delle due ipotesi

$$0 < t \leq \tau'_\zeta$$

e

$$(10) \qquad \zeta < \zeta(\varphi, \gamma_1) \ .$$

CAP. IV. - L'equazione di stabilità - Conclusioni

§ **15**. — Detta α_* la radice positiva dell'equazione

$$(6) \qquad f(\gamma_1) + \frac{12\, f^2(\gamma_1)\,\alpha_*}{\cos^4\varphi} - \gamma_2\,\alpha_*^2 = 0\, ,$$

supponiamo

$$(\mathrm{S}) \qquad \gamma_2\,\alpha_* < \zeta^2(\varphi, \gamma_1)\ .$$

Siano τ_* e τ_*' valori di τ_ζ e τ_ζ' corrispondenti a

$$\zeta = \zeta_* = \sqrt{\gamma_2 \alpha_*} < z(\varphi, \gamma_1) .$$

Dimostreremo che per $t = \tau_*'$ le (21) non possono sussistere contemporaneamente, ciò che darà come conseguenza immediata

$$\tau_*' = \tau_* . \tag{26}$$

Per le $(E)_1$ ed $(E)_2$, se all' istante t è

$$\frac{dv}{dt} = 0 ,$$

allo stesso istante è pure

$$\frac{1}{g^2}\frac{d^2v}{dt^2} = \frac{1}{v}\cos\theta \left\{ \cos\theta - \frac{v^2}{v_0^2}\gamma_2 \alpha \cos\alpha \right\} -$$
$$- \frac{\gamma_2}{g}\left\{ \operatorname{sen}\alpha + \alpha\cos\alpha \right\}\frac{d\alpha}{dt}\frac{v^2}{v_0^2} ,$$

onde, per arrivare allo scopo basterà che proviamo che, per $t = \tau_*'$, se è

$$\frac{dv}{dt} = 0 ,$$

cioè

$$- \operatorname{sen}\theta = \left\{ \gamma_1 + \gamma_2 \alpha \operatorname{sen}\alpha \right\}\frac{v^2}{v_0^2} , \tag{27}$$

è anche

$$\frac{1}{v}\cos\theta\left\{ \cos\theta - \gamma_2\alpha\cos\alpha\frac{v^2}{v_0^2} \right\} - \frac{\gamma_2}{g}\left\{ \operatorname{sen}\alpha + \alpha\cos\alpha \right\}\frac{d\alpha}{dt}\frac{v^2}{v_0^2} > 0 .$$

In base alla (D) potremo sostituire questa diseguaglianza coll' altra

$$\cos\theta\left\{ \cos\theta - \gamma_2\alpha\cos\alpha \right\} - 2\gamma_2\gamma_3^{\frac{1}{2}}|\alpha|\sqrt{\alpha_*^2 - \alpha^2}\frac{v^4}{v_0^4} > 0 ,$$

e infine, agendo in senso sempre più sfavorevole allo scopo da raggiungere, colla seguente

$$\cos\theta\left\{ \cos\theta - \gamma_2\alpha_*\frac{v^2}{v_0^2} \right\} - \gamma_2\gamma_3^{\frac{1}{2}}\alpha_*^2\frac{v^4}{v_0^4} > 0 . \tag{28}$$

Nella dimostrazione della (28) — subordinatamente alla validità della (27) — prenderemo separatamente in esame i tre casi

1º) $$0 < \gamma_1 \leq 0{,}35$$

2º) $$0{,}35 < \gamma_1 \leq \frac{2}{3}$$

3º) $$\frac{2}{3} < \gamma_1 \leq \frac{5}{6} \; .$$

§ **16**. $0 < \gamma_1 \leq 0{,}35$.

Dalle $(E)_1$ ed $(E)_2$ segue

$$\frac{1}{v}\frac{dv}{d\theta} = \frac{\operatorname{sen}\theta + \left\{ \gamma_1 + \gamma_2\, \alpha \operatorname{sen}\alpha \right\} \dfrac{r^2}{r_0^2}}{\cos\theta \left\{ 1 - \dfrac{\gamma_2\, \alpha \cos\alpha}{\cos\theta} \dfrac{r^2}{r_0^2} \right\}}$$

onde in $(0, \tau_*)$ per $\theta > 0$ sarà (Cfr. la (14))

$$\frac{1}{v}\frac{dv}{d\theta} > \frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta\,(1 + \zeta_*)}$$

cioè

$$\frac{d}{d\theta} \log \left(v \cos^{\frac{1}{1+\zeta_*}} \theta \right) > 0$$

e per $\theta < 0$

$$\frac{1}{v}\frac{dv}{d\theta} > \frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta\,(1 - \zeta_*)}$$

cioè

$$\frac{d}{d\theta} \log \left(v \cos^{\frac{1}{1-\zeta_*}} \theta \right) > 0 \, .$$

Ad ogni istante dello stesso intervallo di tempo avremo dunque

(29)′ $$v < v_0 \frac{\cos^{\frac{1}{1+\zeta_*}} \varphi}{\cos^{\frac{1}{1-\zeta_*}} \theta} \; .$$

Ma, se vale la (S),

$$\zeta_* < z(\varphi\,,\ \gamma_1) < z\left(\frac{\pi}{4}\,,\ 0\right) < 0{,}35 \; :$$

quindi, insieme alla (29)′ varrà anche la diseguaglianza

$$v < v_0 \frac{\cos^{0,74} \varphi}{\cos^{1,54} \theta} \ . \tag{29}$$

Se ne conclude che, ove per $t = \tau_*'$ si verifichi la (27), avremo, non solo

$$|\operatorname{sen} \theta| < \gamma_1 + \frac{1}{\gamma_2} \zeta_*^4 < 0,35 + 6 \times \overline{0,35}^4 < 0,441 \ ,$$

ma anche

$$|\operatorname{sen} \theta| < \frac{0,441}{(\cos^2 \theta)^{1,54}} \left(\frac{1}{2}\right)^{0,74} ,$$

ovvero, posto $\xi = |\operatorname{sen} \theta|$,

$$\xi^{0,65} (1 - \xi^2) < 0,427 \ .$$

La funzione di ξ che figura nel primo membro (per $\xi > 0$) ha derivata $\gtrless 0$ secondochè $\xi \lessgtr \sqrt{\frac{0,65}{2,65}} = 0,49...$ e per $\xi = \sqrt{\frac{0,65}{2,65}}$ assume un valore $> 0,427$. Onde l'equazione

$$\xi^{0,65} (1 - \xi^2) = 0,427$$

ammette due radici positive e $|\operatorname{sen} \theta|$ risulta $<$ della più piccola di esse, che si trova esser compresa tra 0,31 e 0,32.

Si perviene così alla diseguaglianza

$$|\operatorname{sen} \theta| < 0,32 \ , \tag{30}$$

donde, per la (29), segue

$$\frac{v^2}{v_0^2} < \frac{\cos^{1,48} \varphi}{\left(1 - \overline{0,32}^2\right)^{1,54}} < 1,182 \cos^{1,48} \varphi \ .$$

Sarà dunque

$$\gamma_2 \gamma_4^{\frac{1}{2}} \alpha_*^2 \frac{v^4}{v_0^4} < f(\gamma_1) \times \frac{\cos^2 \varphi \, \gamma_3^{\frac{1}{2}} \alpha_*}{f(\gamma_1)} \times \gamma_2 \alpha_* \times \cos^{0,96} \varphi \times \overline{1,182}^2 <$$

$$< f(\gamma_1) \times \sqrt{\frac{\cos^4 \varphi}{f(\gamma_1)} + \frac{12}{\gamma_2} \alpha_* \gamma_2} \times \zeta_*^2 \times \overline{1,182}^2 \cos^{0,96} \varphi <$$

$$< f(\gamma_1) \times \sqrt{0,25 + 72 \times \overline{0,35}^2} \times 0,35^2 \times \frac{\overline{1,182}^2}{2^{0,48}} \ ,$$

ed anche, poichè $f(\gamma_1)$ cresce costantemente con γ_1 (Cfr. § 10):

$$\gamma_2 \gamma_3^{\frac{1}{2}} \alpha_*^2 \frac{v^4}{v_0^4} < 0,37 \left\{ 1 + 1,35 \frac{0,35 + z\left(\frac{\pi}{4}, 0,35\right)}{1 - z\left(\frac{\pi}{4}, 0,35\right)} \right\}$$

e infine, essendo

$$0,20 < z\left(\frac{\pi}{4}, 0,35\right) < 0,21 \ , \tag{31}$$

$$\gamma_2 \gamma_3^{\frac{1}{2}} \alpha_*^2 \frac{v^4}{v_0^4} < 0,37 \times 1,96 < 0,73 \ .$$

Dopo ciò, affinchè resti dimostrato, almeno per

$$0 < \gamma_1 \leq 0,35 \ ,$$

che il verificarsi per $t = \tau_*'$ della (27) porta di conseguenza la (28), basta osservare che per la (30) è

$$\cos \theta \{ \cos \theta - \gamma_2 \alpha_* \} > 1 - \overline{0,32}^2 - \overline{0,35}^2 > 0,77 \ .$$

§ **17**. — $0,35 < \gamma_1 \leq \frac{2}{3}$.

Se $\gamma_1 > 0,35 > z\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$, la (15), per la (S) e la (14), assicura che in tutto l' intervallo $(0 , \tau_*)$ sarà

$$\frac{d}{d\theta}(v \cos \theta) > 0 \ ,$$

cioè

$$\frac{v}{v_0} < \frac{\cos \varphi}{\cos \theta} \ . \tag{32}$$

Di più, supposto che per $t = \tau_*'$ si verifichi la (27) — ove si tenga conto che $z(\varphi, \gamma_1)$ al crescere di γ_1 decresce costantemente e che vale la (31) — si trova

$$|\mathrm{sen}\ \theta| < \left\{ \frac{2}{3} + 6 \times \overline{0,21}^4 \right\} \frac{v^2}{v_0^2} < 0,68 \frac{v^2}{v_0^2} \ , \tag{33}$$

diseguaglianza che, combinata colla precedente, fornisce, ove si ponga $\xi = |\operatorname{sen}\theta|$,

$$\xi\,(1-\xi^2) < 0{,}68\cos^2\varphi \leq 0{,}34 \quad . \tag{34}$$

L'equazione

$$\xi\,(1-\xi^2) = 0{,}34$$

ha due radici positive, la più grande delle quali è $> \frac{1}{\sqrt{2}}$, mentre la più piccola risulta compresa tra 0,40 e 0,41. Verificandosi la (34), ed essendo, per la (33), $|\operatorname{sen}\theta| < 0{,}68 < \frac{1}{\sqrt{2}}$, sarà

$$|\operatorname{sen}\theta| < 0{,}41 \quad . \tag{35}$$

Se ne deduce, in base alla (32),

$$\frac{r^2}{r_0^2} < 1{,}205\cos^2\varphi$$

e successivamente

$$\gamma_2\gamma_2^{\frac{1}{2}}\alpha_*^2\frac{r^4}{r_0^4} < f(\gamma_1)\times\sqrt{\frac{\cos^4\varphi\,\gamma_2^{\frac{1}{2}}\alpha_*}{f(\gamma_1)}\times\gamma_2\alpha_*\times\overline{1{,}205}^2\cos^2\varphi} <$$

$$< f(\gamma_1)\times\sqrt{\frac{\cos^4\varphi}{f(\gamma_1)}+\frac{12}{\gamma_2}\gamma_2\alpha_*\times\xi^2\times\overline{1{,}205}^2\cos^2\varphi} <$$

$$< f(\gamma_1)\times\sqrt{0{,}25+72\times\overline{0{,}21}^2\times\overline{0{,}21}^2\times\frac{\overline{1{,}205}^2}{2}} \quad .$$

Tenuto conto anche qui che $f(\gamma_1)$ cresce costantemente con γ_1 e che è

$$0{,}08 < \varepsilon\left(\frac{\pi}{4},\ \frac{2}{3}\right) < 0{,}081 \quad , \tag{36}$$

si ottiene infine

$$\gamma_2\gamma_2^{\frac{1}{2}}\alpha_*^2\frac{r^4}{r_0^4} < 0{,}06\left\{1+1{,}35\,\frac{\frac{2}{3}+\varepsilon\left(\frac{\pi}{4},\ \frac{2}{3}\right)}{1-\varepsilon\left(\frac{\pi}{4},\ \frac{2}{3}\right)}\right\} <$$

$$< 0{,}06\times 2{,}11 < 0{,}13 \quad .$$

Di qui segue la dimostazione dell' asserto anche pel caso attualmente considerato, appena si osservi che, per la (35), la diseguaglianza

$$\cos\theta \,|\, \cos\theta - \gamma_2 \alpha_* \,| > 0{,}13$$

risulta largamente soddisfatta.

§ 18. — $\frac{2}{3} < \gamma_1 \leqq \frac{5}{6}$.

In questa ipotesi, se per $t = \tau'_*$ si verifica la (27), deve pur essere, in base alla (36) (e, naturalmente, alla (8)):

$$|\,\mathrm{sen}\,\theta\,| < \frac{5}{6} + 6 \times \overline{0{,}081}^4 < 0{,}834$$

e quindi anche

$$\cos\theta\,(\cos\theta - \gamma_2\,\alpha_*) > 1 - \overline{0{,}834}^2 - \overline{0{,}081}^2 > 0{,}29\ . \tag{37}$$

D' altra parte, nella stessa ipotesi, sarà pure

$$\gamma_2\,\gamma_3^{\frac{1}{2}}\,\alpha_*^2\,\frac{v^4}{v_0^4} < \frac{z^2(\varphi\,,\,\gamma_1)}{\cos^2\varphi}\,f(\gamma_1)\sqrt{\frac{\cos^4\varphi}{f(\gamma_1)} + \frac{12}{\gamma_3}\,\alpha_*\,\gamma_2} <$$
$$< \frac{z^2(\varphi\,,\,\gamma_1)}{\cos^2\varphi}\,f(\gamma_1)\sqrt{0{,}25 + 72 \times \overline{0{,}081}^2} < 0{,}85\,\frac{z^2(\varphi\,,\,\gamma_1)}{\cos^2\varphi}\,f(\gamma_1)\,.$$

Ora, basta che sia $\gamma_1 > \frac{2}{3}$, perchè dalla (5) segua

$$\frac{z^2(\varphi\,,\,\gamma_1)}{\cos^2\varphi} < \frac{5 - 6\gamma_1}{5 + 6\gamma_1} < \frac{1}{9}\ .$$

Essendo di più

$$f(\gamma_1) < 1 + 1{,}35\,\frac{\frac{5}{6} + z\left(\frac{\pi}{4}\,,\ \frac{5}{6}\right)}{1 - z\left(\frac{\pi}{4}\,,\ \frac{5}{6}\right)} < 1 + 1{,}35 \times \frac{5}{6} < 2{,}13$$

avremo in definitiva

$$\gamma_2\,\gamma_3^{\frac{1}{2}}\,\alpha_*^2\,\frac{v^4}{v_0^4} < \frac{1}{9} \times 2{,}13 \times 0{,}85 < 0{,}21$$

risultato che, confrontato con quello che è espresso dalla (37), fornisce quanto ancora mancava per giungere allo scopo.

§ **19**. — Essendo ormai dimostrata la (26) (nell' ipotesi, s' intende, che valga la (S)) potremo riferire la (D) anche all' istante $t=\tau_*$ e dedurne che anche a tale istante deve essere

$$\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 < \frac{v^2 g^2}{v_0^4} \gamma_3 \{ \alpha_*^2 - \alpha^2 \}$$

e in conseguenza

$$|\alpha| < \alpha_* \, .$$

Basta questa osservazione perchè resti provato che il verificarsi della (S) è condizione sufficiente affinchè in tutto l' intervallo $(0, \tau)$ $|\alpha|$ non possa mai raggiungere il valore α_*.

CAP. V. - Applicazione alle bombarde 240 C

§ **20**. — In questi ultimi §§ sarà sempre sottinteso di riferirsi, come sistema di misura, al sistema pratico metro — secondo — chilogrammo. Con ciò per l' ordinario proiettile delle 240 C si ha

$$r = 0{,}12$$

e (in media)

$$l = 2a = 0{,}46$$

$$P = 87 \, .$$

Inoltre alla carica di lancio comunemente usata corrisponde per v_0 il valore

$$v_0 = 102 \, .$$

Finora non è stata eseguita nessuna determinazione sperimentale del valore di I (nè, d' altra parte, sarebbe da aspettarsene un risultato molto attendibile date le notevoli differenze che normalmente si riscontrano tra bombe dello stesso tipo). Considerando il proiettile delle 240 C (Cfr. fig. 2) come un cilindro (di raggio r e altezza $2a$) coronato da due emisferi — coll' ulteriore ipotesi dell' omogeneità — si trova

$$I = \frac{P}{g} \frac{\frac{4}{15} r^3 + \frac{3}{4} a r^2 + \frac{2}{3} a^2 r + \frac{a^3}{3}}{\frac{2}{3} r + a} = \frac{3,15}{g} .$$

Nel seguito (Cfr. § 2) assumeremo per I il valore ora indicato.

§ **21**. — Nella (8) introduciamo per $\varkappa_n$ il suo valore tratto dalla (6), ciò che dà

$$\frac{1}{\gamma_3} \left\{ \frac{6 f^2(\gamma_1)}{\cos^4 \varphi} + \sqrt{\frac{36 f^4(\gamma_1)}{\cos^8 \varphi} + \gamma_3 f(\gamma_1)} \right\} < \frac{z^2(\varphi, \gamma_1)}{\gamma_2} .$$

Ove si tenga conto che il rapporto $\frac{\gamma_3}{\gamma_2}$ è indipendente, non solo dal valore di k_s, ma anche da quello di k_a, e di più che aumentando i valori di questi coefficienti vengono di conseguenza accresciuti i valori di γ_4 e $f(\gamma_1)$ (Cfr. § 10) e diminuito il valore di $z(\varphi, \gamma_1)$, risulta senz'altro messo in evidenza che esagerando i valori di k_s e k_a si agisce in senso sfavorevole alle " stabilità ".

In vista di ciò, nel seguito, assumeremo come valori di k_s e k_a dei valori un pò più grandi di quelli dedotti dalle esperienze finora eseguite in proposito.

Riferendosi ai risultati esposti da Eiffel nelle note già citate al § 3, si avrebbe $k_s = 0,011$ e $k_a = \varkappa k_a^{(\infty)}$, ove il fattore $k_a^{(\infty)}$ è compreso tra 0,07 e 0,08 e il fattore $\varkappa$ (per alette delle 240 C) è circa (1) 1,4: svilupperemo i nostri calcoli assumendo

$$\begin{cases} k_s = 0,02 \\ k_a = 0,12 \end{cases}$$

(1) Cfr. il primo diagramma della Nota: *Sur la résistence des plans rectangulaires frappés obliquement par le vent*, tenendo conto che per le alette delle 240 C l'"allungamento" è circa $\frac{1}{2}$.

§ **22**. — Coi valori già indicati di r, l, a, r_0, P, I, k_1, k_n (e prendendo $g = 9{,}805$) risulta (arrotondando le ultime cifre):

$$\gamma_1 = 0{,}11 \quad \gamma_2 = 1{,}59 \quad \gamma_3 = 10^4 \times 2{,}14$$

e la (5) si riduce alla seguente

$$z^3 + 5{,}66\, z^2 + 11 \cos^2\varphi\, z - 4{,}34 \cos^2\varphi = 0 \ . \tag{38}$$

Ponendo in questa $\varphi = \frac{\pi}{4}$, si trova

$$0{,}29 < z\left(\frac{\pi}{4},\ 0{,}11\right) < 0{,}30$$

e in conseguenza

$$f(0{,}11) = 1{,}79 \ .$$

Introducendo questo valore e il valore trovato per γ_3 nella (6), si ottiene

$$1{,}79 + \frac{38{,}45}{\cos^4\varphi}\,\alpha_* - 10^4 \times 2{,}14\, \alpha_*^2 = 0 \ . \tag{39}$$

Dalle (38) e (39) segue

per $\varphi = \frac{61\,\pi}{180}$: $\qquad \alpha_* < 0{,}035 \qquad 0{,}250 < z < 0{,}251$;

per $\varphi = \frac{62\,\pi}{180}$: $\qquad \alpha_* > 0{,}039 \qquad 0{,}246 < z < 0{,}247$.

Ne derivano le due diseguaglianze

$$\gamma_2\,\alpha_* < z^2 \qquad \text{per } \varphi = \frac{61}{180}\,\pi \ ,$$

$$\gamma_2\,\alpha_* > z^2 \qquad \text{per } \varphi = \frac{62}{180}\,\pi \ ,$$

dalle quali risulta che, per le 240 C, l'angolo φ^4 (Cfr. § 6) è compreso tra $\frac{61\,\pi}{180}$ e $\frac{62\,\pi}{180}$, e inoltre che, per $\varphi < \varphi^4$, α_* non può mai superare il valore di

$$\frac{z^2\left(\frac{61\,\pi}{180},\ 0{,}11\right)}{\gamma_2} < 0{,}04 \ .$$

In altri termini, si perviene così alla conclusione che nel tiro delle 240 C, anche con angoli di proiezione un pò superiori a 60°, il valore dell' obliquità (fintanto che sia $v \leq v_0$) resta sempre alquanto inferiore a 3°.

§ **23**. — Cerchiamo da ultimo, riferendosi sempre alle 240 C, di determinare un limite inferiore ($\neq 0$) della grandezza h di y corrispondente all' istante $t = \tau$.

Per semplicità prenderemo in esame il solo caso

$$\varphi = \frac{\pi}{4}\ .$$

Dalla $(E)_2$ si ha in primo luogo (moltiplicando per v ed integrando da 0 a τ)

$$(40)\qquad h = \int_0^\tau \left\{ \gamma_1 + \gamma_2\, \alpha \operatorname{sen} \alpha \right\} \frac{v^3}{v_0^2}\, dt > \frac{\gamma_1}{v_0^2} \int_0^\tau v^3\, dt = \frac{\gamma_1}{v_0^2} \int_{\theta_\tau}^{\frac{\pi}{4}} \frac{v^4\, d\theta}{\left| v \dfrac{d\theta}{dt} \right|}$$

ove si è indicato con θ_τ il valore di θ per $t = \tau$.

Certamente è

$$(41)\qquad |\theta_\tau| > \frac{\pi}{4}\ .$$

Invero, ove si supponga che in tutto l' intervallo $(0, \tau)$ sia

$$|\theta_\tau| \leq \frac{\pi}{4}$$

(poichè attualmente $\gamma_1 > \gamma_2\, \alpha_*$) si ottiene dalla (15), per ogni valore di $t \leq \tau$,

$$\frac{d(v \cos \theta)}{d\theta} > 0$$

e successivamente

$$v \cos \theta < v_0 \cos \varphi = v_0 \cos \frac{\pi}{4}\ :$$

diseguaglianza che, ove sia riferita all' istante $t = \tau$, riporta immediatamente alla diseguaglianza richiesta.

In base alla (41), dalla (40) segue

$$h > \frac{\gamma_1}{v_0^2} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{v^4 \, d\theta}{\left| v \frac{d\theta}{dt} \right|}$$

ed anche, tenendo conto della $(E)_1$,

$$h > \frac{\gamma_1}{g v_0^2} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{v^4 \, d\theta}{\cos\theta \left(1 - \frac{v^2}{v_0^2} \frac{\gamma_2 \, \alpha \cos\alpha}{\cos\frac{\pi}{4}} \right)} >$$

$$(42) \qquad > \frac{\gamma_1}{g v_0^2} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{v^4 \, d\theta}{\cos\theta \left(1 + \gamma_2 \alpha_* \sqrt{2} \right)} > \frac{\gamma_1}{g v_0^2} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{v^4 \, d\theta}{1{,}09 \cos\theta} >$$

$$> 0{,}91 \, \frac{\gamma_1}{g v_0^2} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{v^4 \, d\theta}{\cos\theta} \quad .$$

Per procedere oltre, osserviamo che, se $|\theta| \leq \frac{\pi}{4}$, dalla (15) può trarsi la diseguaglianza

$$\frac{1}{v} \frac{d(v\cos\theta)}{d\theta} < \frac{v^2}{v_0^2} \frac{\gamma_1 + \dfrac{\gamma_2 \alpha_* \operatorname{sen}\left(\alpha_* - \frac{\pi}{4}\right)}{\cos\frac{\pi}{4}}}{1 - \dfrac{\gamma_2 \alpha_*}{\cos\frac{\pi}{4}}} <$$

$$< \frac{v^2}{v_0^2} \frac{0{,}11 + 0{,}07}{1 - 0{,}09} < 0{,}2 \, \frac{v^2}{v_0^2} \; ,$$

donde deriva (Cfr. § 9)

$$v^2 > \frac{v_0^2 \cos^2 \varphi}{\cos^2 \theta} \frac{1}{1 + 0{,}2 \times 2 \cos^2 \varphi \int_\theta^\varphi \frac{d\theta}{\cos^3 \theta}} =$$

$$= \frac{v_0^2 \cos^2 \frac{\pi}{4}}{\cos^2 \theta} \frac{1}{1 + 0{,}2 \left\{ \Xi_2 \left(\frac{\pi}{4}\right) - \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \varphi} \Xi_2 (\theta) \right\}}$$

e infine — essendo, qualunque sia θ, $|\Xi_2| < \frac{6}{5}$ — per $\theta > 0$:

$$v^2 > \frac{v_0^2}{2 \cos^2 \theta} \frac{1}{1 + 0{,}2 \times \frac{6}{5}} > 0{,}4 \frac{v_0^2}{\cos^2 \theta} ,$$

per $\theta < 0$:

$$v^2 > \frac{v_0^2}{2 \cos^2 \theta} \frac{1}{1 + 0{,}2 \times \frac{12}{5}} > 0{,}33 \frac{v_0^2}{\cos^2 \theta} .$$

In base a ciò, dalla (42) segue

$$h > \frac{\gamma_1 v_0^2}{g} 0{,}91 \left\{ \overline{0{,}4}^2 + \overline{0{,}33}^2 \right\} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{d\theta}{\cos^5 \theta} > \frac{\gamma_1 v_0^2}{g} 0{,}24 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{d\theta}{\cos^5 \theta} .$$

Con ripetute integrazioni per parti, facilmente si trova

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{d\theta}{\cos^5 \theta} = 1{,}5679\ldots$$

onde, in definitiva, avremo

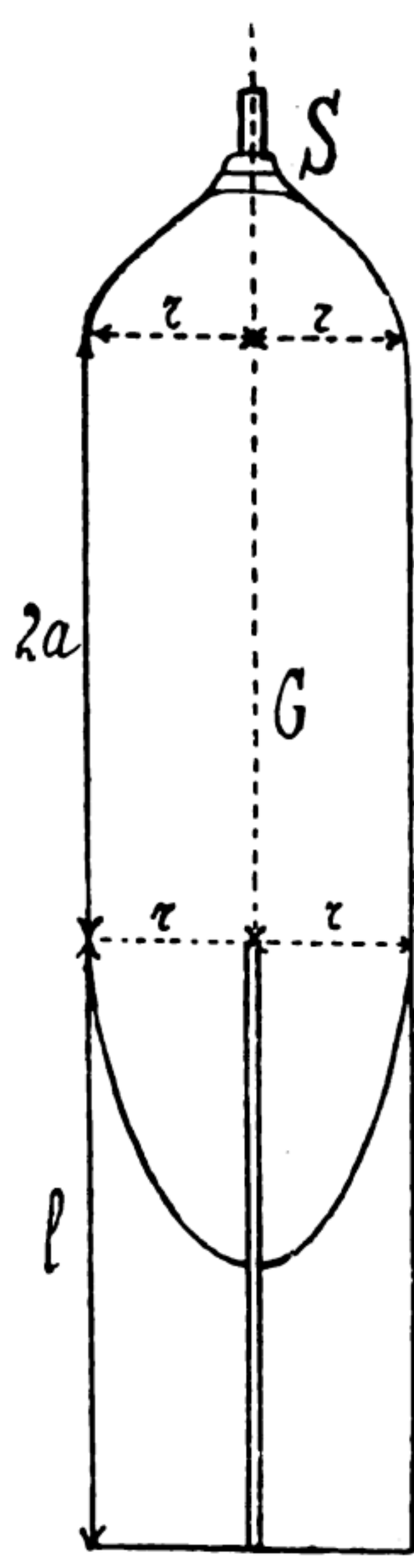
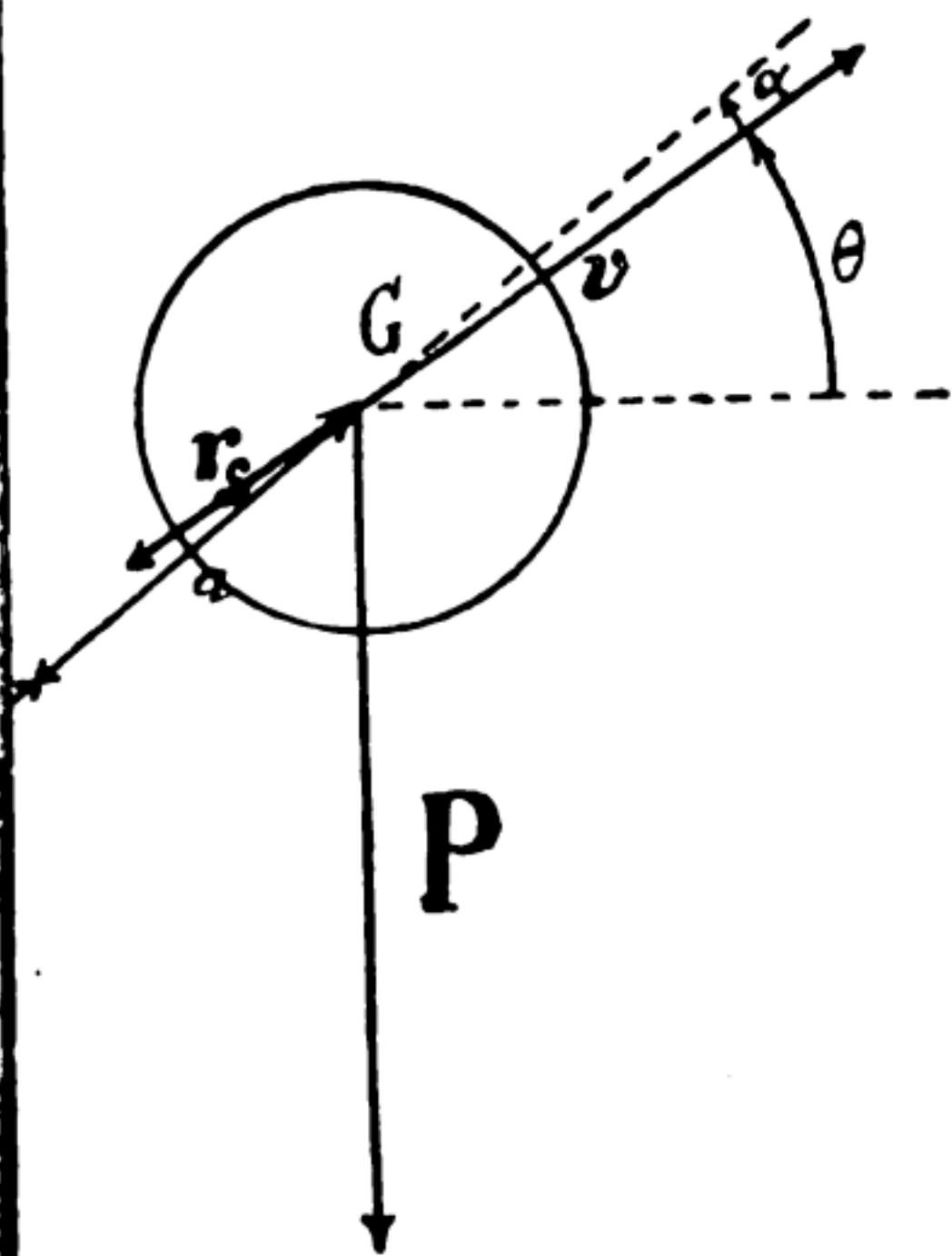
$$h > \frac{0{,}11 \times \overline{102}^2}{9{,}805} \times 0{,}24 \times 1{,}56 > 43 .$$

Arezzo, 15 luglio 1917.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 28 ottobre 1917)

Fig. 2.

. 3.

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1917-918 - Tomo LXXVII - Parte seconda

La teoria della "sostituzione dei motivi,,

prof. GIOVANNI MARCHESINI, s. c.

(*Adunanza ordinaria del giorno 28 ottobre 1917*)

I.

Tre principî concorrono particolarmente ad attestare, contro le pretese dell' *apriorismo*, il valore dell'esperienza nello sviluppo dell'attività pratica, sia individuale o storica: il principio dell' *inconscio*; quello della *sostituzione dei motivi* o dello *spostamento dell' interesse;* e infine il principio della *sostituzione* o dello *spostamento dei valori.*

Il primo di questi principî può essere formulato largamente nei termini seguenti: Certe nostre azioni determinate dal pensiero riflesso, ossia dirette dalla rappresentazione d'un fine, in origine si compiono inconsciamente. Quante abitudini ciascuno può contare contratte meccanicamente nella prima età! Più tardi nacque la coscienza delle ragioni che le giustificano; e allora gli atti medesimi si poterono compiere anche per deliberazione volontaria. Fu, a così dire, meccanico il sostrato originario delle abitudini religiose, della convenienza, della cortesia; e solo a poco a poco emerse la valutazione riflessa dei principî ideali o teorici a cui astrattamente tali abitudini s' informano.

È questa una legge che si estende a tutte le specie dell'attività automatica, e per es. al camminare, al gestire, alle modulazioni della voce, che sono dunque da principio atti incoscienti, prendendo luce e guida dalla coscienza soltanto più tardi. Le stesse abilità che si spiegano nelle varie arti s' iniziano con atti spontanei, privi di un indirizzo cosciente. Chi non sa che il disegno e il canto, per esempio, come specie di arte, sorsero da at-

titudini istintive? Pur le scienze, in cui l'attività della coscienza si appunta elevandosi al massimo grado, presuppongono dati di esperienza irriflessa, accidentale, incoerente; la Logica, l'Etica, la Geometria possono citarsi fra le altre scienze a comprovare il trapasso dall'empirismo originario inconscio o semi-cosciente alla sistemazione razionale del pensiero. Infine le stesse virtù morali furono precedute e preparate da azioni compiute senza un'intenzione morale, che poi ne fu suggerita. Praticando la giustizia, notava Aristotele, si diventa giusti (¹).

Col principio della *sostituzione dei motivi* si suole significare che un atto eseguito da prima per un dato motivo può in seguito compiersi per un motivo diverso. L'atto si mantiene in apparenza il medesimo, ma i motivi determinanti mutano. In altri termini, il motivo iniziale — come si disse con un'imagine certo poco felice (²) — *si sposta*, dando luogo a un motivo nuovo; e può in conseguenza avvenire che diventi fine per sè ciò che in origine non era che mezzo. Si cita ad esempio il motivo della potenza che succederebbe al motivo della propria conservazione, col seguente gioco: da prima la potenza non è che un mezzo per soddisfare l'istinto della conservazione personale; non è ricercata come un valore o un interesse a sè stante, o come fine indipendente; ma tale diventa più tardi, per effetto dell'esperienza che l'individuo acquistò del suo valore pratico. — Aggiungiamo qualche altro esempio. — Soddisfacendo l'istinto di conservazione si esperimenta un certo godimento, ossia il piacere che ne consegue; e questo piacere succede poi all'istinto stesso come un motivo nuovo e distinto. — La condotta dell'individuo è primieramente determinata da motivi puramente egoistici. Vivendo però con altri uomini, dei quali egli non può non tener conto, e ai quali deve rendere il suo proprio aiuto se vuole conservare il loro ed evitare gli ostacoli che altrimenti incontrerebbe nella lotta per la vita, il motivo egoistico cede progressivamente il posto al motivo altruistico. Non più dunque la pura idea dell'utile suo lo muove ad agire, ma anche quella dell'utile degli altri; e se pertanto da

(1) *Etica* II, 1.

(2) Vedi *Il trapasso dei sentimenti nell'educazione* — in *Rivista Pedagogica* — Ottobre-Dicembre, 1917.

prima egli sentiva piacere per il loro bene, o dolore per il loro male, in quanto gli erano mezzi per appagare il suo egoismo, poi il bene e il male altrui lo interessano per sè stessi, cioè all'interesse affatto soggettivo originario si sostituisce l'interesse oggettivo (1). Ciò spiega perchè, come osservò Aristotele, i benefattori amino coloro che essi beneficano, più che non siano amati, per gratitudine, da loro stessi (2). La vita in comune, e quell'analogia o somiglianza che esiste fra gli uomini, come infine le loro sorti comuni, concorrono a generare questo altruismo, o a promuovere questa simpatia. I confini si allargano sempre più, e abbracciano infine, almeno idealmente, nell'interesse di un solo individuo, gli interessi globali dell'umanità.

Per ultimo il principio della *sostituzione* o dello *spostamento dei valori* si può concepire e formulare così: Dall'azione reciproca delle passioni o degli interessi individuali possono derivare risultati di valore nuovo, durevoli e ampi. Le conquiste di Alessandro svilupparono imprevedibilmente il sentimento d'umanità, avendo abbattute le barriere nazionali ad oriente del Mediterraneo. Così accade che le vedute della morale si scostino nettamente dalla concezione metafisica della storia quale per es. quella hegeliana della " ragione occulta ". Sulle rovine del vecchio mondo può sorgere un mondo nuovo, poichè si fecondano i germi sopravissuti alla catastrofe; e i nuovi valori che riescono a imporsi alla coscienza non solo sostituiscono i precedenti, ma possono trovarsi con questi in perfetto contrasto.

La differenza di questo principio dall'altro della *sostituzione dei motivi* sarebbe la seguente: Per quest'ultimo un'istituzione antica può essere accolta per ragioni nuove; per l'altro mutano le istituzioni stesse, mutano i valori. Nuovi avvenimenti, impervii alle intenzioni umane, generano valori storici prima insospettati, insieme a nuovi criterî di apprezzamento. Delle due teorie una, quella dei motivi, riguarda l'esperienza individuale, soggettiva; l'altra, dei valori, rappresenta l'evoluzione storica (3).

In breve, i tre principî così descritti nella loro intima signi-

(1) H. Hoeffding — Psicologia: VI, 78, 79 a.
(2) Op. cit. IX, 7.
(3) Hoeffding — Op. cit. XIII, 4.

ficazione rappresentano tre punti di vista diversi da cui si può riguardare il dominio della realtà umana: la *coscienza*, la *motivazione*, la *valutazione*. Ma sono veramente, nella nostra esperienza, tre aspetti indipendenti, o gli obbietti che essi contemplano non hanno per avventura una radice comune? In altri termini, i tre principî sono irriducibili, oppure possono risolversi l'uno nell'altro o in un unico principio fondamentale?

L'ipotesi può parere ardita; ma ricercarne il fondamento è compito legittimo di scienza, anche in omaggio alla sua funzione economica; e il risultato di una simile indagine, qualunque fosse, non potrebbe certo mancare d'importanza non pure teorica ma pratica. — Procediamo, nel nostro esame, dall'ultimo dei principî sopra spiegati.

II.

Secondo il principio della sostituzione dei valori la storia si va arricchendo di nuovi valori. Tali sono per es. la libertà che soppianta la tirannide; la democrazia che abbatte l'autocrazia e l'aristocrazia o insomma il despotismo; la scienza che si sostituisce alla superstizione; la giustizia che invade il campo dell'arbitrio e della prepotenza. Storicamente questi valori sono obbiettivi; ma differiscono essi assolutamente dai valori subbiettivi detti *interessi* e *motivi*?

Per rispondere a questo problema non è necessario affrontare l'altro più complesso e vasto dei valori umani: basta fissare bene il principio che l'obbiettività dei valori è inscindibile dalla loro subbiettività. Perchè sono valori se non appunto perchè risultano da un giudizio di apprezzamento? Nè occorre rilevare che non si dà apprezzamento il quale non scaturisca dall'impero dei sentimenti, i quali sono, come si sa, ciò che di più intimo e profondo fermenta nel soggetto umano. Questi valori sono i *beni* o gli *ideali* della vita, che non appartengono evidentemente al puro intelletto, come concezioni astratte, ma palpitano nell'anima umana come termini affettivi di aspirazione pratica. La libertà per es. è un valore perchè è in certo modo la sintesi ideale di molteplici bisogni umani, che si manifestano nei campi più disparati della

nostra attività, fisica, intellettuale, morale, civile, politica. La democrazia è un valore come indice o programma di determinate istituzioni sociali e politiche, le quali si conformano a bisogni spirituali come — per non dire che dei fondamentali — la libertà e l'eguaglianza. La scienza è un valore perchè risponde al bisogno umano, comune, di rendersi ragione delle cose; e la giustizia perchè preserva gl' interessi della vita conferendole sicurezza e dignità.

Succedono dunque alle vecchie forme di vita forme nuove, perchè nuovi bisogni appaiono e per esse si affermano, traendo la loro potenza pratica dalla stessa virtualità degli avvenimenti. Ma questi bisogni altro non sono che *interessi* e *motivi*, nè occorre invero postulare alcuna *ragione occulta* o misteriosa della storia. Questi bisogni, e i valori che ne emergono, traducono anzitutto la natura umana, la quale si ripercuote incessantemente nella nostra coscienza e volontà come l'onda del mare sul lido. Essi dunque non sono in realtà del tutto nuovi, come possono esserne nuove le manifestazioni, ma risalgono al fondo incosciente e perenne della personalità umana. La libertà, il bisogno di conoscere e quello di proteggere la propria esistenza, sono interessi naturali e profondi, di cui non si può dedurre l'esistenza solo da alcune più complesse rivelazioni, trascurando quelle primitive più semplici.

Ciò posto, il principio della sostituzione dei valori non si scosta da ciò che sostanzialmente esprimono gli altri due. La sostituzione dei valori storici si risolverebbe nel principio della sostituzione dei motivi, e infine in quello dell' inconscio. La differenza sopra notata, per cui la sostituzione dei motivi esprime una tendenza conservatrice, e quella dei valori una tendenza innovatrice, (poichè per la prima un valore antico si conserva per motivi nuovi, mentre per la seconda si accolgono valori prima inesistenti), non è una differenza, dirò così, radicale. Infatti un valore a cui si aderisca per motivi nuovi perde la sua figura originaria, e diventa un valore nuovo. I motivi costituiscono un elemento essenziale a ogni valore, e se quindi essi mutano, muta, nella sua intrinseca soggettività, anche il valore corrispondente. D'altra parte un valore nuovo alla storia è psicologicamente antico, se di fatto emana da

bisogni soggettivi che sussistevano anche anteriormente, sebbene non si rivelassero in quella determinata forma.

Possiamo fare un passo di più e proporci il quesito della riducibilità dei due primi principî. I motivi di un atto si sostituiscono così che, come dicevo, il mezzo può diventare fine. Senonchè il motivo che sostituirebbe l'antico era forse in origine del tutto assente? Questa è l'indagine che dovrebbe farsi ogni volta che si presume l'evento d'una sostituzione di motivi. Nell'esempio citato, della potenza, non si può certo ammettere che essa non facesse parte, benchè oscuramente, dell'istinto della conservazione; e lo stesso si potrebbe ripetere del piacere. Quando avviene, o si crede che avvenga, la sostituzione, il coefficiente dell'atto, che prima era inconscio, diventa cosciente: ecco tutto. Dunque il principio della sostituzione dei motivi si risolve in quello che abbiamo enunciato per primo, e che chiameremo con l'Hoeffding il *principio aristotelico*. La conclusione assai importante alla quale per questa via si è indotti è che l'*inconscio è il principio fondamentale dell'evoluzione umana.*

Tuttavia potendo queste nostre argomentazioni parere troppo spicciative, converrà che sul problema della sostituzione dei motivi, il quale per il nostro assunto è capitale, ci arrestiamo, e non solo per meglio stabilirne il rapporto con il principio aristotelico, ma anche per sottoporre ad esame la sua consistenza logica.

III.

I termini hanno quel significato che loro si attribuisce; e poichè questo può differire anche per uno stesso termine, deve essere stabilito precisamente così da evitare ogni equivoco. Il termine *motivo* è infatti, nella pratica, piuttosto ambiguo. Secondo il significato fondamentale con cui si assume comunemente, è sinonimo di “ movente „ (*mobile* dei Francesi); ma un movente può essere cieco o illuminato, inconscio o cosciente. Possiamo essere determinati ad agire in un dato modo per un impulso oscuro, e credere che il motivo reale sia un altro, cioè quello che ci appare

alla coscienza, ed è facile scorgere quanta parte abbia in simile trasfigurazione degli stimoli interiori l'amor proprio.

Del motivo accade come della *causa*, in quanto, secondo la classica distinzione, può essere *efficiente* o *finale*. La causa efficiente (*materiale*) dei nostri movimenti è l'azione di certi nervi, muscoli ecc.; la causa finale è il fine o lo scopo desiderato, a cui l'azione viene coordinata. Questi due significati della parola " causa " dànno luogo ad ambiguità. Analogamente riesce ambiguo nell'uso il termine *motivo*, potendosi intendere come ciò che *spinge*, oppure come ciò che *induce* ad agire in un dato modo. Nel primo caso diciamo di essere mossi da un sentimento, da un'emozione, come l'ira, la gelosia, la paura, la pietà, oppure il piacere e il dolore che alcuni psicologi considerano come i motivi ultimi, fondamentali (1). Nel secondo si ammette nella coscienza la presenza e l'azione di uno scopo da raggiungere: il pensiero di questo scopo desiderabile indurrebbe ad agire in maniera adatta a ottenerlo.

Non tarderà ora ad apparire il valore comparativo di questi due significati della parola *motivo*, perchè, se uno fosse accolto con esclusione dell'altro, si avrebbe non soltanto una differenza di nomenclatura, ma una diversa teoria dell'azione: la teoria *volontaristica* per il primo, *intellettualistica* per il secondo.

Secondo l'interpretazione volontaristica la rappresentazione dello scopo, quando esiste, non sarebbe che la traduzione dell'impulso, il quale dunque agirebbe per sè, ricevendo bensì lume dalla coscienza del fine, ma non il proprio potere pratico: l'azione sarebbe dovuta esclusivamente al motivo-impulso.

Secondo l'interpretazione intellettualistica l'atto si attribuisce essenzialmente alla concezione dello scopo. Se un individuo — osserva il Mackenzie — è intieramente trasportato dal sentimento, per es. dall'ira o dalla paura, non può dire propriamente di *agire*, più che non *agisca* una pietra lanciata contro la mira. Trascinato da una passione l'uomo non *agisce*, secondo il senso proprio di questo termine, cioè in modo che il suo atto ammetta un giudizio morale più che quello d'un pazzo o d'un ubbriaco. Alla azione occorre il proposito, per il quale un atto risulta altra cosa

(1) J. S. Mackenzie — *Manual of Ethics*. Londra 1905, p. 64.

che se fosse mosso semplicemente dal sentimento. Nè d'altra parte il puro sentimento, quello per es. della pietà, è sufficiente a farci agire; ma sarebbe soltanto un elemento della causa efficiente dell'azione, in quanto chi prova un senso acuto di pietà è spinto all'azione più prontamente di colui nel quale questo senso fosse ottuso. Il sentimento non basta insomma a *indurre* (*inducement*) all'azione. Al più la pietà può muovere alle lagrime come quando si assiste in teatro alla rappresentazione drammatica di una sciagura; e non si può dunque assumere come un *motivo* nel senso più corretto di questo termine. Il motivo, vale a dire ciò che ne *induce* ad agire, è il pensiero di un fine desiderabile (1). È la definizione medesima che pronunciava Aristotele quando osservava che " è sempre l'obbietto desiderabile quello che muove all' azione ": ἀεὶ κινεῖ τὸ ὀρεκτόν (2).

Il motivo così inteso ha dunque prevalentemente un valore intellettuale. In altri termini, se un'azione dev'essere determinata da qualche cosa, questo qualche cosa, perchè si possa ammettere che esiste il motivo — e che esiste l'azione — dev'essere sempre uno scopo (*end*), una visione ideale. Al desiderio spetta, come sentimento, una funzione secondaria. La differenza che il Mackenzie spiega tra *spingere* e *indurre* attesta la necessità di un giudizio e l' insufficienza dell' impulso. Così il motivo viene ad accostarsi all' *intenzione*. Siamo indotti a compiere un atto dal desiderio di qualche cosa che per esso speriamo di conseguire, ma " non la speranza è motivo, bensì l'obbietto in quanto sperato " (3); ed è poi naturale che in questo stato d'animo le conseguenze prossime dell'atto siano comprese non pure come regolative dell' azione, ma anche come determinanti.

È ben vero che l' intenzione — la quale non sussiste fuori di questa previsione — può essere più vasta del motivo, perchè non tutto ciò ch' è previsto come conseguenza del proprio atto ne diventa motivo. Quando Bruto si proponeva di uccidere Cesare

(1) *Op. cit.* pag. 65-6.

(2) *Met.* 1072, b. 3.

(3) Così il Mackenzie chiarisce il suo pensiero nella discussione polemica col D.r G. Ritchie — (*Journal of Ethics* — Vol. IV. p. 89 e segg.; 229 e segg.).

per salvare il suo paese, l'uccisione non era parte del motivo. Un riformatore prevede le cattive conseguenze prossime della sua opera di risanamento, ma non sono queste il motivo che lo dirige (1).

Ciononostante il motivo è una parte dell' intenzione largamente intesa, e il suo aspetto dinamico è inseparabile da quello teleologico. Su questo principio ha insistito, fra i moderni, specialmente il Green, seguìto da molti altri psicologi. Si contrappone alla dottrina della maggior parte dei psicologi inglesi dal Bentham a Giovanni Stuart Mill, per i quali il motivo consiste nel sentimento che muove la volontà ad agire, mentre l' intenzione è ciò che l'agente *vuol fare*, ossia il fine dell'atto (2). Altri per contro hanno osservato che se il motivo *può*, non per questo *deve* convenire col fine che esso anticiperebbe (3). E di fatto l'odio per es. spinge alla vendetta, e non si può confondere col fine che si vuol raggiungere, quale il danno e il dolore dell'avversario. Un atto di beneficenza può essere determinato da moventi molto diversi, come la pietà o l'ambizione. Lo spergiuro può nascere dall'amore, e rispondere all' intenzione di salvare una persona cara.

Mi sono alquanto diffuso circa le interpretazioni date del motivo e della sua funzione nella condotta, perchè si comprenda come dall'una e dall'altra parte si sia tentato di superare l' equivoco. Ora è il momento di chiederci che cosa veramente si debba intendere per *motivo*, vale a dire quale delle due dottrine, del *motivo-impulso* e del *motivo-fine*, possa essere accettata, e se non rappresentino eventualmente entrambe una veduta unilaterale.

Che il motivo non si possa confondere col fine è manifesto per gli esempi citati; ma può esserne separato? Ecco il problema fondamentale.

In un atto il fine e il motivo devono rimanere distinti; ma da ciò non risulta che un dato fine possa sussistere senza includere in sè non *quel dato* motivo ma comunque *un* motivo, o meglio un movente che ne sia, a così dire, la forza animatrice e determinante. Al fine come pura rappresentazione o idea non si può

(1) Mackenzie, Op. cit. p. 67-8.
(2) I. S. Mill — *Utilitarianism* — Cap. II.
(3) W. Wundt — Ethik — p. 350.

attribuire un potere determinativo [1]. Un' idea che non interessi il soggetto, o a cui questo, come si suol dire, non s' interessi: un' idea astratta, fredda, di pura ragione teorica, e quindi il *puro* pensiero di un fine, non può affatto muovere all'azione. Del resto è un principio comunemente accolto, anche nell'uso pratico della parola *motivo*, che ogni atto risulta dalla pressione, dalla spinta, dall' impulso di un sentimento; e se vi si associa un' idea dando al motivo la sua completa figura psicologica, non essa può determinare l'azione, oppure può determinarla solo in quanto — come comporta la legge dell'unità psicologica — si fonde col sentimento, cioè come idea affettiva, come interesse del soggetto, o insomma come un suo bisogno. Invero un fine che non scaturisse dal soggetto, come da lui voluto, non sarebbe un vero e proprio fine; nè si può volere attuarlo senza risentirlo e riviverlo nel suo valore concreto o pratico, con le attrattive che gli derivano dalle tendenze fondamentali, o dall' impero di particolari sentimenti.

Ciò posto si comprende come una visione più o meno distinta delle conseguenze dell'atto, vale a dire un' intenzione, sia implicita pur nel motivo; ma non basta rappresentarsi quelle conseguenze perchè l'atto venga compiuto: devesi aggiungere la spinta di un sentimento.

Nel motivo vero e proprio vengono pertanto a integrarsi i due elementi intellettuale e affettivo. La pura oggettività astratta del fine non gli darebbe che un carattere contemplativo; la pura soggettività del sentimento, senza un termine di applicazione riflessa, darebbe all'atto, quando succedesse, un carattere puramente automatico. Soltanto dall' integrarsi dei due elementi o momenti spirituali può prorompere l'azione nel suo pieno valore morale. Il fine coordinato all'atto, ossia l' intenzione, dirige: il motivo,

(1) Aristotele stesso, in accordo con il concetto espresso circa il bene come motivo, più sopra riferito, per cui la causa ultima formale o finale agisce come causa efficiente solo in quanto sia l'obbietto del desiderio, nega nell' *Etica* (VI, 2, § 5) all' *idea per sè* ogni potere determinante: διάνοια αὐτὴ οὐθὲν κινεῖ, ἀλλ' ἡ ἕνεκά του καὶ πρακτική. — Per διάνοια πρακτική Aristotele spiega ciò che vuole significare con ὀρεκτικὸς νοῦς oppure ὄρεξις διανοητική. Insomma per Aristotele il puro intelletto non può mai essere una causa efficiente, ma solo l' intelletto diretto a un fine e misto all'appetito.

nella sua essenza affettiva, dà all' intenzione un'efficacia pratica. Molte intenzioni anche eccellenti rimangono sterili perchè manca loro l' impulso del sentimento, rimanendo limitate alla sfera della logica astratta (secondo il famoso motto " *Video meliora proboque, deteriora sequor* "). Può accadere che il soggetto attribuisca un valore determinante anche al motivo, se così possiamo dire, puramente intellettuale; ma sarebbe una credenza illusoria.

IV.

Non s' identifica con ciò il motivo con la passione, o con quelle disposizioni d'animo che caratterizzano ogni soggetto, e gli dànno in determinati momenti il senso impetuoso di speciali bisogni irresistibili. Opportunamente Iames Mill notava che la passione (*affection*), la disposizione (*disposition*), il motivo (*motif*) costituiscono tre stati di coscienza che devono rimanere distinti, benchè si usi, a designarli, un solo termine. Le frasi " amore della ricchezza ", " amore della dignità ", " amor di patria ", " amore del piacere " ecc. esprimono infatti una passione, cioè, secondo il Mill, la contemplazione della causa, passata o futura, di un dato piacere; una disposizione, cioè la facilità d'essere determinati da particolari motivi; un motivo, cioè l' idea di un piacere associata all' idea della sua causa [1].

Prescindiamo da una simile concezione associazionistica dei tre stati di coscienza, e riconosciamo — ciò che qui importa — l' indebita confusione di essi in un unico termine che o lascia supporre la loro identità, o genera equivoci. L'ambizione è una passione che crea nei casi singoli una disposizione o inclinazione verso alcuni atti particolari; si dirà che n' è anche il motivo? Il termine motivo sarebbe assunto in questo caso con una significazione troppo larga, che non gli può spettare. Nell'ambizione si esprime un bisogno di potenza, ma perchè questo bisogno diventi motivo, non basta che sussista come una generica disposizione di spirito; deve bensì specificarsi in fini particolari, con-

(1) *Analysis of the phaenomena of the human Mind*, 1869, V.e II, cap. XXII-XXIII.

creti. Il motivo insomma è sempre singolare, determinato, concreto. Il bisogno della potenza, nel nostro caso, è il genere: questo o quell'onore, ricercato in determinate circostanze, sotto la pressione di speciali stimoli affettivi, è il motivo, come specie di quel genere. L'egoismo, e un conseguente difetto di lealtà, possono essere il sostrato generico della menzogna; il motivo, propriamente detto, di una menzogna è il desiderio di trarre per sè, dall'inganno teso altrui, in un determinato divisamento, un particolare vantaggio: è il sentimento di questo, anticipato nell'imaginazione, che muove alla menzogna. La pietà è una disposizione permanente dell'anima: il motivo di un atto benefico, nell'uomo pietoso, è il sentimento stesso di compassione che in un dato caso un dato individuo risente, in quanto si coordina coscientemente in un atto specifico di soccorso.

Dicendo però che il motivo è la specie e la passione il genere, noi non stacchiamo l'uno dall'altro se non per un gioco di astrazione. In realtà ciò che rende possibile quel dato motivo, nella sua figura e nella sua specifica azione determinante, è appunto il sostrato donde emerge, l'affettività in cui si accende, la disposizione dello spirito che esso traduce. Il carattere è insomma il grande generatore dei motivi: non dunque la pura intelligenza o cultura intellettuale: non la bellezza o la verità degli ideali contemplati in un accesso di entusiasmo evanescente.

V.

Non si può quindi concepire il motivo come una *creazione* del soggetto, ma come una sua *rivelazione*. Ciascuno, eccitato da stimoli esterni, e munito dall'esperienza che gli fa intuire le conseguenze d'un atto possibile, manifesta una particolare disposizione ad agire in un determinato modo; e la riflessione, che si svolga in un calcolo più o meno sapiente, intervenendo, apre alla disposizione medesima, in quanto è impulsiva, la via dell'atto. Così si matura il motivo, che si pone pertanto come uno stato complesso di coscienza. Però non tutto il vasto dominio psichico di cui quel motivo è il segno (dovendosi comprendervi pur l'indole del soggetto) è esplicito nella coscienza che investe il motivo.

Se questo, nella sua costituzione integrale, non è mai una creazione della coscienza e della volontà, o il risultato di una deliberazione, conviene riconoscere ch' è anteriore, nel suo nucleo originario, all'una e all'altra. Può essere infrenato, disciplinato, coartato, così da riuscire pressochè sterile; ma nel fondo esso conserverà pur allora una certa vigoria, una qualche azione segreta e ribelle.

Il sostrato del motivo è pertanto nell' inconscio. Qui è il principio di scelta tra atti diversi, ed è impresa pressochè sovrumana voler render oggetto di scelta lo stesso motivo. Partecipando al carattere del soggetto, non può non sfuggire del pari, in buona parte, al dominio della volontà riflessa. Esso è sempre il prodotto di un'*equazione* personale. In più soggetti la volontà morale generica può essere identica, e può anche essere identica esteriormente l'azione; identici possono apparire gli stimoli esterni; ma il fondo dei motivi può differire quanto i rispettivi caratteri, e così che lo stesso atto rappresenti negli uni un alto valore morale, che negli altri può assolutamente mancare (1).

(1) Giovanni Stuart Mill sostenne che la moralità dell'atto dipende interamente dall' intenzione, vale a dire da ciò che l'agente *vuol fare*. Il motivo, cioè il sentimento che muove la volontà a una data azione, se non importa differenze nell'atto, non altera la moralità. (*Op. cit.*; cap. II). — Contrario è l' avviso di chi include nel motivo l' intenzione o una sua parte.

Osservo che se il giudizio non deve riguardare l'atto in sè ma deve considerarlo come una manifestazione dell'agente, anche il motivo come puro movente è oggetto di una legittima valutazione. Noi valutiamo anche il carattere o le tendenze istintive e inconscie. Lo notò del resto anche il Mill, poichè soggiunse che un' inclinazione del carattere da cui scaturiscono presumibilmente buone o cattive azioni, c' induce a una estimazione molto diversa dell'agente, specialmente se essa indica una disposizione abituale buona o cattiva. Certo è però che la valutazione *sociale* degli atti umani non può subordinarsi a un esame esauriente dei motivi, poichè se questi importano non poco nei nostri rapporti sociali, e alle nostre esigenze pratiche, molto importano anche per sè le conseguenze degli atti, siano o no volute; ed è naturale che la reazione sociale si manifesti principalmente verso queste, cioè verso l'esteriorità delle azioni. Non è da escludersi che un buon uomo compia per motivi buoni un'azione perniciosa; nè ciò può escludere ch'egli sia chiamato a rispondere del danno prodotto sia pure involontariamente.

VI.

Riprendendo ora in esame la teoria della sostituzione dei motivi siamo guidati, per le considerazioni esposte, da una più sicura coscienza critica.

Osserviamo primieramente che non è ben chiaro nella detta teoria il significato della parola *motivo*. L'istinto della conservazione e quello di potenza, il piacere, l'egoismo e l'altruismo sono assunti, negli esempi di sostituzione che abbiamo riportati, come motivi-impulso, o come motivi-fini? L'esame lascierebbe qualche dubbio circa la coerenza del significato attribuito in essi al motivo. Nell'istinto della conservazione, per esempio, il motivo parrebbe consistere in un impulso automatico, mentre nell'altruismo, succedente all'egoismo, prevarrebbe la riflessione. Ma lasciando da parte questa presumibile indeterminatezza, chiediamo se la teoria della sostituzione dei motivi, quale l'abbiamo esposta, possa sostenersi. Insomma un motivo *si sostituisce* veramente all'altro? L'evoluzione della condotta può assimilarsi in certo qual modo a una catena di anelli eterogenei? Vediamo.

Al motivo della conservazione succederebbe il motivo della potenza. Rilevo in primo luogo ch'è improprio considerare la conservazione o la potenza come motivi, essendo piuttosto passioni, bisogni generali, disposizioni permanenti. Come abbiamo notato il motivo è sempre qualche cosa di specifico, di determinato, di distinto; e tali non sono per sè gl'istinti della conservazione e della potenza. In secondo luogo devesi considerare che mentre la sostituzione presuppone che i due presunti motivi possano sussistere separatamente, il sentimento della potenza s'innesta per contro nell'istinto della conservazione costituendo la sua forza primaria, perchè, in ultima analisi, esso è lo stesso sentimento vitale, che nell'istinto della conservazione si estrinseca, sperimentandosi.

Per l'esperienza onde risulta l'efficacia della potenza, questa allarga, anche come sentimento, la propria sfera di sviluppo, e al soggetto si aprono nuove sorgenti di potenza, cioè si offrono nuovi strumenti di vita, nuovi mezzi di conservazione. Dunque i due istinti, della conservazione e della potenza, si sviluppano

parallelamente, come se costituissero un unico istinto. I motivi che le condizioni e le contingenze dell'esistenza provocano nel soggetto, accentuano e specificano questo istinto generico, in armonia con il processo dello sviluppo bio-psichico. È inesatto perciò parlare della sostituzione di motivo a motivo, ed è più proprio riconoscere il processo che io chiamo di *reintegrazione* (1) di uno stesso istinto in forme particolari e sempre più complesse di motivazione e determinazione pratica.

Lo stesso si ripeta del piacere, che non si può dire si sostituisca all' istinto della conservazione, se ne accompagna le estrinsecazioni come segno dell' energia vitale. Sarebbe illusione credere che il piacere si desideri per sè, e non come si desidera la vita di cui nel piacere si esprimono il senso e le soddisfazioni raggiunte.

Il motivo altruistico si sostituisce al motivo egoistico? Ciò significherebbe che l'egoismo come tendenza alla propria conservazione dovrebbe scomparire, e che l'altruismo nulla avrebbe di originario nell'uomo, ma sarebbe un puro prodotto dell'esperienza sociale o dell'educazione. Ma nè l'una nè l'altra tesi è sostenibile: non la prima perchè, come afferma lo stesso Hoeffding — il quale pur sembra aderire al principio della sostituzione dei motivi (2) — per quanto possa parere ideale il carattere che nel suo sviluppo assume la simpatia (forma elementare di altruismo), e possa essere vasta e sublime la cosa alla quale l'uomo si lega col suo piacere, essa è pur sempre una parte del suo io, ed egli una parte della cosa medesima. Il piacere e il dolore ch'egli vi ritrova sono il *suo* piacere, il *suo* dolore. Non può essere altrimenti. Se l'uomo non vuole annientarsi, il suo " disinteresse " può soltanto significare ch'egli partecipa immediatamente al piacere e al dolore altrui.

L'altruismo è in realtà originario nell'uomo non meno dell'egoismo, come manifestazione dell'istinto della specie. In ciò pure conviene l'Hoeffding, segnalando l'amor materno come il più forte dei sentimenti simpatici, il quale, rappresentando fra gli

---

(1) *La dottrina positiva delle idealità*. Roma, Athenaeum, 1914.

(2) Nell' *Etica* però egli fa qualche riserva, accennando a una *sostituzione* che sarebbe *fusione* (XIII, 4); ma come non scorgere che questi due termini si escludono?

uomini il rapporto sociale primitivo, sarebbe al tempo stesso il fondamento d'ogni altra forma di simpatia. " Il rapporto fra la madre e il figlio „ è la prima famiglia e la prima società umana; è ciò che rende impossibile un puro " stato di natura „, o l'individualismo assoluto [1].

VII.

Concludendo, la legge dell'evoluzione della condotta non è nel principio della sostituzione dei motivi, nè in quello della sostituzione dei valori; ma dall'esame che abbiamo fatto dell'una e dell'altra teoria appare, se non m'inganno, ch'essa è piuttosto tracciata dal *principio aristotelico,* che altrove ho largamente commentato [2].

Non voglio dire che l'incremento della personalità e il progresso storico prorompano dalle tenebre dell'inconscio come il prodotto di una sua inesplorabile potenza. Questo misticismo di foggia schopenhauriana, spegne più che non alimenti la fede nella coscienza, la quale è pur capace di creazioni sue proprie e di propositi originali e fecondi. Ma il principio che ho illustrato ha soprattutto questa significazione pratica: Un ideale che appaia sulla scena della vita individuale e storica con l'impeto misterioso d'un radicale rinnovamento, ha una potenza di realizzazione tanto maggiore quanto più vale a rivendicare contro il facile oblio dell'individuo, o le vili oppressioni dei popoli, le leggi eterne dello spirito, segnate come forze latenti ma infaticabilmente operose nella natura umana.

I valori umani fondamentali sono in pari tempo progressivi e perenni, e non agiscono per virtù di contemplazione, ma come motivi profondi della volontà e del carattere. Si accendono nei fini che come fari guidano per vie aspre e tortuose l'ascensione umana; e a questi fini conviene, direi quasi, abbandonarsi, quando

---

(1) Psicologia; VI, 84, 80.

(2) Vedi L'*Inconscio nel rinnovamento dello spirito*, in questi *Atti* (T. LXXVI; Parte Seconda), dove accenno ad altri miei studi relativi all'*Inconscio.*

si abbia il cuore puro e fermo, perchè susciteranno essi stessi le provvide energie multiformi ond' è ricca, per legge naturale, l' anima umana.

L' Inconscio non ha le lacune, le incertezze, l' infida casistica e le ambiguità d' una malferma e immatura coscienza; e non ne dobbiamo insidiare, dove esiste, il sano vigore — ossia le virtù semplici della nostra natura non ancora contaminata — con sostituzioni artificiali e superficiali.

Certo importa moltissimo proporsi atti superiori di bontà, di virtù, di giustizia; ma assai più importa essere buoni, virtuosi, giusti. L' Inconscio, ossia la spontaneità, disse il Carlyle, è più completo della coscienza. Fidiamo dunque in noi stessi, nel nostro carattere, più che nelle elucubrazioni dialettiche, le quali non ci daranno mai la potenza sovrana dell' azione.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 29 novembre 1917)

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1917-918 - Tomo LXXVII - Parte seconda

IL CANONE DI LEONARDO
SULLE PROPORZIONI DEL CORPO UMANO

del Prof. GIUSEPPE FAVARO, s. c.

(Adunanza ordinaria 28 ottobre 1917)

Tutte le parte dell' anjmale sien corrispondenti al suo tutto.
Codice Atlantico, f. 345 *V-b.*

Le proporzioni del corpo umano stabilite da Leonardo trovansi esposte saltuariamente in molti dei suoi manoscritti: le annotazioni che ad esse si riferiscono rappresentano in parte dati sicuri e bene ponderati, in parte semplici appunti preventivi, che andava il Nostro raccogliendo, in tempi e luoghi differenti, come materiali per la costruzione di quell' opera anatomica definitiva, la quale, o non venne compiuta, o, se compiuta, non giunse sino a noi.

Il poco, che si conosceva in proposito sino a pochi decennî or sono, si riassume in qualche foglio anatomico riprodotto qua e là, e nelle scarse notizie contenute nei Trattati della Pittura desunti dagli scritti di Leonardo, trattati i quali mettono tutti capo in sostanza a quello più antico del Du Fresne [1] ed all' altro, più esteso, del Codice Vaticano (Urbinate) 1270, edito

(1) Da Vinci L. — Trattato della Pittura nuovamente dato in luce colla vita dell' istesso Autore scritta da R. Du Fresne. — Parigi, 1651 - Notevoli, fra le molte successive ristampe, quelle di Napoli 1733 e 1770; Madrid, 1784; Bologna, 1786; Paris, 1803....

primitivamente dal MANZI (1), e che, come il precedente, non è se non " una compilazione disordinatamente fatta con estratti incompleti di quanto si trova scritto nei manoscritti autografi di LEONARDO DA VINCI, sparsi oggi nelle varie parti di Europa „ (2).

La raccolta più ricca, benchè incompleta, che possediamo oggidì delle proporzioni leonardesche, veramente degna di ammirazione per l'epoca nella quale fu fatta, allorchè la maggior parte degli scritti giaceva ancora inedita, è quella del RICHTER (3), che risale a più di trent'anni fa. I passi concernenti le proporzioni sono però riportati senza ordine nè raffronti, e con poche interpretazioni.

Venendo a considerare particolarmente le varie fonti per la ricostruzione del Canone leonardesco, ricordiamo in primo luogo alcuni fogli anatomici della Biblioteca Reale di Windsor, già pubblicati in buona parte dal RICHTER, riprodotti nel terzo volume dell'Edizione abusiva del ROUVEYRE (4), ed ora finalmente, sulla fine dello scorso anno, nel Quaderno Sesto di Anatomia, che corona così degnamente la poderosa opera degli Editori Norvegesi VANGENSTEN, FONAHN ed HOPSTOCK (5). Questo Quaderno comprende ventitrè fogli, dei quali il 4, 6, 7, 8, 9, 11, 15, 19, 21 con *recto* e *verso*, i rimanenti con solo *recto*, il 10 e l'11 di formato doppio, e tratta specialmente la teoria delle pro-

---

(1) DA VINCI L. — Trattato della Pittura tratto da un Codice della Biblioteca Vaticana. Per cura di G. MANZI. — Roma, 1817. — Notevoli, fra le numerose edizioni successive, quelle del LUDWIG, Wien, 1882 e Stuttgart, 1885; MILANESI, Roma, 1890; HERZFELD, Jena, 1909; PÉLADAN, Paris, 1910.

(2) UZIELLI G. — Ricerche intorno a L. d. V. — Serie seconda. — Roma, 1884. — Pag. 125-126.

(3) RICHTER J. P. — The literary works of L. d. V., compiled and edited from the original manuscripts. Vol. I. London, 1883. — Pag. 167: On the proportions and on the movements of the human figure.

(4) DE VINCI L. — Feuillets inédits accompagnés de plusieurs milliers de croquis et dessins. Vol. III. Notes et dessins sur les mesures et proportions du corps humain. 20 facs. — Paris, 1901.

(5) DA VINCI L. — Quaderni d'Anatomia VI. — Ventitrè fogli della Royal Library di Windsor. — Proporzioni — Funzioni dei muscoli — Anatomia della superficie del corpo humano — pubblicati da OVE C. L. VANGENSTEN, A. FONAHN, H. HOPSTOCK. — Christiania, 1916.

porzioni, le funzioni dei muscoli e l'anatomia esterna del corpo umano: concernono in particolare il nostro argomento i primi dodici fogli. Nella prefazione del Quaderno vengono riassunte le principali proporzioni ivi contenute.

Altri manoscritti della Biblioteca di Windsor, compresi sia in taluno dei precedenti Quaderni, sia nei Fogli A e B editi da SABACHNIKOFF e PIUMATI (1), contengono pure qualche proporzione.

Sono poi da ricordare i manoscritti della Biblioteca dell'Istituto e della Nazionale di Parigi, pubblicati dal RAVAISSON-MOLLIEN (2), ove le proporzioni sono contenute principalmente in qualche foglio dei mss. A, B, H e ASHBURNHAM 2038.

Menzioneremo quindi il Codice Atlantico (3) dell'Ambrosiana di Milano.

Molto importanti sono ancora due fogli posseduti dalla R. Galleria di Venezia, dei quali il n.º 228, il più celebre dei manoscritti leonardeschi di tale argomento, è il così detto " uomo nel quadrato e nel circolo ", riprodotto in due figure staccate già nelle prime edizioni di VITRUVIO (4) e in seguito, insieme con l'annesso testo, più volte, e, fra l'altre, dal GERLI (5), dal BOSSI (6) con note esplicative, e dal RICHTER. L'altro foglio fu pure riprodotto varie volte: ricorderemo in proposito i tre pre-

---

(1) DE VINCI L. — Les manuscrits de L. d. V. de la Bibliothèque Royal de Windsor. De l'Anatomie Feuillets A-B p. TH. SABACHNIKOFF et G. PIUMATI. — Feuill. A, Paris, 1898. Feuill. B, Turin-Rome, 1901.

(2) DE VINCI L. — Les manuscrits. Manuscrits A-M de la Bibliothèque de l'Institut. Manuscrits Ash. 2038 et 2037 de la Bibliothèque Nationale. Par CH. RAVAISSON-MOLLIEN. Six tomes. — Paris, 1881-1891.

(3) DA VINCI L. — Il Codice Atlantico nella Biblioteca Ambrosiana di Milano (per G. PIUMATI). — Milano, 1894.

(4) VITRUVIUS — Per JOCUNDUM solito castigatior factus cum figuris et tabula ut jam legi et intelligi possit — Venetiis, 1511. — Vedi anche l'Ed. del 1513 e quella del CESARIANO, 1521.

(5) GERLI C. G. — Disegni di L. d. V. incisi e pubblicati. — Milano, 1784. — Riprodotto con note illustr. da G. VALLARDI, id. 1830.

(6) BOSSI G. — Del Cenacolo di L. d. V. libri quattro. — Milano, 1810. — Pag. 202: Opinioni di L. intorno alle proporzioni del corpo umano; ristamp. a parte in: Delle opinioni di L. d. V. intorno alla simmetria dei corpi umani. — Milano, 1811.

detti Autori, e inoltre l' Uzielli (pag. 277-278) ed il Ravaisson-Mollien (in una nota del ms. H), i quali due ultimi ne pubblicarono il solo testo. Consideriamo con questo secondo foglio un terzo, che apparteneva pure, come avverte il Gerli (pag. 16), all' Accademia di Belle Arti di Venezia, ma che successivamente, per quanto riferisce l' Uzielli (pag. 277), è andato disperso, il quale riproduce parte della stessa figura del secondo, cioè un profilo, ma rivolto a destra anzichè a sinistra, con particolari suddivisioni schematiche: tale foglio fu riprodotto con l' annesso testo dal Gerli e dal Bossi, ma rimase sconosciuto al Richter.

Importanza poco minore hanno due altri fogli della Biblioteca Reale di Torino, editi dal Richter.

Sono finalmente da menzionare i predetti Trattati della Pittura, nè possiamo in via assoluta escludere che qualche proporzione, o nei citati scritti o in altri di Leonardo, sia sfuggita alle nostre ricerche.

Pure di pugno del Nostro devono con quasi assoluta certezza ritenersi i due profili umani con suddivisioni schematiche speciali, che figurano nella " Divina Proportione " di Frate Luca Pacioli (1): delle proporzioni del corpo umano stabilite nel testo di essa daremo qualche cenno in nota, ove dovremo instituire confronti con i dati leonardeschi.

* * *

I passi concernenti le proporzioni sono nei varî manoscritti del Nostro esposti alla rinfusa, spesso ripetuti in più luoghi e con valore non di rado diverso, o addirittura in contraddizione tra loro: qualche volta siamo di fronte a lapsus calami, non sempre facilmente riconoscibili (2).

---

(1) Pacioli L. — Divina Proportione. — Venezia, 1509. — Pag. 25 *r* e prima pag. della Sezione figurata; pag. 25 (17) *r*: Della mesura e proportioni del corpo humano della testa e altri suoi membri simulacro del architectura.

(2) Spesso scrive L. *testa* in luogo di *volto* o faccia, come si rileva dal contesto, o dall' esame degli schemi annessi, o dal confronto con altre proporzioni. Notiamo a questo proposito come, piuttostochè da un lapsus, ciò dipenda dal fatto che in tali casi il primo termine viene

Alcune proporzioni si deducono direttamente dal solo testo, interpretando opportunemente i termini talora strani e le perifrasi usate per designare i varî punti e livelli della superficie del corpo umano, a cui si riferiscono le dimensioni: altre si rilevano dal confronto fra il testo e le indicazioni, non sempre facilmente decifrabili, delle annesse figure schematiche (1): altre proporzioni finalmente si possono indurre dall'esame dei semplici schemi, interpretando le suddivisioni e le linee di riscontro.

Le distanze, gli " *sspatii* ", fra due punti determinati vengono per lo più misurate su rette, orizzontali o verticali, condotte perpendicolarmente a due piani paralleli passanti per i due punti anzidetti. Nelle figure di profilo le distanze orizzontali sono dirette sagittalmente tra due piani frontali, in quelle di faccia decorrono invece trasversalmente tra due piani sagittali: le distanze verticali poi sono misurate tra due piani trasversali. In qualche caso però la distanza è data direttamente dalla retta che riunisce i due punti.

Le proporzioni non sono naturalmente che approssimative, e notisi a tale proposito come LEONARDO usi spesso, per indicare la corrispondenza tra due dimensioni, le diciture " *è ssimile, àno simjlitudjne di grandeza* ", anzichè, come altrove " *è, si è, fia, entra, è tanto .... quanto, è pari* " etc.

Le proporzioni si riferiscono in prevalenza all'uomo maschio adulto, poche all'età infantile e giovanile, nessuna particolarmente alla donna.

Considerando il Canone di LEONARDO in confronto con altri precedenti e contemporanei, notiamo come talune delle sue principali proporzioni coincidano con quelle degli antichi Greci, riassunte da VITRUVIO (2) nel terzo libro del suo Trattato: tro-

---

usato come sinonimo del secondo: infatti il contemporaneo PACIOLI avverte come " *per testa comunamente .... se habia a intender aponto tutto el profilo m k* ", profilo che corrisponde nei ricordati schemi alla sola distanza dal dì sotto del mento alla radice dei capelli.

(1) Tali proporzioni, che sono in prevalenza, non vennero spiegate, tranne qualche eccezione, dai precedenti compilatori, i quali si limitarono alla semplice trascrizione del testo.

(2) VITRUVII — De Architectura libri decem. Edidit F. KROHN. — Lipsiae, 1912.

viamo tuttavia spesso, insieme con le vitruviane, altre proporzioni di valore diverso, frutto di propria osservazione.

Con il Canone di LEON BATTISTA ALBERTI [1], basato su principî differenti, non notiamo invece che rare e forse fortuite coincidenze: in quello stesso di Frate LUCA, benchè si voglia inspirato da LEONARDO, non si riscontrano, prescindendo dalle proporzioni attinte in comune da VITRUVIO, che poche corrispondenze.

***

Tenendo conto della qualità e quantità del materiale, ho distribuito le proporzioni nei sette gruppi seguenti, evitando, per quanto fu possibile, le ripetizioni, e limitandole alle sole necessarie per l'ordine e per la chiarezza:

I. Proporzioni dell'altezza totale del corpo.
II. Proporzioni intrinseche della testa e del collo.
III. Proporzioni intrinseche del tronco.
IV. Proporzioni intrinseche dell'arto superiore.
V. Proporzioni intrinseche dell'arto inferiore.
VI. Proporzioni estrinseche del tronco.
VII. Proporzioni estrinseche degli arti.

Proporzioni intrinseche sono quelle fra le varie dimensioni di una stessa parte, estrinseche quelle fra le dimensioni di parti diverse del corpo. Comprendo nelle proporzioni estrinseche del tronco quelle con tutte le rimanenti parti del corpo, cosicchè nell'ultimo gruppo, a proposito delle proporzioni estrinseche dei due arti, saranno escluse quelle, già trattate, in rapporto con il tronco, rimanendo le proporzioni fra ciascun arto e la testa e quelle reciproche fra i due arti.

---

(1) ALBERTI L. B. — Della Pittura e della Statua. — Milano, 1804.

Le principali fonti delle proporzioni saranno indicate dalle abbreviazioni seguenti:

F.... *r* o *v* . . . . Fogli del Quaderno VI dell'Edizione Norvegese, *recto* o *verso*.

A } f. *r* o *v* . . . . . Fogli A, B dell'Edizione SABACHNIKOFF-PIUMATI, idem.
B }

P. A }
P. B } f. *r* o *v* . . . . Fogli A, B etc. ASH. 2038 delle Biblioteche di Parigi, Edizione RAVAISSON-MOLLIEN, idem.
etc. }
P. Ash. }

C. f. *R* - o *V* - *a*, *b* etc. . Fogli del Codice Atlantico, idem, *a*, *b* etc.

V. I } . . . . Fogli I, II della R. Galleria di Venezia.
V. II }

V. III . . . . Foglio analogo al precedente.

T. I } . . . . Fogli I, II della Biblioteca Reale di Torino.
T. II }

TP. I } c.. . . . . Trattati della Pittura: I del DU FRESNE; II del Codice Vaticano, capiversi o paragrafi.
TP. II }

Altre fonti verranno indicate per esteso (1).

---

(1) La limitazione delle spese di stampa, imposta dalle presenti condizioni economiche, impedisce la riproduzione delle numerose figure illustrative; mi riprometto però, non appena sarà possibile, di curare una Edizione definitiva illustrata del Canone leonardesco.

I. PROPORZIONI DELL' ALTEZZA TOTALE DEL CORPO.

Altezza totale. — *Tanto apre l'omo ne le bracia quanto è la sua alteza*, cioè l'altezza totale corrisponde alla distanza tra gli apici delle sue dita medie, essendo gli arti superiori abdotti e disposti orizzontalmente, cosicchè l'intera figura umana può essere inscritta in un quadrato (V. I) (1).

Metà dell' altezza totale. — *Il menbro virile nasscie nel mezo dell'omo,* cioè la metà altezza del corpo coincide con la radice del pene (V. I) (2).

L'altezza totale corrisponde poi a:

3 volte lo spazio dalla incisura jugulare dello sterno alla radice del pene (V. I).

" la distanza dalla sommità della spalla (acromio) al polso (F. 7 *r*, 10 *r*).

---

(1) Proporzione attinta da Vitruvio, che così definisce la *quadrata designatio* del corpo umano: *Nam si a pedibus imis ad summum caput mensum erit eaque mensura relata fuerit ad manus pansas, invenietur eadem latitudo uti altitudo, quemadmodum areae, quae ad normam sunt quadratae ....* Il Pacioli include inoltre la figura umana in un quadrato, dove gli estremi delle mani e dei piedi corrispondono ai quattro angoli.

(2) Tale proporzione si deduce anche dal rapporto contenuto nel F. 11 *v*, nonchè nello stesso V. I, dove l'altezza totale è eguagliata a quattro volte la distanza dalla radice del pene al di sotto del ginocchio e ad altrettante da tale livello al suolo, cioè a due volte la distanza dal pene al suolo; la figura del foglio V. I lo dimostra.

In questa proporzione, che corrisponde fondamentalmente al vero, L., seguíto a breve distanza dal Dürer, si scosta decisamente dall'opinione di Vitruvio, che fissava il *centrum medium* del corpo nell' ombelico: vedremo in seguito in quali condizioni ciò si verifichi, e studiamo intanto le proporzioni della figura umana ritta.

4 **volte** lo spazio dalle *tette* (papille mammarie) al vertice (V. I) (*).

„ lo spazio *dalla forciella del petto jnsino alla sommità del capo* (C. f. 358 *R - a*) [1].

„ lo spazio *dalla somjtà del pecto* (incisura jugulare dello sterno) *all' onbelicho* (F. 8 *v*).

„ lo spazio dalle papille mammarie alla radice del pene (V. I).

„ lo spazio dalla radice del pene alla concavità mediale del ginocchio (V. I).

„ lo spazio da tale concavità al suolo (V. I).

„ *la magior largeza* del corpo, che è *nelle spalli*, cioè lo spazio fra le due convessità laterali dei muscoli deltoidi, essendo le braccia addotte (F. 8 *v*, 10 *r*; C. f. 358 *R - a*; V. I) (*, [2]).

„ la distanza fra i lati esterni delle due fosse ascellari ad arti abdotti orizzontalmente (V. I).

„ la distanza della linea mediana ventrale alla piega del gomito, essendo l'arto abdotto orizzontalmente (F. 7 *r*).

„ la distanza dalla piega del gomito esteso all'apice del dito medio, oppure dalla punta del gomito all' apice del pollice, cioè un cubito (*chupido*, *gomjto*) (F. 7 *r*, 8 *v*; C. f. 358 *R - a*; V. I) (*, [3]).

(*) Proporzioni vitruviane.

(1) Se per forcella del petto intendiamo, con il Richter, l'epigastrio, la dimensione è troppo elevata, mentre torna il rapporto, se per forcella intendiamo il livello, ove convergono medialmente ed in alto i solchi infrapettorali all'altezza delle papille mammarie. In tal caso la detta proporzione si identifica con la precedente vitruviana: *a medio pectore ad summum verticem quartae.*

(2) Nel F. 6 *r* tale spazio e quello della terza di tali proporzioni (dalla sommità del petto all' ombelico) risultano la quarta parte soltanto della distanza *dal djsotto del piè*, cioè dal suolo, *al nasscimento di sotto del naso*, cioè alle narici.

(3) Il Richter in V. I trascrive, in luogo di *quarta*, *quinta parte*.

6 volte lo spazio *dalle radjci de' chapegli alla somjtà del petto*, cioè all'incisura jugulare dello sterno (F. 6 *r*) (*).

„ lo spazio *da la forciella della.. somjtà del petto* o *dal di sopra del petto* (incisura jugulare dello sterno) *alla somità del capo* (vertice) (C. 358 *R - a*; V. I) (1).

„ la larghezza del tronco a livello della radice del pene ad arti inferiori addotti (V. I).

„ *il piè*, cioè la lunghezza del piede (C. f. 358 *R - a*) (*, 2).

7 volte lo spazio *dal di sopra del petto*, cioè dall'incisura jugulare dello sterno, *al nascimento* (radice) *de' capegli* (V. I).

„ *il piè*, cioè la lunghezza del piede (V. I).

8 volte lo spazio *da la somjtà del chapo al djsotto del mento*, cioè l'altezza della testa (F. 10 *r*; C. f. 358 *R - a*; V. I) (*, 3).

„ lo spazio dal di sotto del mento alle papille mammarie (V. I).

„ la distanza fra i margini anteriori dei due muscoli deltoidi alla loro origine clavicolare, essendo le braccia abdotte orizzontalmente (V. I).

„ *la magiore grosseza dell'omo dal petto alla sciena*, cioè il diametro anteroposteriore del torace (nell'uomo in piedi) (F. 10 *r*).

(*) Proporzioni vitruviane.

(1) Il Richter, trascrivendo, in C. f. 358 *R-a*, " *da la forciella alla sommità del petto* " (la trascrizione diplomatica dice testualmente " *della lla somjta* "), allude allo spazio fra epigastrio e incisura jugulare dello sterno: accettando la sua versione bisogna collocare la *forciella* a metà distanza tra papille mammarie e pene.

(2) Vitruvio e l'Alberti, dividendo l'altezza totale in soli sei piedi, alludevano forse all'unità di misura piuttosto che alla lunghezza reale del piede: vedremo come L., pure avendo ammesso il piede vitruviano, riconosca però nel piede lunghezze minori.

(3) Nel F. 10 *r* ammette L. che tale spazio sia un ottavo della distanza della radice dei capelli, anzichè dal vertice, al suolo.

8 volte la distanza dal lato esterno della fossa ascellare alla piega del gomito esteso, ad arto abdotto orizzontalmente (V. I).

9 volte l'altezza della testa (C. f. 160 *R-a*) (1).

" lo spazio *dal nascimento de' chapellgli allo mento*, cioè l'altezza della faccia (*volto*) (F. 10 *r*) (2).

" lo spazio *da la fontanella de la gola a la spalla*, cioè dalla incisura jugulare dello sterno all'acromio (C. f. 160 *R-a*).

" la distanza, direttamente misurata, dalla spalla alla *tetta* (papilla mammaria) (C. f. 160 *R-a*).

" lo spazio *da l'una all'altra tetta* (C. f. 160 *R-a*).

" la distanza, direttamente misurata, *da ciaschuna tetta alla fontanella*, cioè all'incisura jugulare dello sterno (C. f. 160 *R-a*) (3).

" *l'omo a djacere*, cioè il diametro anteroposteriore del torace nell'uomo coricato (F. 11 *v*).

" *la lungeza della mano* (C. f. 160 *R-a*).

---

(1) Non è improbabile che L. intendesse qui di scrivere *testa* in luogo di *volto*, e in tal senso corregge il Richter. Tuttavia in un codice membranaceo della Biblioteca Ashburnham, illustrato dal Mancini (M. G. — Di un codice artistico e scientifico del quattrocento, con alcuni ricordi autografi di L. d V. — Arch. stor. ital., T. 15, 1885), di cui è molto dubbio che autore fosse Cecco di Giorgio, ma che fu indubbiamente studiato da L., la statura dell'uomo è stabilita (sulla fede del Mancini, pag. 6 dell'estratto) egualmente di nove teste. Tale proporzione del resto, benchè meno reale ancora dell'altra di otto, non è lontana da quella osservata in qualche capolavoro statuario dell'antica Grecia, come nell'*Apossiomeno* di Lisippo.

(2) L. afferma veramente che tale spazio è un nono della distanza dalla radice dei capelli al suolo, trascurando il breve segmento del cuoio capelluto: però nel F. 4 *r*, come si vedrà tra poco, è stabilito che la metà altezza della faccia corrisponde ad un diciottesimo dell'altezza totale. Tale rapporto è più vicino al reale in confronto del vitruviano di dieci facce, che è menzionato più sotto.

(3) Queste ultime quattro proporzioni (non tutte reali), analoghe all'altezza della faccia, possono anche dedursi indirettamente dal F. 2 *r*, come si vedrà nei cap. III e VI.

10 volte lo spazio *dal nascimento de' capegli al fine di sotto del mento*, cioè l'altezza della faccia (C. f. 358 *R*-*a*; V. I; TP. I c. 167; TP. II c. 293) (*).

„ *tutta la mano, da la giuntura de la palma ... jnsino alla sommjtà del dito lungho* (C. f. 358 *R*-*a*; V. I) (*).

12 volte lo spazio dalla *bocha*, cioè dalla rima orale, alla radice dei capelli (F. 10 *r*).

„ *la magior largeza del volto*, cioè la massima larghezza della faccia a livello delle rime palpebrali (F. 10 *r*).

15 volte lo spazio *dal mento alli ochj*, cioè dal di sotto del mento alla rima palpebrale (F. 10 *r*).

„ lo spazio *dal mento alla masschiella*, cioè la distanza, di profilo, dalla convessità anteriore del mento all'angolo della mandibola (F. 10 *r*).

„ *la grosseza del chollo in proffilo* cioè il diametro antero-posteriore del collo (F. 10 *r*).

16 volte lo spazio da *la somjtà dell'orechio alla somjtà del chapo* (F. 10 *r*) (1).

„ lo spazio dal di sotto del mento al *lagrimatoio*, cioè al-l'angolo mediale dell'occhio o alla rima palpebrale (F. 10 *r*).

„ lo spazio *dalla punta del mento a cquella della massciella*, cioè all'angolo mandibolare (F. 10 *r*) (2).

18 volte *la metà del volto*, cioè la metà altezza della faccia *dal mezo del naso al djsotto del mento* (F. 4 *r*).

(*) Proporzioni vitruviane.

(1) Vedremo nel cap. II come la distanza dall'estremità superiore del padiglione auricolare al vertice sia, nelle proporzioni normali più frequenti, inferiore e non eguale alle due distanze successive.

(2) Questo spazio e quello della precedente proporzione sono considerati nello stesso F. 10 *r* anche come un quindicesimo dell'altezza totale (vedi più sopra): trattasi probabilmente di misurazioni di individui differenti.

18 volte lo spazio *dal djsopra della gola al principio dj sotto*, cioè dall'angolo della regione joidea, a livello della parte inferiore del mento, alla incisura jugulare dello sterno (altezza del collo di faccia) (F. 4 *r*).

42 volte *la mjnore grosseza del b*[*raccio*] *in proffilo*, cioè lo spessore del polso dalla faccia volare alla dorsale (F. 10 *r*).

54 volte lo spazio *dal djsopra al djsotto del mento*, cioè dal solco labiomentale alla parte inferiore del mento (F. 4 *r*) (1).

***

Vetruvio architecto mecte nella sua opera d'architectura che lle mjsure dell'omo sono dalla natura disstribujte in quessto modo, cioè che 4 diti fa 1° palmo, e 4 palmj fa 1° piè, 6 palmj fa un chubito, 4 cubiti fa 1° homo, he 4 chubiti fa 1° passo, he 24 palmj fa 1° homo (V. I) (2).

Se l'omo di 2 b[*raccia*] *è picholo, quello di quattro è ttropo grande: essendo la vja di mezo laudabile, il mezo jnfra 2 e 4 si è 3, adunque piglia 1 omo di 3 b*[*raccia*] (C. f. 160 *R - a*) (3).

Nell'uomo ritto, ad arti superiori disposti verticalmente, il gomito trovasi all'altezza della cintola, il polso a quella della radice del pene, e la radice del pollice a livello della parte inferiore dei genitali (F. 10 *r*).

---

(1) Varie altre distanze, che rappresentano frazioni dell'altezza totale, non vengono da L. poste direttamente in rapporto con essa, ma si potrebbero dedurre indirettamente da altre proporzioni.

(2) Tali rapporti sono ammessi da Vitruvio saltuariamente nel seguito del libro III, e risulta da essi e da suddivisioni che si trovano parallelamente al lato inferiore del quadrato dell'annessa figura leonardesca, che la statura umana è di 96 diti. Il Solmi (S. E. — Le fonti dei manoscritti di L. d. V. — Suppl. 10-11 al Giorn. stor. della Letteratura Italiana, 1907-1908, pag. 298-299), nello studio delle fonti cui attinse L., riporta di questo, nei raffronti con Vitruvio relativi al nostro argomento, solo il passo presente e quello dell'uomo nel circolo, che vedremo più sotto.

(3) L'antico braccio fiorentino (da panno) misurava centimetri 58,36 e il milanese 59, 49, cosicchè la statura media dovrebbe corrispondere a centimetri 175 - 178 ½, cifra invero un po' elevata.

Nell' uomo in piedi di profilo si trovano sulla stessa verticale: il *puso dell' orechio*, cioè l' orifizio auricolare; *la nose della spala*, cioè l' acromio; *la nose del fiancho*, cioè il gran trocantere; *la nose del piè*, cioè il malleolo laterale (F. 11 *r*).

La *fontanella della gola*, cioè la fossa del giugulo, *chade sopra il piè*, trovasi cioè sulla verticale che passa per il piede; sporgendo un braccio innanzi, essa si sposta indietro; spostando *la ganba indirieto, la fontanella va inanti* (P. Ash. f. 20 *v*).

Se ttu apri tanto le gambe che ttu chali da chapo, cioè diminuisca, $^1/_{14}$ *di tua alteza,* e apri e alzi tanto gli arti superiori, da giungere con l' apice delle dita medie a livello del vertice della testa, *sappi che 'l cientro delle stremità delle aperte menbra fia il bellicho e lo spatio che si truova in fra le ganbe fia triangolo equilatero.* In tal modo l' intera figura umana può venire inscritta in un circolo, avente il centro nell' ombelico (V. I) (1).

Il mezo dell' omo che ssiede, cioè la metà distanza fra il vertice e la parte inferiore delle natiche dell' uomo seduto, trovasi *djsotto della popa* e *djsotto della spalla*, cioè a livello del solco infrapettorale e dell' avvallamento sottostante all' angolo inferiore della scapola. Tale altezza dell' uomo seduto supera la metà altezza dell' uomo in piedi di quanto è la larghezza e la lunghezza dello scroto (*testichulj*) (F. 8 *r*).

Se uno s' inginochia quello stremerà, cioè diminuirà, *la quarta parte dj sua alteza* (F. 8 *r*).

L' uomo inginocchiato giunge con il vertice al di sotto del braccio, abdotto orizzontalmente, dell' uomo ritto in piedi (F. 8 *r*).

---

(1) Tale schiarimento alla parte di figura rappresentante l' " uomo nel circolo " è dato da L. sviluppando e completando il concetto di VITRUVIO, che cioè *si homo conlocatus fuerit supinus, manibus et pedibus pansis circinique conlocatum centrum in umbilico ejus, circumagendo rotundationem utrarumque manuum et pedum digiti linea tangentur.* Il PACIOLI, illustrando tale proporzione, afferma erroneamente che anche *la sumita del capo* viene toccata dal circolo. Prescindiamo dalle ulteriori modificazioni proposte a quella leonardesca del principio vitruviano.

Stando l' omo ginochionj cholle manj al petto, il belicho fia il mezo di sua alteza e ssimilmente le punte de' gomjtj, cioè ombelico ed olecrani si trovano a metà distanza fra il vertice e la parte inferiore delle ginocchia flesse (F. 8 *r*).

Tanto diminuisce l' uomo nel piegamento dell' uno dei suoi lati, cioè nella flessione laterale del tronco, *quanto egli cresce nell'altro suo lato opposito, e tal piegatura sarà all' ultimo subdupla alla parte, che si estende*, cioè la metà di questa (TP. I c. 204); però *el belicho mai esscie di sua alteza overo il menbro virile*, cioè nè ombelico nè pene s' innalzano o s'abbassano (P. A f. 29 *r*.).

Essendo *le reni innarchate overo sciene*, cioè nella flessione ventrale del tronco, *senpre le poppe son più basse che lle spatole d' essa sciena*, cioè le sporgenze dei muscoli grandi pettorali sono più basse di quelle delle scapole; nei *pecti narchati*, cioè nella iperestensione del tronco, *senpre le poppe son più alte che lle spatole della sciena;* nelle *rene dirichte*, cioè a tronco diritto, saranno *senpre trovate le poppe dell' altezza d' esse spatole* (B f. 21 *r*) (1).

* * *

Il feto, anche a termine, ha la lunghezza del proprio cordone ombelicale (Quaderno III, f. 7 *r*, *v*).

Nel feto, anche a termine, la vena ombelicale, e quindi l' ombelico, trovasi nel mezzo del tronco (Quaderno III, f. 8 *r*).

Il feto a termine misura un braccio e cresce poi comunemente in media tre braccia (Quaderno III, f. 7 *r*) (2).

Ciascuno homo.... nel terzo anno hè lla metà della sua alteza ultima (P. H f. 31 *r*).

L' accrescimento dell' uomo va sempre più rallentando, a partire dalla nascita, sino al completo sviluppo (Quaderno III, f. 7 *r*).

---

(1) Omettiamo altri dati, relativi a modificazioni di rapporti consecutive ai diversi atteggiamenti, perchè non concernono direttamente le proporzioni della figura umana.

(2) Vedi nota 3 pag. 13. La misura del neonato è evidentemente troppo elevata.

II. PROPORZIONI INTRINSECHE DELLA TESTA E DEL COLLO.

A. Proporzioni di profilo.

L' altezza della testa, dal di sotto del mento al vertice, è di un sesto superiore a quella della faccia (*volto*), dal di sotto del mento alla radice dei capelli (F. 11 *v*).

La metà dell' altezza della testa coincide con l' angolo mediale (*lagrimatoio*) dell' occhio (F. 1 *r*).

Lo spazio *dal nasscimento djnanzi de' capellj* alla *sommità del chapo*, cioè dalla radice dei capelli al vertice, equivale a quello dal *fine dj soto del naso alla congiuntion de' labri dinanzi della bocha*, cioè all' altezza del labbro superiore (F. 1 *r*) (1).

Lo stesso spazio dalla radice dei capelli al vertice equivale ad un quinto dell' altezza della testa (V. III) (2).

La metà dell' altezza della faccia coincide con la metà dell' altezza del naso (F. 4 *r*; P. A f. 63 *r*.).

L' altezza della faccia è divisibile in tre parti eguali:

la prima dal di sotto del mento al *principio di sotto del naso*, cioè al margine inferiore del setto nasale o alla narice;

la seconda da questo livello sino al *dj sopra del naso dove principiano le ciglia*, cioè sino allo spazio fra i sopraccigli (altezza del *naso*);

---

(1) Benchè tale affermazione sia confortata, più che dall' annesso profilo del F. 1 *r*, da quello del F. 3 *r*, pure le proporzioni dedotte da altri rapporti ci fanno ritenere come, con maggiore frequenza, il segmento del cuoio capelluto corrisponda a due volte l' altezza del labbro, anzichè ad una soltanto.

(2) Secondo questa proporzione invece, lo stesso spazio equivale a tre volte il precedente. Anche tale disposizione si scosta dalla tipica: vedremo in proposito alla fine delle proporzioni di profilo.

la terza parte da questo livello al *nassimento*, cioè alla radice, dei capelli (altezza della *fronte*) (F. 1 *r*, 4 *r*: V. I, III) (*).

Lo spazio fra il *principio dj sopra del mento*, cioè il solco labiomentale, e la radice dei capelli equivale ai cinque sesti dell' altezza della faccia (F. 7 *v*).

Lo spazio dalla rima orale al di sotto del mento è un quinto dell' altezza della testa (V. III) (1).

Lo stesso spazio fra rima orale e profilo inferiore del mento è un quarto dell' altezza della faccia (F. 4 *r*, 9 *r*; V. III).

L' altezza del mento, dal suo profilo inferiore al solco labiomentale è un sesto dell' altezza della faccia (F. 4 *r*; V. III).

Lo spazio dal solco labiomentale al setto nasale è un sesto dell' altezza della faccia (V. III).

Il solco labiomentale trovasi a metà distanza fra il di sotto del mento e il setto nasale (P. A f. 63 *r*).

Lo spatio ch' è infra 'l taglio della bocha e 'l principio del naso, cioè l' altezza del labbro superiore, è la settima parte dell' altezza della faccia (F. 4 *r*) (2).

Lo spazio fra rima orale e solco labiomentale, cioè l'altezza del labbro inferiore, è la terza parte dello spazio fra rima orale e profilo inferiore del mento, e la dodicesima parte dell' altezza della faccia (F. 4 *r*).

Il taglio della bocha, cioè l' angolo delle labbra, *in proffilo* è diretto verso l' angolo della mandibola (P. A f. 63 *r*).

(*) Proporzione vitruviana.

(1) Vedasi per tale rapporto, che non corrisponde alla disposizione tipica, alla fine delle proporzioni di profilo.

(2) Questo rapporto sta in contraddizione con tutti gli altri: vedremo come l' altezza del labbro superiore sia la settima parte di metà altezza della testa normale e la dodicesima parte dell' altezza della faccia.

Del resto, se nella presente proporzione l' altezza del labbro è eccessiva, quella che risulta dalle rimanenti proporzioni leonardesche è invece un po' inferiore alle dimensioni reali.

Dividendo l'altezza del naso in quattro parti, l'inferiore *entra dal disopra delle anarise al djsotto della punta del naso*, sta cioè tra solco alare e profilo inferiore del naso, mentre la superiore va *dal lagrimatoio dell'ochio all' apichatura delle ciglia*, cioè dall' angolo mediale dell' occhio allo spazio fra i sopraccigli (F. 5 *r*).

La distanza fra i due solchi orbitopalpebrali superiore ed inferiore (essendo l' occhio aperto e rivolto all' innanzi) equivale a quella fra quest' ultimo solco e l' ala del naso (P. A f. 63 *r*) [1].

L' altezza della faccia equivale alla distanza fra due verticali tangenti, l' una allo spazio tra i sopraccigli (talora anche al labbro, o al mento, o ad entrambi), l' altra alla massima convessità dorsale della testa, cosicchè il profilo, esclusi il tratto soprastante al livello della radice dei capelli (sulla linea mediana anteriore) ed escluso il naso, può inscriversi in un quadrato (F. 1 *r*, 2 *r*, 3 *r*; P. A f. 63 *r*) [2].

La distanza dallo spazio fra i sopraccigli al solco labiomentale forma con quella dall'angolo della mandibola al *fine di sopra delio orechio colla tenpia* (cioè all' angolo anterosuperiore del rettangolo verticale in cui può inscriversi il padiglione auricolare) *uno quadrato perfecto*, il cui lato equivale all' altezza di mezza *testa* [3]. E quindi solco labiomentale ed angolo della mandibola non solo distano tra loro della detta dimensione, ma si trovano anche alla stessa altezza (V. II).

---

(1) Proporzione giovanile.

(2) Nella fig. del F. 2 *r* rimane escluso dal quadrato anche un breve tratto dorsale della testa. Il Pacioli, nei due profili disegnati da L., traccia un triangolo equilatero, di cui un lato corrisponde all' incirca a quello verticale anteriore del quadrato della proporzione leonardesca, mentre l' angolo opposto ad esso trovasi sulla nuca a livello della protuberanza occipitale esterna (*cotozza*). Una verticale passante per questa protuberanza forma con la verticale tangente alla faccia, che ne misura l' altezza, un rettangolo a lati maggiori pure verticali, dal quale rimane esclusa la calotta occipitale (*occiputto* o *cicotola*) per uno spessore, che corrisponde ad un nono del lato orizzontale minore del rettangolo.

(3) Evidentemente, come dimostra anche l' annessa figura illustrativa, L. intendeva scrivere *testa* nel senso di *volto*.

Il padiglione auricolare trovasi allo stesso livello e misura la stessa altezza del naso (dal setto ai sopraccigli), cioè un terzo della faccia (F. 1 *r*; 12 *r*, P. A f. 63 *r*).

L' altezza del padiglione auricolare è eguale alla distanza dal setto nasale al *coperchio dell'ochio*, cioè alla palpebra superiore inclusa (P. A f. 63 *r*) (1).

Da la somjtà dell' orechio alla somità del chapo è la stessa distanza che dal di sotto del mento all' angolo interno dell' occhio (F. 10 *r*) (2).

Lo spazio fra il margine posteriore del padiglione auricolare e la massima sporgenza dorsale della testa corrisponde allo spazio fra rima orale e profilo inferiore del mento (F. 3 *r*).

Dal cantone dell' osso dell' ochio, cioè dalla parte esterna del margine orbitale, al padiglione auricolare, è lo spazio corrispondente alla lunghezza del padiglione stesso e ad un terzo dell'altezza della *testa* (V. II) (3).

Il *pincierolo che ssi trova infra 'l buso dell'orechio inverso il naso*, cioè verosimilmente il trago, trovasi a metà distanza fra la *nucha*, vale a dire la massima sporgenza dorsale della testa, e *'l ciglio*, cioè il sopracciglio (F. 10 *r*).

La distanza dalla predetta *nuca* all'orifizio auricolare equivale allo spazio dal setto nasale al di sotto del mento (P. A f. 63 *r*) (4).

Lo spazio fra la *choda* o angolo laterale dell' occhio e il *buso dello orechio* od orifizio auricolare, equivale alla distanza dall' angolo mediale dell' occhio alla radice dei capelli (F. 12 *r*).

El cavo dell' osso della guancia, cioè la depressione al di sotto dell' osso zigomatico, è equidistante dall' apice del naso e

---

(1) Proporzione giovanile.

(2) Vedremo alla fine delle proporzioni di profilo come tale rapporto non corrisponda alla disposizione tipica, ma ad una delle due varietà di essa: nella disposizione più frequente lo spazio fra orecchio (estremo superiore) e vertice equivale all' altezza di mezza faccia.

(3) L. scrive *testa* in luogo di *volto*, come correggono anche il Bossi ed il Richter.

(4) Proporzione giovanile.

dal *confine della masciella ch' è la punta di sotto dello orechio*, cioè dall' angolo mandibolare (V. II).

La distanza dall' orifizio auricolare all' ala del naso equivale a quella dall'angolo della mandibola alla rima orale (sulla linea mediana): tali distanze corrispondono a metà altezza della faccia ed al diametro anteroposteriore del collo a livello dell' angolo joideo (P. A f. 63 *r*) (1).

L' orechio (2) cade nel mezzo del collo (P. A f. 63 *r*; V. II).

La distanza *da lo ultimo sporto del mento alla gola*, cioè dal profilo anteriore del mento all' angolo della regione joidea, equivale allo spazio fra rima orale e profilo inferiore del mento, cioè alla quarta parte della faccia (F. 4 *r*).

Lo spazio dall' angolo joideo all'incisura jugulare dello sterno è metà altezza della faccia (F. 4 *r*; V. III) (3).

La *grosseza del chollo* nel suo diametro anteroposteriore *entra una volta e* $^3/_4$ nella distanza dal *ciglio*, cioè dallo spazio tra i sopraccigli, alla *nucha* o massima sporgenza dorsale della testa (F. 4 *r*) (4).

Lo stesso spessore del collo di profilo equivale allo spazio dal di sotto del mento *alli ochj*, cioè alla rima palpebrale, ed allo spazio dal profilo anteriore del *mento alla masschiella*, cioè all' angolo mandibolare (F. 10 *r*).

Lo spazio dal profilo anteriore del mento *al djrieto*, cioè al profilo dorsale, *del chollo*, equivale allo spazio fra rima orale e

---

(1) Proporzioni giovanili.

(2) Verosimilmente, come dimostrano anche i profili, deve intendersi per orecchio il solo trago.

(3) La proporzione vale quando l' angolo joideo è alla stessa altezza del profilo inferiore del mento: nel caso della figura del foglio V. III, dove, per la esistenza di un sottomento, il detto angolo è spostato in basso sino quasi alla prominenza laringea, l'estremo superiore dello spazio in questione deve riferirsi al livello del profilo inferiore del mento: giustamente lo rettifica anche il Bossi.

(4) Ciò significa che il diametro anteroposteriore della testa, equivalente, come sappiamo, all' altezza della faccia, è una volta e tre quarti quello del collo.

radice dei capelli, cioè ai tre quarti dell'altezza della *tessta* (F. 4 *r*) (1).

*
* *

Il profilo infantile può inscriversi in un circolo avente per centro l'orifizio auricolare: tale circolo coincide con la volta cranica sino alla metà superiore della fronte, con l'apice del naso, con la convessità del mento e con la prominenza laringea: tutti questi punti sono quindi equidistanti dall'orifizio auricolare (P. A f. 2 *v*) (2).

*
* *

Dalle proporzioni ora esposte della testa e del collo in profilo, noi possiamo concludere che L., meno qualche eccezione, fornì del resto rapporti coordinati tra loro, e (tenendo conto delle rettifiche fatte a piè di pagina) tali da permettere di ricostruire un sistema di proporzioni bene determinate.

La dimensione da usarsi come unità di misura o modulo per le rimanenti, è la metà dell'altezza del mento (F. 4 *r*), o più semplicemente *l'altezza del labbro,* tanto superiore, dal setto nasale alla rima orale, quanto inferiore, dalla rima orale al solco labiomentale, perchè si equivalgono. Infatti l'altezza del labbro, nella disposizione tipica di L., entra venti volte nell'altezza della testa e del collo, dal vertice all'incisura jugulare dello sterno, e cioè quattordici volte nella testa, dodici nella faccia (3), sei nel collo.

---

(1) L. scrive verosimilmente *tessta* in luogo di *volto*, della cui altezza il secondo spazio è appunto i tre quarti. Osserviamo tuttavia come la distanza dal mento al di dietro del collo si avvicini piuttosto ai tre quarti dell'altezza della testa, anzichè della sola faccia.

(2) Nel profilo stesso si osservano ancora due brevi archi di cerchio, incrociantisi un po' al davanti ed in basso dell'orifizio auricolare, due punti sulla volta cranica ed uno sull'angolo joideo. Il Ravaisson-Mollien trova modo, spostando un po' i punti, di inscrivere il profilo anche in un esagono, stabilendo proporzioni che non riportiamo, non ritenendole corrispondenti al pensiero di L.

(3) In TP. I c. 39 (TP. II c. 264) l'altezza della *testa* viene divisa in *dodici gradi:* trattasi però di suddivisione teorica e non corrispondente ai labbri, che sono invece quattordici, o come varietà (e lo vedremo fra poco) tredici o quindici: a meno che per *testa* non si voglia alludere all'altezza della faccia.

Le altezze dei varî segmenti della testa e del collo, considerati dall'alto al basso, rimangono così distribuite:

Cuoio capelluto	labbri	2
Fronte	"	4
Naso: dallo spazio fra i sopraccigli all'angolo mediale dell'occhio	"	1
Naso: dal detto angolo a metà altezza	"	1
Naso: da metà altezza al solco alare	"	1
Naso: dal detto solco al setto nasale	"	1
Labbro superiore	"	1
Labbro inferiore	"	1
Mento	"	2
Collo	"	6
Totale	"	20

Tale è dunque la disposizione tipica, che desumiamo dalla maggior parte delle proporzioni: tuttavia, come avvertimmo già preventivamente in qualche nota, esistono altre proporzioni che non concordano con essa. Infatti dai rapporti sopra riferiti dei F. 1 *r* e 3 *r* risulta che l'altezza del segmento del cuoio capelluto è soltanto di *un labbro*. Viceversa nel foglio V. III il testo e il profilo dimostrano che la testa è divisibile in cinque parti, delle quali la prima corrisponde allo spazio fra radice dei capelli e vertice e l'ultima a quello dalla rima orale al di sotto del mento: vedemmo ancora come nel F. 10 *r* dalla sommità dell'orecchio a quella della testa si abbia uno spazio che concorda con tale proporzione, secondo la quale il cuoio capelluto ha un'altezza di *tre labbri* (1).

Ed in realtà questo segmento è uno dei più variabili. A differenza di alcune proporzioni greche, che vi comprendevano, nei rapporti con la

(1) Recentemente il Mortet (M. V. — La mesure de la figure humaine d'après les dessins de Villard de Honnecourt, d'Albert Dürer et de L. d. V. — Mélanges offerts a M. E. Chatelain per ses élèves et ses amis. — Paris, 1910), pure riportando dal Richter che L. dà al segmento del cuoio capelluto l'altezza del labbro superiore, sostiene che il Nostro, come eccezioni più volte ripetute, dà addirittura al detto segmento un'altezza equivalente ad una delle tre sezioni eguali della faccia, cioè l'altezza, secondo le proporzioni ora vedute, di quattro labbri.

Non nego che, come rara eccezione, in qualche studio di testa di adulto (ad es. in uno relativo al cartone della Battaglia d'Anghiari: vedi Richter, vol. I, pag. 338) la volta cranica sia stata da L. abbozzata secondo il detto rapporto, il quale non viene però sancito da alcuna proporzione del suo Canone: tuttavia dei due profili leonardeschi, citati dal Mortet nel I° volume del Richter a sostegno della sua tesi, quello della tav.

faccia, anche i capelli (e per tacere di Canoni egiziani, che vi includevano pure il voluminoso copricapo), L. considera sempre il capo senza i capelli; malgrado questo, le oscillazioni individuali nell'ampiezza della fronte e nella convessità della volta cranica rendono sempre l'altezza del segmento del cuoio capelluto assai diversa nei diversi individui. E infatti L., perfettamente convinto di questo, stabilì per detto segmento le tre proporzioni di $^1/_{13}$, $^1/_7$ ed $^1/_5$ dell'altezza totale della testa (testa rispettivamente di 13, 14 e 15 labbri), scegliendo la proporzione intermedia come tipica [1].

XXXII misura, nel tratto corrispondente al cuoio capelluto, tre labbri, e quello della pag. 337, due.

La proporzione ammessa dal MORTET, in base alla quale lo spazio fra i sopraccigli dimezza l'altezza della testa (i detti profili sono privi di capelli), è, come ci apprendono i Canoni moderni, disposizione infantile, ed anzi nel primo biennio di vita prevale il segmento soprastante al detto spazio.

(1) Nel Canone del PACIOLI la faccia è divisa egualmente in tre parti secondo la proporzione vitruviana, però lo spazio dal setto nasale al di sotto del mento è suddiviso solo in tre parti, corrispondenti ai due labbri ed al mento, che hanno altezza eguale, pari ad un nono dell'altezza della faccia: proporzione meno irreale certo della leonardesca. La orizzontale che unisce la protuberanza occipitale esterna alla verticale tangente alla faccia (e che dimezza il triangolo equilatero ed equivale al lato minore del rettangolo veduto nella nota 2 a pag. 18) segna la metà altezza della faccia e attraversa l'orecchio (che ha gli stessi rapporti che nel Canone leonardesco) nel tratto di sua maggiore larghezza, la quale è un sesto dell'altezza della faccia (altrove un sesto della linea orizzontale). L'altezza dell'occhio con le due palpebre, e di solito il naso dalla base alla punta, sono un nono dell'altezza della faccia, mentre il segmento del cuoio capelluto misura un sesto della lunghezza della orizzontale predetta. Il diametro anteroposteriore del collo equivale ai due terzi posteriori di quest'ultima linea.

Nei profili del PACIOLI il lato minore del rettangolo, considerato come altezza del triangolo equilatero di dodici labbri leonardeschi di lato, risulta dal teorema di PITAGORA di labbri dieci e due quinti circa ($12^2 = 144$; $6^2 = 36$: $144 - 36 = 108$; $\sqrt{108} = 10,39$), ed essendo il segmento del cuoio capelluto, secondo Frate LUCA, un sesto di tale lunghezza, esso equivarrà a labbri leonardeschi uno e tre quarti circa ($10,39 : 6 = 1,73$). Il diametro anteroposteriore del collo, che nell'adulto misura secondo il Canone leonardesco sette labbri (F. 10 *r*) o poco meno (F. 4 *r*), risulta anche dalla proporzione del PACIOLI di poco meno di sette labbri ($10,39 : 3 = 3,46$; $3,46 \times 2 = 6,92$)

***

Se consideriamo l'altezza totale in rapporto con il modulo *labbro*, troviamo che in media essa corrisponde, nella disposizione tipica, a *108-112 altezze di labbro*, con un minimo di 105 ed un massimo di 126. Prendendo per base le due altezze meno frequenti della testa, di tredici e di quindici labbra, avremo naturalmente oscillazioni un po' maggiori.

Nell'ultima proporzione sui rapporti con l'altezza totale, l'altezza del mento, cioè di due labbri, dà una statura di 108 labbri (2×54), e così pure, più sopra, l'altezza della faccia (12×9) ed altre dimensioni. Tale proporzione rappresenta poi la media fra i due tipi più frequenti di altezze della testa, dei quali quello di tredici labbri dà un'altezza complessiva di 104 e quello di quattordici di 112 labbri: però, come vedremo in seguito, nel tipo normale dobbiamo riferirci di preferenza a quest'ultima proporzione.

Egualmente nel cap. I, nella proporzione relativa all'" uomo nel circolo ", afferma L. che, divaricando gli arti inferiori in modo, che la distanza fra i due piedi equivalga alla lunghezza degli arti stessi misurata dalla radice del pene al suolo, avendosi così un triangolo equilatero, l'uomo cala di un quattordicesimo della sua altezza. E infatti, nella statura di 112 labbri, $^1/_{14}$ corrisponde ad otto labbri, e nel detto triangolo equilatero di 56 labbri la perpendicolare dalla radice del pene al suolo misura appunto otto labbri meno, cioè 48 circa, e l'altezza totale diminuisce perciò da 112 a 104 labbri (1).

B. Proporzioni di faccia.

La magior largeza del volto, cioè la massima larghezza della faccia, che trovasi all'altezza degli occhi, equivale allo spazio dalla rima orale alla radice dei capelli (F. 10 *r*; T. II).

Tale *magiore largeza della facia del viso* equivale ai due terzi dell'altezza della testa (F. 11 *r*).

---

(1) Applicando il teorema di PITAGORA ad uno dei due triangoli rettangoli, nei quali la detta perpendicolare suddivide il triangolo equilatero, avremo: $56^2 = 3136$; $28^2 = 784$; $3136 - 784 = 2352$; $\sqrt{2352} = 48$ circa; $56 - 48 = 8$. Praticamente poi in un triangolo equilatero la perpendicolare abbassata da un angolo verso il lato opposto (altezza del triangolo) è di circa un settimo inferiore alla lunghezza del lato ($56 : 7 = 8$; $56 - 8 = 48$).

La distanza *dall' una apichatura dell' orechio all' altra*, cioè fra le inserzioni dei due padiglioni, equivale a quella dallo spazio tra i sopraccigli al di sotto del mento (P. A f. 62 *v*).

Lo *spatio ch' è infra lli stremi delli ochi inver li orechi*, cioè la distanza fra gli angoli esterni dei due occhi, equivale all'altezza di mezza faccia (T. II) (1).

E quindi nel volto di faccia può tracciarsi un quadrato, la cui larghezza sta tra gli angoli esterni dei due occhi, e la cui altezza va dallo spazio tra i sopraccigli al solco labiomentale (*sotto del labro di sotto della bocha*): ciò che rimane al di sopra, cioè la fronte, e al di sotto, cioè il mento, somma insieme l'altezza *d' un simile quadro* (P. A f. 63 *r*).

La *largeza della bocha*, cioè la lunghezza della rima orale, corrisponde allo spazio dalla detta rima al disotto del mento, cioè ad un quarto dell' altezza della faccia (F. 4 *r*; P. A f. 62 *v*).

Lla grandeza della bocha equivale allo spazio dalla radice dei capelli al vertice (F. 10 *r*) (2).

La larghezza del naso fra le due *anarise*, cioè fra le due ali, equivale alla distanza, nel naso di profilo, dall' apice alla *strema parte dell' anarisa* dove *si chongiugnje colla guancja*, cioè

---

(1) Prendendo come unità di misura l'altezza del *labbro*, deduciamo dalle proporzioni sopra esposte che la massima larghezza della faccia a livello degli occhi corrisponde a nove labbri o nove e un terzo, la distanza fra i due padiglioni auricolari ad otto, e quella fra gli angoli esterni dei due occhi a sei labbra. Vedremo poi, in base a successive proporzioni di questo gruppo, come la distanza fra le due pupille sia di quattro labbri, quella fra gli angoli interni dei due occhi di due, e lo spessore del naso a tale altezza di un solo labbro.

(2) In questo secondo rapporto la grandezza o larghezza (che torna lo stesso) della bocca deve riferirsi all' altezza massima del segmento del cuoio capelluto. Riguardo alla detta grandezza così si esprime testualmente L. in P. A f. 62 *v*: " *tanto è grande la bocha d'un bel volto quanto è da la division de' labri al disotto del mento* ", cioè tre labbra. E nel F. 5 *r*, in uno schema muto, include labbro inferiore e mento in un quadrato.

al contorno posteriore dell' ala del naso, ove il solco alare si confonde con l' estremo superiore del solco genolabiale (F. 5 *r*).

Una tale larghezza del naso è la metà della sua altezza, sicchè il naso di faccia può venire inscritto in due quadrati sovrapposti (F. 5 *r*).

La distanza dal *lagrimatoro* alla *choda d' esso ochio,* cioè la lunghezza della rima palpebrale, corrisponde alla distanza dal *lagrimatoio* al *disopra delle anarise*, cioè dall' angolo mediale dell' occhio alla parte più elevata del solco alare (F. 5 *r*).

Lo stesso spazio fra i due angoli dell' occhio equivale alla *largeza delle nari del naso*, cioè al diametro trasverso massimo del naso (T. I).

Ed egualmente lo spazio fra gli angoli mediali dei due occhi corrisponde alla *grandeza d' un ochio*, cioè alla lunghezza della rima palpebrale (P. A f. 63 *r*) (1).

Lo spatio ch' è infra i cientri delle popille dell' ochio è 1/3 *del volto* (T. II).

La distanza dal sopracciglio al solco infraorbitale, presa sulla verticale passante per metà lunghezza della rima palpebrale, e il diametro trasverso della regione orbitale (larghezza dell' orbita) equivalgono alla lunghezza della rima orale (T. I).

Le distanze, direttamente misurate, dal solco infraorbitale (nel punto d' incrocio con la verticale anzidetta) agli angoli mediale e laterale dell' occhio equivalgono allo *spatio ch' è fra l' uno ochio e ll' altro* (T. I) (2).

---

(1) Da precedenti rapporti deriva che gli spazî considerati nelle ultime cinque proporzioni equivalgono tutti all' altezza di due labbri.

(2) Anche tale distanza equivale dunque a due labbri. Il solco infraorbitale scende, com' è noto, dall' interno della commessura mediale delle palpebre all'esterno ed in basso, descrivendo una concavità rivolta in alto e all' esterno: scende divergendo dal solco orbitopalpebrale inferiore, che rimane ad un livello più elevato.

La distanza dal solco infraorbitale al margine libero della palpebra inferiore (1), essendo l'occhio aperto e rivolto all'innanzi, è eguale alla lunghezza della rima palpebrale ed all'intervallo tra gli occhi (T. II).

Sempre nell'occhio aperto e rivolto all'innanzi, sono tra loro eguali le distanze seguenti (di cui le prime tre misurate sulla predetta verticale):

dal solco infraorbitale al margine libero della palpebra inferiore;

da questo livello al solco orbitopalpebrale superiore;

da questo livello al margine superiore del sopracciglio;

la minore distanza, direttamente misurata, obliqua medialmente ed in basso, dal solco infraorbitale all'estremo superiore del solco genolabiale fuso con l'alare;

Tali distanze equivalgono poi:

alla metà della grosseza de' labri dell' ochio, cioè alla metà lunghezza delle palpebre;

alla distanza *fra 'l mento e la bocha*, cioè all'altezza del labbro inferiore;

alla *più stretta parte che à il naso infra l' uno ochio e ll' altro.*

Tutte queste distanze equivalgono alla.... (2) parte della testa (T. I).

Lo spazio fra margine libero della palpebra inferiore e solco orbitopalpebrale inferiore è un terzo della distanza dal detto margine al solco infraorbitale (sempre sulla nota verticale) (T. I) (3).

---

(1) L., per un lapsus evidente, scambiando una lettera con l'altra, pone l'estremo superiore di tale distanza a livello del margine libero della palpebra inferiore anzichè, come dev'essere, al solco orbitopalpebrale superiore. Anche il RICHTER nella trascrizione corregge la indicazione (*o* in luogo di *m*).

(2) Fondandoci sulla eguaglianza di tutte queste distanze all'altezza del labbro, non dubitiamo che L. intendesse scrivere "*quattordicesima*". Il RICHTER, non sappiamo perchè, trascrive "*19*".

(3) In appendice alle proporzioni della testa di faccia, ricordiamo uno schema, disegnato da L. in C. f. 251 *R-a*, di una simile testa, sud-

La popilla dell' omo radopia la notte il diamitro, diventa cioè in superficie *quattro tanti quella del dì* (P. D f. 5 *r*).

---

divisa da linee orizzontali e verticali, di cui le prime passano per metà altezza della fronte, per gli occhi, per metà altezza e al di sotto del naso, per la rima orale, per il solco labiomentale: le verticali per la linea mediana, per i due angoli degli occhi, per le pupille, per il contorno laterale della faccia.

Rileviamo per incidenza le somiglianze, verosimilmente fortuite, che con tale schizzo presentano le molteplici facce in reticolato del Dürer, ad es. quelle riprodotte a pag. 12 da Ghillany F. G. — Index rarissimorum aliquot librorum manuscriptorum etc., quos habet Bibliotheca publica Noribergensis. — Noribergae, 1846, riportate anche dal Mortet.

Somiglianze fortuite nel caso speciale, chè è del resto ben riconosciuto l' influsso diretto o indiretto, esercitato dal Nostro sull' arte del più grande pittore della Germania. Vedi in proposito, oltre agli studi del Klaiber, Justi L. — Konstruirte Figuren und Köpfe unter den Werken Albrecht Dürers. Untersuchungen und Rekonstruktionen. — Leipzig, 1902. — C. III. Fremde Einflüsse: 1. Spuren in den Proportionssystemen: *a)* Jacopo de' Barbari; *b)* Vitruv; *c)* Luca Paciolo; *d)* Leonardo.

III. PROPORZIONI INTRINSECHE DEL TRONCO.

La maggior larghezza del corpo è *nelle spalli*, fra le convessità laterali dei due muscoli deltoidi (F. 10 *r*).

Tanto è l' omo sotto i b[*racci*] *quanto lo spatio de' fianchi*, cioè il diametro trasverso del torace sotto le ascelle equivale a quello del bacino (F. 11 *r*).

Tale larghezza dei fianchi equivale alla distanza dal *sumo d' essi fianchi*, cioè dalla cintola, al *djsotto delle natiche*, cioè al solco gluteofemorale, e dalla stessa *cintura* alla sommità della spalla. In tal modo la cintola è a metà distanza tra sommità della spalla e solco gluteofemorale (F. 11 *r*).

La distanza dalla *somjtà del petto*, cioè dall' incisura jugulare dello sterno, al *belljcho* equivale alla massima larghezza delle spalle (F. 6 *r*, 8 *v*).

Queste stesse dimensioni corrispondono poi allo spazio fra i solchi infrapettorali e la radice del pene (F. 6 *v*).

Infra loro áno simjlitudjne di grandeza le distanze seguenti, direttamente misurate di faccia:

dalla sommità della spalla (o acromio) alla *fontanella della gola* o incisura jugulare dello sterno;

dalla sommità della spalla alla papilla mammaria dello stesso lato;

fra le due papille mammarie;

dalla incisura jugulare dello sterno alla papilla mammaria (F. 2 *r*; C. f. 160 *R-a*).

Vi equivale pure la distanza dalla papilla mammaria alla convessità laterale del muscolo deltoide dello stesso lato, essendo però il braccio in adduzione, e perciò tale spazio *è libero* (F. 2 *r*).

IV. PROPORZIONI INTRINSECHE DELL'ARTO SUPERIORE.

Da la punta del più lungo djto de la mano (medio) all'acromio o sommità della spalla (a gomito esteso) è la lunghezza di *4 manj* (F. 12 *r*; P. B f. 3 *v*).

La lunghezza della mano è $^1/_3$ *di b*[*raccio*], cioè dell'intero arto, esclusa la mano (C. f. 160 *R-a*).

La distanza dalla sommità della spalla all'olecrano o punta del gomito (flesso ad angolo retto circa) equivale a quella dalla detta punta:

al principio dj dentro del grosso djto, cioè alla base del pollice nel primo spazio interdigitale (F. 10 *r*);

alla giuntura delle 4 mjnor djta cholla palma della mano (F. 11 *r*);

all'apice del pollice (F. 12 *r*) (1).

La distanza dalla sommità della spalla alla piega del gomito (esteso) equivale a quella da detta piega alla base del pollice nel primo spazio interdigitale (F. 10 *r*, 11 *r*).

La distanza dalla piega del gomito esteso all'apice del dito medio equivale a quella dalla punta del gomito (esteso o flesso) all'apice del pollice: tale misura corrisponde ad un *chupido*, cioè cubito (F. 7 *r*).

La distanza dal polso al gomito (piega) è eguale a quella dal gomito all'ascella, e ciò tanto nella flessione (F. 5 *r*; P. Ash. f. 23 *v*) che nella estensione del gomito (F. 7 *r*).

Il *b*[*raccio*] *dal gomjto alla mano*, cioè l'avambraccio, *mai cresscie per piegare o dirizarsi*, vale a dire che la distanza dalla

---

(1) Tali differenze, oscillanti, fra il massimo e il minimo, di tutta la lunghezza del pollice, sono verosimilmente dovute a misurazioni di individui diversi. Lo stesso dicasi per altre lievi differenze, che incontreremo nel seguito del capitolo.

punta del gomito al polso rimane la stessa nella flessione e nella estensione (F. 10 *r*, 11 *r*).

Il livello di massimo spessore dell'avambraccio subito al di sotto della piega del gomito rimane sempre a metà distanza fra la sommità della spalla e la base del pollice, sia nella estensione che nella flessione (F. 11 *r*).

Le distanze dalla sommità della spalla alla piega del gomito esteso e da questa alla base del pollice diminuiscono, dalla estensione alla flessione (ad angolo retto circa), di un sesto, mentre la distanza dalla sommità della spalla alla punta del gomito aumenta di un settimo, diminuendone nel caso opposto (F. 10 *r*, 11 *r*).

L'*omero*, cioè il braccio, dalla massima estensione alla massima flessione del gomito cresce di un ottavo della sua lunghezza (TP. I c. 174).

La distanza dalla sommità della spalla al gomito (punta), nel passaggio dell'avambraccio dalla estensione alla flessione, aumenta di quanto è lo spessore del polso (F. 10 *r*) e diminuisce nel movimento opposto di *3 dita e mezo* (trasverse) (A. f. 5 *r*) [1].

Il braccio, nella estensione del gomito, diminuisce un terzo dello spessore del gomito flesso (di profilo), mentre passando dalla estensione alla flessione aumenta la metà dello spessore del gomito esteso (F. 10 *r*) [2].

---

(1) In TP. I c. 205 si afferma in via generale che " *tanto, quanto uno dei lati dei membri piegabili si farà più lungo, tanto la sua parte opposta sarà diminuita. La linea centrale estrinseca dei lati, che non si piegano, ne' membri piegabili, mai diminuisce, o cresce di lunghezza.* La speciale disposizione dell'olecrano nell'arto superiore fa sì che al lato estensorio, mentre l'avambraccio nei movimenti del gomito rimane immutato nella sua lunghezza, il braccio si modifichi nel modo veduto. Riconosce però L. (F. 20 *r*) che nella flessione del gomito la muscolatura al lato estensorio non solo del braccio, ma anche dell'avambraccio, si allunga *forte*, mentre quella *di dentro* di entrambi si accorcia *forte*.

(2) Ne deriva che lo spessore del gomito in flessione (sino ad un angolo un po' minore del retto) è una volta e mezza quello in estensione. Per quanto riguarda in generale le modificazioni delle giunture, si afferma in TP. II c. 302 che, salvo eccezioni che vedremo, del resto ogni articolazione, flettendosi, aumenta di spessore.

La lunghezza del*la polpa del b*[*raccio*], cioè del segmento corrispondente al ventre del muscolo bicipite dalla piega ascellare al restringimento soprastante agli epicondili, diminuisce nella flessione dell'avambraccio di due quinti (F. 11 *r*).

Lo spazio dalla sommità della spalla alla piega ascellare (a braccio addotto e veduto di faccia) equivale:

ad un quinto della distanza dalla sommità della spalla alla base del pollice (F. 11 *r*);

alla distanza dal polso alle quattro ultime articolazioni metacarpofalangee (F. 10 *r*).

alla palma della ma[*no*] (F. 11 *r*) [1].

Lo spessore del braccio addotto, veduto di faccia subito al di sotto dell'ascella, entra tre volte nella lunghezza della mano (F. 6 *r*).

La maggiore grossezza del braccio, veduto di faccia *infra lla spalla e gomjto*, entra quattro volte nella distanza dal gomito (esteso) alla spalla e corrisponde alla larghezza delle ultime quattro dita ravvicinate (F. 10 *r*).

Lo spessore del braccio di faccia equivale, all'altezza del ventre del bicipite, ad un settimo della distanza dalla spalla al polso, mentre nelle stesse condizioni lo spessore della parte alta dell'avambraccio è un ottavo [2] della stessa distanza. I due spessori rappresentano le *misure più grosse* dell'arto (F. 11 *r*).

La maggior grossezza dell'arto superiore (sempre a braccio addotto, gomito esteso e palma mediale) di profilo equivale a quella dell'arto stesso veduto di faccia: *Ma l'una è posta nel terzo de b*[*raccio*] *da la giuntura alla tetta, l'altro nel terzo dalla giuntura alla mano* (F. 10 *r*) [3].

---

(1) Possiamo considerare la palma tanto nella sua larghezza a pollice addotto, quanto nella lunghezza, come nella precedente dimensione, poichè, come vedremo, i due valori si corrispondono (6 labbri): essi sono inferiori a quello della prima dimensione (8 labbri circa).

(2) Rapporto troppo basso, come risulta dal confronto con altra proporzione del F. 10 *r*.

(3) Riporto integralmente la trascrizione diplomatica della seconda parte della proporzione, priva di schema esplicativo. Forse trattasi del terzo superiore sia del braccio che dell'avambraccio, ma la proporzione è poco chiara.

Lo spessore del braccio di profilo, essendo il gomito flesso ad angolo retto e la palma rivolta medialmente, equivale, in corrispondenza del ventre del bicipite, allo spessore della parte alta dell' avambraccio nelle stesse condizioni: ambedue gli spessori corrispondono poi ad un quarto della distanza dalla spalla alla punta del gomito e da questa alla radice delle ultime quattro dita (F. 11 *r*).

Lla più sottile parte che ssia infra lla spalla e 'll gomjto, cioè il restringimento al di sopra degli epicondili, veduto di faccia ad avambraccio esteso e palma mediale, è un ottavo della distanza dalla spalla al polso (F. 11 *r*).

Tale minore grossezza del braccio *sopra 'l gomjto* di faccia è simile alla larghezza dell' avambraccio in estensione, veduto di lato, a metà distanza fra gomito e polso (F. 10 *r*).

La magior grosseza del braccjo infra 'l gomito e lla mano, cioè la parte superiore dell' avambraccio, veduta di faccia, entra sei volte nella distanza dal polso alla spalla e corrisponde alla larghezza dell' intera mano a pollice addotto (F. 10 *r*).

Nell' avambraccio esteso, veduto di profilo, la maggiore grossezza entra tre volte nella sua lunghezza (F. 10 *r*).

La groseza del b[*raccio*] *sulla mano*, cioè la larghezza del polso, entra dodici volte *in tutto il b*[*raccio*], *cioè dalla punta de' djti insino alla giuntura della spalla* (acromio): tre nella mano e nove *nel b*[*raccio*], vale a dire quattro nell' avambraccio e cinque nel braccio sino alla sommità della spalla (a gomito esteso) (F. 10 *r*).

La stessa larghezza del polso corrisponde ad un sesto delle distanze fra la base delle ultime quattro dita e la punta del gomito e fra la punta del gomito (flesso) e la sommità della spalla (F. 11 *r*).

La mjnore grosseza del b[*raccio*] *in proffilo*, vale a dire lo spessore del polso, è un sesto della distanza dal *nodel della mano al sopelo del gomjto disteso*, cioè dal polso alla fossetta al lato

dorsale del gomito esteso, ed è un quattordicesimo della distanza dalla spalla al polso (F. 10 *r*).

Lo stesso spessore del polso è (ad avambraccio esteso) un tredicesimo della stessa distanza dalla spalla al polso (F. 11 *r*.).

Lo spazio fra *le noche delle 3 djta di mezo e lle prime giunture d' esse*, *stando la ma*[*no*] *djstesa*, cioè la distanza, sul dorso della mano distesa, fra articolazioni metacarpofalangee e prime interfalangee dell' indice, medio ed anulare, equivale alla distanza fra la *nocha* del pollice e il *principio della sua unglia*, cioè dall' articolazione metacarpofalangea alla radice dell' unghia del pollice disteso: tali spazî equivalgono poi alla quarta parte della lunghezza della mano (F. 9 *r*).

*
* *

Le proporzioni seguenti concernono principalmente lo scheletro (1):

Il tendine bicipitale al radio è *appichato nel mezo infra lla giuntura della spalla e lle punte delle dita* (A f. 1 *v*).

L' osso della spalla (scapola, verosimilmente nel suo diametro trasverso) è il terzo della lunghezza dell' omero (A f. 1 *v*).

Il braccio diminuissce nel suo disstendersi 3 dita e mezo nello spatio ch' è dalla spalla al gomjto suo, cioè all'olecrano (A f. 5 *r*).

La lunghezza delle ossa dell' avambraccio è *li cinque settimj* della lunghezza dell' omero, *stando il b*[*raccio*] (avambraccio) *disteso colla palma della mano volta al celo* (A. f. 1 *v*).

---

(1) Recentemente Holl e Sudhoff (H. M. und S. K. — Eine dem L. d. V. zugeschriebene Skelettzeichnung in den Uffizien zu Florenz. — Arch. für Gesch. d. Medizin, Bd. 7, H. 5, 1914), illustrando il foglio della R. Galleria degli Uffizî di Firenze registrato dall'Uzielli (pag. 267) come " studio di scheletri umani ", instituirono nelle varie parti ossee, e soprattutto negli arti, misurazioni e rapporti, dei quali non terremo conto, non ritenendo che detti scheletri siano stati disegnati con tale intendimento. Non può escludersi che alcune linee vi siano state secondariamente tracciate a questo scopo, ma non ne è chiaro il significato, nè di esse è tenuto conto dai due Autori.

Il b[*raccio*] *non si achossta alla spalla* (1) *colla sua maggiore vicinjtà men di 4 de' sua ditj*, e ciò a motivo del*la grosseza della carne che ssi interpone nella sua giuntura* (A. f. 5 *r*).

La mano è *lli sei settimj* della lunghezza del radio (A. f. 1 *v*).

La magior lungheza della padella della spalla (scapola) *è simjle alla lungheza della mano* (A. f. 1 *v*).

La *padella della spalla*, verosimilmente nel suo diametro trasverso, *è simjle alla palma della mano* (A. f. 13 *r*).

---

(1) Dalla figura, che rappresenta uno scheletro d'arto superiore a gomito completamente flesso, e dalle lettere che indicano i varî punti, si apprende che L. scrive per errore *spalla*, volendo alludere invece al polso, e che lo spazio a cui accenna è quello dall'omero al processo stiloideo del radio, le quali parti non possono giungere a reciproco contatto per la presenza delle parti molli al lato flessorio del gomito.

V. PROPORZIONI INTRINSECHE DELL' ARTO INFERIORE.

La distanza dalla spina iliaca anterior superiore al suolo equivale alla lunghezza di quattro piedi (Quaderno V, f. 4 *r*) (1).

La distanza dalla spina iliaca anterior superiore al ginocchio (solco infrapatellare = F. 6 *v*, 11 *v*; centro della faccia anteriore della patella = Quaderno V, f. 4 *r*) equivale a quella dal ginocchio al suolo: tanto l'una, quanto l'altra (dal solco infrapatellare al suolo = P. B f. 3 *v*) equivalgono alla lunghezza di due piedi (F. 6 *v*, 11 *v*; Quaderno V, f. 4 *r*).

La distanza dal solco infrapatellare al suolo equivale, nel ginocchio flesso ad angolo retto, a quella dal detto solco alla tuberosità ischiatica, ed ambedue corrispondono alla lunghezza di due piedi (F. 11 *v*).

La distanza fra l' apice del *gobo*, cioè del gran trocantere, e la concavità laterale del ginocchio è eguale a quella da tale concavità al suolo (F. 11 *v*) (2).

---

(1) Vedremo nel successivo capitolo come la stessa lunghezza di quattro piedi sia assegnata alla distanza dalla radice del pene al suolo; ciò in rapporto con i differenti valori assegnati alla lunghezza del piede, come apparirà meglio in seguito.

(2) Vedremo nel successivo capitolo che la concavità mediale del ginocchio si trova invece a metà distanza tra la radice del pene e il suolo.

Per chiarire alcuni di tali punti di riferimento indicati da L., come di solito, con semplici lettere o numeri, notiamo quanto segue.

Il solco infrapatellare corrisponde a quella lieve depressione cutanea trasversale un po' concava superiormente, che apparisce, nella estensione, tra la parte inferiore della faccia anteriore della patella e l'adipe sottocutaneo, che sporge al di sotto delle borse prepatellari, sollevato a sua volta dal corpo adiposo infrapatellare d'ambo i lati del legamento patellare.

La concavità laterale del ginocchio è dovuta alla lieve depressione delle parti molli fra il condilo laterale del femore e il capitolo della fibula.

La concavità mediale del ginocchio, che trovasi ad un livello inferiore, corrisponde alla faccia interna del condilo mediale della tibia al di sotto del margine infraglenoidale.

La distanza fra l'apice del gran trocantere e il solco infrapatellare è eguale a quella da tale solco all'apice del malleolo laterale, e ciò a ginocchio tanto esteso (F. 6 *v*), che flesso ad angolo retto (F. 11 *v*).

Essendo anca, ginocchio e piede semiflessi e veduti di profilo, la distanza dalla spina iliaca anterior superiore al centro della faccia anteriore della patella è eguale alla distanza da questo punto alla convessità posteriore del tallone: la lunghezza del piede è la metà di ciascuna di tali distanze (F. 12 *r*).

Essendo il ginocchio completamente flesso con le facce posteriori della coscia e della gamba a mutuo contatto, la distanza dalla natica alla massima convessità del ginocchio è eguale a quella da tale convessità alla pianta del piede: ambedue corrispondono del pari alla lunghezza di due piedi (F. 12 *r*).

La grossezza massima della coscia di faccia è un terzo della distanza dalla concavità laterale del ginocchio al suolo e da tale concavità all'apice del gran trocantere (F. 11 *v*).

Lo spessore della coscia di profilo, tanto dalla regione subinguinale al solco gluteofemorale quanto, un po' più sotto, a livello della massima sporgenza del muscolo quadricipite, è un terzo della distanza dal poplite (all'altezza circa del solco infrapatellare) al suolo e dal poplite alla cresta iliaca (o alla spina iliaca anterior superiore) (F. 11 *v*).

El ginochio non cresscie nè djmjnuisscie per pieghursi o ddjstendersi (Quaderno V. f. 3 *v*) (1).

La larghezza del ginocchio di faccia, fra le due concavità laterale e mediale, è cinque sesti della larghezza a livello del solco infrapatellare (fra i due condili femorali) (F. 11 *v*). (2)

---

(1) Viceversa in TP. II c. 302 è affermato che il ginocchio diminuisce di spessore nella flessione ed aumenta nella estensione, mentre la giuntura del piede aumenta nella flessione dorsale e diminuisce nella estensione, e così pure le rimanenti articolazioni aumentano di spessore nella flessione.

(2) Lo spessore del ginocchio di profilo è indicato nella fig. 5 del F. 11 *v*, ma non viene stabilito nel testo: dallo schema si induce di valore intermedio fra quello del segmento sotto il ginocchio e quello del polpaccio, pure di profilo.

Il cavo del ginochio di forj è più alto che 'l chavo di dentro: il dislivello fra le due concavità equivale *alla metà della grosseza della ganba da piè*, cioè del segmento sopramalleolare della gamba, veduto di faccia (F. 11 *v*).

La burella del ginochio, cioè la patella, misura in larghezza *tre qujnti della largheza di tutto il ginochio, dj verso la parte silvesstra*, cioè dal lato estensorio (Quaderno V, f. 3 *v*).

La larghezza della *padela del ginochio*, cioè della patella, corrisponde a quella del segmento sopramalleolare della gamba, veduto di faccia (F. 12 *r*).

La larghezza della gamba, veduta di faccia, al di sotto del ginocchio, equivale sia alla distanza dalla base del malleolo mediale alla faccia inferiore del tallone, sia al diametro trasverso del piede alla *apichatura* o base delle cinque dita (F. 11 *v*).

Lo spessore della gamba, veduta di profilo, al di sotto del ginocchio è un nono della distanza dalla cresta iliaca (o dalla spina iliaca anterior superiore) al suolo (F. 11 *v*).

Lo stesso spessore della gamba in profilo sotto il ginocchio equivale a sei volte la distanza da tale livello a ... (1) e corrisponde alla distanza dal margine anteriore del malleolo laterale alla faccia posteriore del tallone ed a quella dall' apice dell' alluce alla base del quinto dito (solco plantodigitale) (F. 11 *v*) (2).

La maggior grossezza *della polpa de la ganba*, cioè del polpaccio, veduta di faccia, *è nel terzo della sua alteza* (3) ed è di un ventesimo superiore alla maggior larghezza del piede (F. 11 *v*).

---

(1) Manca nello schema un segno corrispondente: forse si allude al livello della cresta iliaca.

(2) Il detto spessore della gamba, come risulta dallo schema, è invece alquanto superiore alle due distanze equivalenti prese sul piede: vedremo, in una delle proporzioni seguenti, che queste due ultime distanze dovrebbero equivalere anche al segmento sopramalleolare della gamba in profilo, rispetto al quale risultano pure un po' inferiori.

(3) Risulta da suddivisioni dello schema che la massima grossezza è all' unione del terzo superiore con il terzo medio della distanza dal di sotto del ginocchio all' apice del malleolo mediale.

La stessa larghezza del polpaccio di faccia *cresscie il sesto*, cioè è di un sesto maggiore, della larghezza della gamba, pure di faccia, sotto il ginocchio (F. 11 *v*).

La stessa larghezza del polpaccio di faccia equivale a quella del ginocchio a livello del solco infrapatellare (fra i due condili femorali) ed è un quarto della distanza dalla concavità laterale del ginocchio al suolo (F. 11 *v*).

Lo spessore della gamba di profilo a livello del polpaccio è un quarto della distanza dal poplite (all' altezza circa del solco infrapatellare) al suolo e dal poplite alla cresta iliaca (o alla spina iliaca anterior superiore) e corrisponde a tre settimi della lunghezza del piede (F. 11 *v*).

Lo spessore della gamba di profilo al di sotto del polpaccio è un decimo della distanza dalla cresta iliaca (o dalla spina iliaca anterior superiore) al suolo (F. 11 *v*).

La minore grossezza della gamba, cioè il segmento sopramalleolare, veduta di faccia, entra tre volte *nella sua coscia*, cioè nella massima grossezza della coscia, pure di faccia (F. 10 *r*) (1).

Tale *mjnore grosseza della ganba in faccia entra 8 volte dal djsotto del piè a la giuntura del ginochio* (F. 12 *r*).

La stessa minor grossezza della gamba, ma *in proffilo*, entra invece solo sei volte nella distanza dal suolo al ginocchio (F. 12 *r*).

Lo spessore dello stesso segmento sopramalleolare in profilo è un sesto non solo della distanza, ora veduta, dal solco infrapatellare al suolo, ma anche di quella da tale solco alla cresta iliaca (o alla spina iliaca anterior superiore), ed equivale alle distanze, pure di profilo, dal margine anteriore del malleolo laterale alla faccia posteriore del tallone e dall' apice dell' alluce alla base del quinto dito (solco plantodigitale) (F. 11 *v*) (2).

---

(1) Rapporto troppo basso e da sostituirsi con quello della proporzione seguente.

(2) Vedi nota 2 a pag. 38.

La distanza, di faccia, fra i due malleoli *djmjnuiscie il sesto in nella ganba*, cioè è di un sesto maggiore che non lo spessore, pure di faccia, del soprastante segmento sopramalleolare (F. 11 *v*).

La distanza fra le convessità dei due malleoli è eguale allo spessore del segmento sopramalleolare della gamba veduto di profilo (F. 12 *r*).

I piedi, la cui lunghezza sta quattro volte nella distanza dalla spina iliaca anterior superiore al suolo, *son laudabili per misura, perchè pendano un poco in picholo*, essendo bella la gamba con piede *piu tosto picolo che grande* (Quaderno V, f. 4 *r*) [1].

La larghezza del piede, veduto di faccia, sotto gli apici dei malleoli, *è mjnore* $^1/_{10}$ della distanza, pure di faccia, fra i due malleoli (F. 11 *v*).

La larghezza (massima) del piede equivale a quella del ginocchio a livello del solco infrapatellare (fra i due condili femorali) (F. 12 *r*).

La larghezza del *chalchagnjo nel suo djsotto* corrisponde allo spessore della *ganba dove in facia è più sottile*, cioè nel segmento sopramalleolare di faccia (F. *9 r*).

La distanza dall' estremo posteriore del tallone alla base del quinto dito (solco plantodigitale) corrisponde a quella dal margine anteriore del malleolo laterale all' apice dell' alluce (F. 11 *v*).

L' alluce, visto di profilo dall' interno, misura dalla *polpa del petto del piè*, cioè dal cuscinetto adiposo della testa del primo metatarsale, al suo apice la sesta parte della lunghezza del piede (F. 9 *v*).

---

(1) Un piede di tale lunghezza, che diremo " *piede leonardesco* ", corrisponde ad un settimo dell' altezza totale: dimensione intermedia fra quella vitruviana di sei piedi e quella di otto, pure ammessa indirettamente da L., sia identificando la lunghezza del piede con l' altezza della testa (F. 5 *r*), sia ponendo quattro piedi nella distanza dalla radice del pene al suolo (F. 11 *v*), come vedremo più innanzi. Riferiti al modulo *labbro*, il *piede leonardesco* ne misura sedici e il *vitruviano* diciotto e due terzi, essendo l' altezza totale di 112 labbri: nella statura di 108 labbri il piede vitruviano ne misura esattamente diciotto.

La lunghezza del *più lungo djto del piè* (il secondo), a partire dal *principio della sua djvjsione dal djto grosso*, cioè dalla base del primo spazio interdigitale, è la quarta parte della distanza dal *mezo del suo polo dj dentro*, cioè dalla metà del malleolo mediale, alla punta del piede (F. 9 *r*).

La base del quinto dito (solco plantodigitale), nel piede veduto dall' esterno, trovasi all' unione dei tre quarti posteriori con il quarto anteriore della lunghezza del piede (F. 9 *v*).

Lo spessore delle quattro dita minori del piede, *dal djsopra del ungie* (unghia) *al di sotto*, è eguale per tutte e corrisponde ad un quindicesimo della lunghezza del piede (F. 11 *v*).

VI. PROPORZIONI ESTRINSECHE DEL TRONCO.

A. Proporzioni con testa e collo.

La massima larghezza delle spalle equivale all'altezza di due *teste* (F. 8 *v*; P. Ash. f. 28 *v*; TP. I c. 169; TP. II c. 295) (1).

La stessa larghezza delle spalle equivale all' altezza di due *volti* o facce (TP. I c. 167; TP. II c. 293).

Il diametro anteroposteriore del torace, a livello delle papille mammarie, equivale all' altezza della testa (F. 10 *r*, 11 *r*).

La massima larghezza delle spalle e lo spazio dalla incisura jugulare dello sterno all' ombelico stanno ciascuno quattro volte nella distanza dalle narici alle piante dei piedi (F. 6 *r*).

Dalla incisura jugulare dello sterno all' ombelico si ha l' altezza di *due tesste* (F. 8 *v*) (2).

Dall' ombelico alla radice del pene è l' altezza di una *T*[*esta*] (F. 8 *v*).

Le distanze, direttamente misurate, dalla spalla all' incisura jugulare dello sterno ed alla papilla mammaria dello stesso lato, e da tale papilla alla incisura jugulare dello sterno ed alla papilla del lato opposto, equivalgono all' altezza della faccia e alla distanza fra questa e l' estremo posteriore della testa (F. 2 *r*).

Le dette distanze equivalgono all' altezza della *testa* (C. f 160 *R-a*) (3).

---

(1) Tale rapporto vale per alcune proporzioni, come ad es. per la statura (vedi cap. I): per altre invece, relative soprattutto all' arto superiore, vale il rapporto seguente, dove alla testa è sostituita la faccia.

(2) Verosimilmente in questa e nella seguente proporzione intendeva L. di scrivere *volto*.

(3) L. scrive *testa* in luogo di *volto*: vedi proporzione precedente. Anche il Richter lo nota.

Stando il vjso in facia, la distanza, direttamente misurata, *dalla giuntura della spalla a la punta della massciella*, cioè all'angolo della mandibola, equivale all'altezza di *1ª tessta*, e, nella flessione laterale di questa, *sse l'una* di tali distanze *cresscie, l'altra altretanto djmjnuisscie*, cosicchè la somma totale delle distanze d'ambo i lati è sempre *2 tesste* (F. 11 *r*) (1).

La distanza dalla radice del pene alla metà del ginocchio equivale all'altezza di due facce (TP. I c. 167; TP. II c. 293) (2).

***

Nel *putto* lo spazio *da l'un homero della spalla all'altro*, cioè la massima larghezza delle spalle, equivale all'altezza di una sola *testa* (P. Ash. f. 28 *v*; TP. I c. 169; TP. II c. 295).

La stessa larghezza delle spalle e la distanza dalla radice del pene alla metà del ginocchio sono eguali nella prima infanzia alla *lunghezza del viso*, cioè all'altezza della faccia (TP. I c. 167 etc.) (3).

***

Dalle sopraesposte proporzioni, e tenendo conto delle rettifiche fatte in nota, concludiamo che l'altezza del tronco, misurata con il modulo *labbro*, somma normalmente, secondo le vedute del Nostro, 36 labbri dalla incisura jugulare dello sterno alla radice del pene, cioè la metà altezza del corpo (56) meno l'altezza della testa e del collo (20).

---

(1) Anche sostituendo a *tessta* l'altezza del *volto*, la dimensione è sempre eccessiva, qualora per *giuntura della spalla* s'intenda la sommità di essa, come di solito: facendo corrispondere invece tale punto alla convessità laterale del muscolo deltoide, la proporzione regge come viene enunciata.

(2) In appendice alle proporzioni estrinseche del tronco con la testa ed il collo nell'adulto, accenno ad uno schema muto, che figura in C. f. 175 *V-c*, e che riproduce una testa umana, quasi completamente di faccia, con collo e parte superiore del tronco: è attraversato da due linee orizzontali, passanti all'incirca l'una per il solco labiomentale, l'altra per la piega ascellare. È dubbio se la linea superiore voglia indicare la metà distanza fra la inferiore ed il vertice, che coincide con il margine del foglio.

(3) Qui pure intendeva forse L. di scrivere *testa*.

Questi trentasei labbri corrispondono all' altezza di tre facce, due fra incisura sternale ed ombelico, ed una fra ombelico e pene. Dalla detta incisura alle papille mammarie sono otto labbri: dalle papille all' ombelico sedici labbri, cioè un piede leonardesco, come risulta anche da una proporzione del F. 7 *r*.

La figura dell' " uomo nel quadrato „ in V. I mostra proporzioni, che coincidono con quelle ora esposte (1).

B. Proporzioni con arto superiore.

La massima larghezza delle spalle equivale alla distanza dalla sommità della spalla alla punta del gomito flesso (P. Ash. f. 28 *v*: TP. I c. 167, 169 etc.) e dalla punta del gomito all' apice del pollice (*chupido*) (F. 8 *v*; idem).

La massima larghezza delle spalle è sei volte lo spessore del braccio addotto, subito sotto l'ascella, veduto di faccia (F. 6 *r*).

Lo spazio fra l' *apichatura del braccjo chol petto* e *ll' apichatura del menbro* equivale alla distanza che intercede fra la punta delle dita della mano e il *sopello del bracio*, e alla distanza dalla stessa punta delle dita al *mezo del petto* (F. 6 *v*) (2).

La distanza dalla linea mediana ventrale alla piega del gomito, essendo l' arto superiore disposto orizzontalmente, equivale a quella da detta piega all' apice del dito medio e dalla punta del gomito all' apice del pollice (*chupido*) (F. 7 *r*).

Lo spazio *dalla tetta al mamolino*, cioè dalle papille mammarie all' ombelico, equivale alle distanze fra polso e gomito e fra gomito e ascella (F. 7 *r*).

---

(1) Dobbiamo avvertire che nella detta figura, essendo gli arti superiori abdotti orizzontalmente, le papille mammarie sono spostate in alto e un po' all' esterno. In generale il livello della papilla a braccio addotto corrisponde a quello del solco infrapettorale nell'arto abdotto orizzontalmente.

(2) Per *sopello* intendesi in tal caso l' ascella; la distanza dalle dita è però troppo grande, qualunque sia il significato di *apichatura del braccjo*.

La distanza dalla radice del pene alla metà del ginocchio equivale a quelle dalla spalla al gomito flesso e da questo all'apice del pollice (TP. I c. 167 etc.).

Lo spazio fra la parte superiore della prima articolazione sternocostale e la parte inferiore della quarta *è pari alla padella della spalla* (scapola), e verosimilmente al suo diametro trasverso, *ed è simjle alla palma della mano* (A f. 13 *r*) (1).

***

Nel *putto* la larghezza massima delle spalle e la distanza dalla radice del pene alla metà del ginocchio equivalgono pure alle distanze dalla spalla al gomito e dal gomito all' apice del pollice, come nell' adulto (P. Ash. f. 28 *v*; TP. I c. 167, 169 etc.).

C. Proporzioni con arto inferiore.

La lungeza de l' omo dalla spalla a tterra equivale a tre volte la distanza dal solco infrapatellare al suolo (F. 6 *v*).

Il *busto* o tronco, dalla spalla al solco gluteofemorale, misura dorsalmente *2 piè* ed *1° piè* nella sua *parte più sottile*, cioè nella cintola, cosicchè sul tronco possono venire tracciati due quadrati sovrapposti (F. 4 *r*) (2).

Lo spazio fra l' *apichatura del braccjo chol petto* e la radice del pene equivale alle distanze dalla spina iliaca anterior supe-

(1) Proporzioni prese sullo scheletro.

(2) Tale proporzione del tronco è troppo irreale: infatti ammette L. che dorsalmente, dalle sommità della spalla al solco gluteofemorale, si abbia uno spazio equivalente al massimo a soli 36 labbri, e che, tanto sotto le ascelle (F. 11 *r*), quanto a metà altezza, cioè a livello della cintola (F. 4 *r*), quanto nei fianchi (F. 11 *r*, figura di V. I) si abbiano egualmente 18 labbri circa. Dal confronto con la figura di V. I possiamo concludere con verosimiglianza che a livello della cintola la larghezza sia di un piede leonardesco (16 labbri), mentre al di sotto delle ascelle, a braccia addotte, e nei fianchi, si tratti di piede vitruviano (18 labbri o poco più).

riore al solco infrapatellare e da questo solco alla pianta del piede (F. 6 *v*).

La massima larghezza delle spalle e le distanze dall' incisura jugulare dello sterno all' ombelico e dai solchi infrapettorali alla radice del pene, equivalgono alle distanze dall' apice del gran trocantere al solco infrapatellare e da questo all' apice del malleolo laterale (F. 6 *v*).

La massima larghezza delle spalle equivale alle distanze dalla radice del pene alla metà del ginocchio e da tale livello all' articolazione del piede (TP. I c. 167 etc.).

Nell' individuo di faccia la distanza, direttamente misurata, dal *taglio del labro djsotto*, cioè dal solco labiomentale, all'*omero della spalla*, vale a dire verosimilmente alla convessità laterale del muscolo deltoide, equivale alla lunghezza di un piede (F. 10 *r*).

Lo spazio dalle papille mammarie all' ombelico equivale alla lunghezza del piede (F. 7 *r*).

La distanza di profilo dalla massima sporgenza della natica alla radice del pene, è un ottavo (1) della distanza dalla detta sporgenza al suolo, ed equivale allo spazio fra cresta iliaca e solco gluteofemorale (F. 11 *v*).

La distanza dal *cazo*, cioè dalla radice del pene, al suolo equivale alla lunghezza di quattro piedi (F. 11 *v*).

La concavità mediale del ginocchio è ad uguale distanza dalla radice del pene e dal suolo (F. 11 *v*).

***

Anche nella prima infanzia la massima larghezza delle spalle equivale alle distanze dalla radice del pene alla metà del ginocchio e da tale livello all'articolazione del piede (TP. I c. 167 etc.).

---

(1) È verosimile, ma non sicuro, a motivo di uno scambio di lettere, che L. alluda alla detta distanza, ma devesi ritenere errata la proporzione di $^1/_8$, da sostituirsi con quella di un quarto.

VII. PROPORZIONI ESTRINSECHE DEGLI ARTI.

A. Proporzioni tra arto superiore e testa.

Il b[*raccio*], cioè l'intero arto, *piegato è 4 T*[*este*] (F. 10 *r*) (1).

Dall'apice del dito medio alla sommità della spalla è la lunghezza di *4 manj o vuoi 4 teste* (F. 12 *r*) (2).

L'arto superiore (flesso) misura due teste dalla sommità della spalla al gomito e due da questo *al nascimento de' quatro djti su la palma della mano* (F. 10 *r*, 11 *r*, 12 *r*) oppure all'apice del pollice (P. Ash. f. 28 *v*; TP. I c. 169 etc.).

L'arto superiore misura nelle predette distanze due *lunghezze del viso*, cioè due facce (T P. I c. 167 etc.).

Durante la flessione, braccio ed avambraccio misurano ciascuno, tanto al lato estensorio che al flessorio, due teste; nella estensione al lato flessorio si ha invece la lunghezza di due teste e mezzo ... (?) (F. 10 *r*).

L'aumento di lunghezza del braccio (al lato estensorio) nel passaggio dalla estensione alla flessione dell'avambraccio equivale alla distanza dalla rima orale al di sotto del mento (F. 10 *r*).

Quando jl gomito fa angulo recto la distanza dall'ascella alla piega del gomito e da questa al polso sono ciascuna di una *T*[*esta*] (P. Ash. f. 23 *v*).

Il segmento del braccio interposto fra piega ascellare e restringimento soprastante agli epicondili misura, ad avambraccio esteso, l'altezza della testa (F. 11 *r*).

---

(1) In questa e nelle successive proporzioni l'altezza della testa rappresenta una misura troppo elevata e da sostituirsi con quella della faccia

(2) Qui più evidentemente ancora è scritto *teste* nel significato di *volti*, essendo, secondo il concetto vitruviano, eguale la lunghezza della mano all'altezza della faccia.

Lo spessore del braccio addotto, veduto di faccia, subito sotto la piega ascellare, entra tre volte nell'altezza della testa (F. 6 *r*).

Lo spessore del braccio all'altezza del ventre bicipitale e quello della parte alta dell'avambraccio, veduti di profilo con gomito flesso ad angolo retto e palma mediale, equivalgono ciascuno all'altezza di mezza testa (F. 11 *r*).

La larghezza del polso equivale ad un terzo dell'altezza della testa. (F. 11 *r*).

Lo spessore del polso è simile allo spazio dal di sotto del mento alla rima orale (F. 10 *r*).

La *groseza delle 2 djta della ma*[*no*] *dj mezo* (1) equivale alla *grandeza della bocha* ed allo spazio dalla radice dei capelli al vertice (F. 10 *r*).

Lo spazio fra le articolazioni metacarpofalangee e prime interfalangee delle tre dita di mezzo della mano distesa, misurato sulla faccia dorsale; quello dalla prima articolazione metacarpofalangea alla radice dell' unghia del pollice esteso, e la quarta parte della lunghezza della mano, equivalgono alla distanza dalla rima orale al disotto del mento, cioè alla quarta parte dell'altezza della faccia (F. 9 *r*) (2).

La *padella della spalla*, cioè la scapola, corrisponde, verosimilmente nel suo diametro longitudinale, alla *lungheza del riso*, cioè all' altezza della faccia (A f. 13 *r*) (3).

---

(1) Indice e medio, oppure medio ed anulare.

(2) Anche da tale proporzione deriva indirettamente la eguaglianza di lunghezza fra mano e faccia.

(3) Dalle proporzioni esposte in questo capitolo e nel IV, deduciamo gli spessori dei principali segmenti dell'arto superiore, misurati con il modulo *labbro*.

Nell' arto disposto verticalmente, con palma rivolta all' interno e veduto di faccia, il braccio misura nel tratto sottostante all' ascella 4 labbri (F. 6 *r*), a metà lunghezza 5 circa (F. 10 *r*, 11 *r*), nel segmento sopra gli epicondili 4 $^1/_2$ (F. 11 *r*); l'avambraccio nella parte alta misura 6 labbri (F. 10 *r*) e nel polso labbri 2 $^1/_2$ o 3 (F. 10 *r*, 11 *r*).

Nell' arto egualmente disposto, ma veduto di profilo, l' avambraccio misura nella parte alta labbri 5 $^1/_3$ (F. 10 *r*), a metà lunghezza 4 $^1/_2$ (F.

***

Nella prima infanzia la distanza dalla spalla al gomito flesso e dal gomito all'apice del pollice equivale all'altezza di una testa (P. Ash. f. 28 *v*; TP. I c. 169 etc.), oppure di una faccia (TP. I c. 167 etc.).

***

LEONARDO giungeva verosimilmente a dare all'arto superiore l'altezza di quattro teste in base al fatto che, essendo la lunghezza della mano, nella proporzione vitruviana, eguale a quella della faccia, cioè di dodici labbri, e la lunghezza dell'avambraccio eguale a quella del piede leonardesco, cioè di sedici labbri, la somma di ventotto labbri equivale appunto all'altezza di due teste di quattordici. Però nella distanza dal gomito alla spalla, per avere altrettanto, bisognerebbe spostare la sommità di questa sul margine del muscolo trapezio.

Più opportunemente quindi ha sostituito altrove all'altezza di quattro teste quella di quattro facce o mani: vedemmo anche nel cap. I che la distanza dalla spalla al polso è un terzo dell'altezza totale (F. 7 *r*, 10 *r*), e tale rapporto regge solo in quest'ultimo caso ($3 \times 12 = 36$; $3 \times 36 = 108$ labbri).

La metà lunghezza dell'arto deve naturalmente spostarsi un po' al disotto del gomito, a livello cioè, o del massimo spessore dell'avambraccio (F. 11 *r*), o dell'inserzione del tendine bicipitale al radio (A. f. 1 *v*).

Tenendo conto delle relative proporzioni, usando il modulo *labbro*, avremo quindi nell'asse dell'intero arto esteso la lunghezza di quarantotto labbri, dei quali venti dalla spalla al gomito e ventotto dal gomito alla punta del dito medio, sedici per l'avambraccio e dodici per la mano. Nell'arto flesso, mentre al lato estensorio la distanza dalla spalla alla punta del gomito aumenta di una quantità non fissa nelle varie proporzioni, ma che si aggira intorno ai tre labbri, al lato flessorio, in corrispondenza della piega del gomito, si ha una diminuzione di valore un po' superiore dell'aumento dal lato opposto, la quale, malgrado qualche dato contraddittorio, interessa tanto il braccio quanto l'avambraccio.

---

10 *r*) e al polso 4 labbri (F. 11 *r*, 12 *r*): nell'arto pure di profilo, ma a gomito flesso, i segmenti a livello del ventre bicipitale e della parte alta dell'avambraccio misurano 6 labbri (F. 11 *r*).

La larghezza della mano a pollice addotto misura in media pure 6 labbri (F. 10 *r*), mentre le ultime quattro dita ravvicinate ne sommano insieme 5 (F. 10 *r*).

La metà lunghezza della mano (sei labbri) corrisponde, sul dorso, alle articolazioni metacarpofalangee dei tre diti di mezzo, e la prima articolazione interfalangea del dito medio suddivide la metà distale della mano in due quarti di tre labbri ciascuno.

B. Proporzioni tra arto inferiore e testa.

La distanza dalla metà del ginocchio all'articolazione del piede equivale all'altezza di due facce (TP. I c. 167 etc.).

La grosseza della cosscia in facia è ssimile alla magiore largeza della facia del viso, cjoè J $^{2}/_{3}$ *dello spatio ch' è dal mento alla somjtà dal chapo* (F. 11 *v*).

La larghezza della gamba, veduta di faccia, al di sotto del ginocchio equivale all'altezza di mezza testa (F. 11 *v*) (1).

La larghezza della gamba, veduta di faccia a livello del polpaccio, equivale a sette dodicesimi dell' altezza della testa (F. 11 *v*).

Lo spessore del segmento sopramalleolare della gamba, veduta di faccia, equivale alla lunghezza verticale dell' orecchio e ad uno dei *3 spatj in ch' è divjso il volto* (F. 12 *r*), o ad un terzo dell' altezza della testa (F. 11 *v*).

Lo stesso segmento sopramalleolare della gamba, veduto di profilo, equivale alla distanza dalla *choda*, o angolo esterno dell'occhio, al *buso*, o orifizio dell'orecchio, ed a quella dal *lagrimator*, cioè dall'angolo interno dell'occhio, alla radice dei capelli (F. 12 *r*).

La distanza *infra lli stremj de' polj, dentro e ffori de' piedj, detti tallonj overo nocj* o *burelle de' piè*, cioè fra i due malleoli, equivale allo spazio fra rima orale ed angolo interno dell'occhio (F. 9 *r*) (2).

La larghezza del piede, veduto di faccia, sotto gli apici dei malleoli, equivale a sei diciassettesimi dell' altezza della testa (F. 11 *v*).

---

(1) In questa e nelle successive proporzioni del F. 11 *r* devesi sostituire all' altezza della testa quella della faccia.

(2) Rapporto troppo basso in confronto con i rimanenti.

Il piè è ttanto grande quanto tutto il chapo dell' omo, dal di sotto del mento al vertice (F. 5 *r*) (1).

Le distanze dall' estremo posteriore del tallone alla base del quinto dito (solco plantodigitale), e dal margine anteriore del malleolo laterale all' apice dell'alluce, equivalgono all' altezza della testa (F. 11 *v*).

Il piede (scheletro) *dal suo polo*, cioè dal malleolo, *alla punta, è ssimile alla lungheza del viso*, cioè all' altezza della faccia (A. f. 13 *r*) (2).

Il piè dal suo nasscimento cholla ganba, cioè dalla parte anteriore della linea articolare, sino all' apice dell' alluce misura la distanza dal solco labiomentale alla radice dei capelli, cioè cinque sesti dell' altezza della faccia (F. 7 *v*).

La lunghezza dell' alluce, che equivale alla sesta parte di quella del piede, corrisponde alla distanza dalla rima orale al di sotto del mento (F. 9 *v*) (3).

La lunghezza del secondo dito del piede dal fondo del primo spazio interdigitale, corrispondente alla quarta parte della distanza dalla metà del malleolo mediale alla punta del piede stesso, equivale alla lunghezza della rima orale (F. 9 *r*) (4).

---

(1) Vedi nota 1 pag. 40.

(2) A seconda delle dimensioni del piede può valere le precedente, oppure questa proporzione, la quale poi concorda fondamentalmente con la successiva.

(3) In questa e nella seguente proporzione trattasi di piede vitruviano (Vedi nota 1 pag. 40).

(4) Ricaviamo dalle proporzioni esposte in questo capitolo e nel V gli spessori dei principali segmenti dell' arto inferiore (esteso), misurati con il modulo *labbro*.

Nell' arto di faccia la massima grossezza della coscia equivale a labbri 9 1/3 (F. 11 *r*); il ginocchio fra i condili misura 7 labbri, e 6 più sotto, fra le due concavità laterale e mediale (F. 11 *v*): la patella 4-4 1/5 (F. 12 *r*; Quaderno V, f. 3 *r*); la gamba misura sotto il ginocchio 6 (F. 11 *v*), nel polpaccio 7 labbri (F. 11 *v*) e nel segmento sopramalleolare 4 (F. 11 *v*, 12 *r*); fra i due malleoli abbiamo alla base labbri 4 2/3 (F. 11 *v*), fra le massime convessità da 5 a 5 1/3 (F. 12 *r*); nel piede, sotto gli

*
* *

Nella prima infanzia la distanza dalla metà del ginocchio all' articolazione del piede corrisponde all' altezza della faccia (TP. I c. 167 etc.).

*
* *

Usando il modulo *labbro*, e tenendo conto delle proporzioni esposte in questo e soprattutto nel V capitolo, abbiamo in primo luogo che la distanza dalla spina iliaca anterior superiore al suolo, di quattro piedi leonardeschi, misura sessantaquattro labbri, mentre dalla radice del pene, cioè dalla metà dell' altezza totale, intercedono, come già sappiamo, cinquantasei labbri.

Il primo spazio, tenendo conto dei differenti livelli, rimane distribuito secondo lo specchietto seguente:

Livello	Distanza
Spina iliaca anterior superiore	
	labbri 4
Apice del gran trocantere	
	„ 4
Radice del pene	
	„ 24
Condili femorali (solco infrapatellare)	
	„ 2
Concavità laterale del ginocchio	
	„ 2
Concavità mediale del ginocchio	
	„ 24
Apice del malleolo laterale	
	„ 4
Pianta del piede	
Totale . . .	„ 64

---

apici malleolari, da 4 $^1/_5$ a 4 $^4/_5$ (F. 11 *r*) e 4 labbri nella larghezza del tallone (F. 9 *r*).

Nell' arto inferiore di profilo la distanza dal solco gluteofemorale all' inguine e la massima grossezza della coscia misurano labbri 10 $^2/_3$ (F. 11 *v*), sotto il ginocchio abbiamo 7 labbri (F. 11 *v*), al polpaccio 8 (F. 11 *v*), sotto il polpaccio 6 $^2/_5$ (F. 11 *v*) e nel segmento sopramalleolare da 5 a 5 $^1/_3$ (F. 11 *v*, 12 *r*).

La larghezza massima del piede oscilla in media fra 6 e 7 labbri (F. 11 *v*, 12 *r*).

Dalla cresta iliaca al solco gluteofemorale sono 14 labbri.

Relativamente alla lunghezza del piede in profilo, malgrado qualche dato contraddittorio, possiamo concludere che nel tipo leonardesco di sedici labbri esso ne misura quattro dall'estremo posteriore del tallone al margine anteriore del malleolo laterale, otto da questo al quinto solco plantodigitale e quattro da questo all'apice dell'alluce: l'alluce misura poi labbri 2 $^2/_3$-3 dal primo solco plantodigitale all'apice.

C. Proporzioni tra i due arti.

La distanza dall'articolazione della spalla al gomito flesso e da questo all'apice del pollice equivale alla distanza dalla metà del ginocchio all'articolazione del piede (TP. I c. 167 etc).

Il piede entra tre volte nella distanza dall'apice del dito medio alla sommità della spalla (F. 5 *r*) [1].

La *padella della spalla*, cioè la scapola, e verosimilmente nel suo diametro longitudinale, equivale al piede (scheletro) nella distanza *dal suo polo* (malleolo) *alla punta d'esso piedi* (A f. 13 *r*).

Tutto il piè entra dal gomjto alla giuntura della mano e dal gomjto all'apichatura di dentro del bracio diver la popa, quando il b[*raccio*] *ista piegato*, vale a dire che la lunghezza del piede equivale a quella dell'avambraccio e del braccio, dal gomito flesso alla piega ascellare (F. 5 *r*); lo stesso rapporto esiste anche a gomito esteso (7 *r*).

Il braccio, *dove si spicha dalla spalla dinanzi*, cioè lo spessore del braccio subito sotto l'ascella, veduto di faccia, entra quattro volte nella lunghezza del piede (F. 6 *r*).

Il segmento sopramalleolare della gamba, veduto di profilo, equivale alla maggior grossezza del braccio (avambraccio esteso), pure di profilo (F. 12 *r*).

(1) In questa proporzione e nelle seguenti il piede è leonardesco (Vedi nota 1 pag. 40).

Il segmento sopramalleolare della gamba, veduto di faccia, equivale alla larghezza del polso (F. 9 *r*, 12 *r*) ed è un quarto della distanza dal polso alla punta del gomito (F. 12 *r*) (1).

La larghezza del calcagno al di sotto e al di dietro dei malleoli equivale alla larghezza del polso (F. 9 *r*).

Il piè è ttanto più lungo che lla mano quanto è la larghezza del polso (F. 9 *r*).

La distanza *dalla punta della noce del piè dj dentro,* cioè dall'apice del malleolo mediale, all'apice dell'alluce, è eguale alla lunghezza dell'intera mano (F. 9 *r*).

Il piede è inoltre tanto più lungo della mano, *quanto è dall'apichatura di dentro del picholo djto del piè all' ultimo sportamento del djto grosso*, cioè dal quinto solco plantodigitale all'apice dell'alluce, *tollendo la mjsura per la lunga djrittura del piè*, vale a dire misurando longitudinalmente (F 9 *r*) (2).

La lunghezza della *palma della mano sanza le djta entra due volte in el piè sanza le sua djta* (F. 9 *r*).

La distanza dalla *giuntura del piè*, cioè dalla parte anteriore della linea articolare fra gamba e piede, sino alla *apichatura* delle dita equivale alla distanza che è fra l'*apichatura della mano*, cioè il polso, e l'apice del pollice (F. 9 *r*).

La mano chon i sua 5 djtj djrittj e sstretti insieme è larga quanto la magior largeza del piedi, cioè dove si congiugnje cho' sua djti (F. 9 *r*).

La minore larghezza della mano, dal margine ulnare della palma al radiale nel primo spazio interdigitale, corrisponde alla

---

(1) Nel F. 9 *r* L., alludendo, come dimostra lo schema annesso, al polso, scrive per un lapsus: " *bracio dove si giugnje chol suo* bracio *dj dentro* ", anzichè, come rilevano anche gli Editori Norvegesi: " *cholla sua* mano *dj dentro* ".

(2) Da questa e dalle precedenti proporzioni si conclude che normalmente la lunghezza della mano (12 labbri) è tre quarti della lunghezza del piede (16 labbri).

minore larghezza del piede nel tratto interposto fra *lla sua apichatura cholla ganba* e la base delle dita (F. 9 *r*).

La lunghezza dell' alluce equivale a quella della prima falange del dito medio della mano (F. 9 *r*) (1).

Nell' alzare del chalchagnjo, cioè nel sollevamento del piede sulle teste dei metatarsali, il *nervo*, vale a dire il tendine del tibiale anteriore, e il *ttallone*, cioè il malleolo mediale, si accostano *di un djto* (trasverso): riabbassandosi il piede, tendine e malleolo *si separano un djto* (Quaderno II, f. 24 *r*).

* * *

Anche nella prima infanzia la distanza dall' articolazione della spalla al gomito flesso e da questo all' apice del pollice equivale alla distanza dalla metà del ginocchio all' articolazione del piede (TP. I c. 167 etc.).

(1) Alluce di piede vitruviano.

DIMENSIONI DELLA FIGURA UMANA
SECONDO IL CANONE LEONARDESCO

Riassumiamo i dati principali dedotti dallo studio delle singole proporzioni, riportando le misure della figura umana di media statura secondo il Canone di Leonardo.

Il modulo " *labbro leonardesco* " [1], che entra nell' altezza totale *112* (*108*) *volte*, riferito al sistema metrico decimale corrisponde, nella statura media di *168 centimetri*, ad *un centimetro e mezzo*.

Le misure si intendono riferite all'uomo maschio adulto, ritto, con gli arti superiori addotti, a gomiti estesi e palme rivolte medialmente, e con piedi ravvicinati, cioè nella posizione di " *attenti* ": la testa è disposta in modo, che il padiglione auricolare si trovi alla stessa altezza del naso (dallo spazio tra i sopraccigli al margine libero del setto).

Daremo separtamente le misure longitudinali o verticali, trasversali, e sagittali o anteroposteriori; con le dimensioni trasversali considereremo anche quelle ad arti superiori abdotti orizzontalmente.

Forniremo le misure più importanti: altre potranno del resto dedursi facilmente dalle proporzioni e dalle note a piè di pagina. Fra i non pochi dati discordanti sceglieremo naturalmente quelli che, in base a quanto fu osservato nelle note e nei commenti annessi ai capitoli II A, VI A e VII A e B, concordano tra loro e con le dimensioni totali.

(1) Tale misura non deve intendersi nel senso di altezza effettiva del labbro, ma di dodicesima parte dell' altezza della faccia o quattordicesima della testa, secondo il concetto leonardesco.

1. — Dimensioni longitudinali.

a) *Dimensioni longitudinali principali:*

	Labbri	*Centimetri*
Vertice		
	2 (1; 3)	3 (1 1/2; 4 1/2)
Radice capelli		
	4	6
Spazio tra i sopraccigli		
	1	1 1/2
Angolo mediale dell' occhio		
	2	3
Solco alare		
	1	1 1/2
Setto nasale		
	1	1 1/2
Rima orale		
	1	1 1/2
Solco labiomentale		
	2	3
Profilo inferiore del mento		
	6	9
Incisura jugulare dello sterno		
	8	12
Papille mammarie		
	16	24
Ombelico		
	4	6
Spina iliaca anterior superiore		
	4	6
Apice del gran trocantere		
	4	6
Radice del pene		
	24	36
Condili femorali (solco infrapatellare)		
	2	3
Concavità laterale del ginocchio		
	2	3
Concavità mediale del ginocchio		
	24	36
Apice del malleolo laterale		
	4	6
Pianta del piede		
Totale	112	168

b) *Dimensioni longitudinali secondarie:*

	Labbri	*Centimetri*
Padiglione auricolare	4	6
Acromio		
	6	9
Piega ascellare		
	14	21
Gomito (piega)		
	16	24
Polso		
	6	9
3a artic. metacarpofalangea (lato dorsale)		
	3	4 1/2
1a artic. interfalangea dito medio (lato dorsale)		
	3	4 1/2
Apice dito medio		
Cresta iliaca		
	14	21
Solco gluteofemorale		

2. — Dimensioni trasversali.

a) *Dimensioni trasversali principali:*

	Labbri	*Centimetri*
Larghezza massima della faccia	9 - 9 1/3	13 1/2 - 14
Distanza fra le inserzioni dei padiglioni auricolari	8	12
Larghezza massima delle spalle	28	42
Diametro trasverso del torace sotto le ascelle	18 2/3	28
(„ „ della cintola	16	24)
„ „ del bacino	18 2/3	28
Spessore massimo della coscia	9 1/3	14
„ del ginocchio — fra i condili	7	10 1/2
„ del ginocchio — fra le concavità laterale e mediale	6	9
„ del segmento sotto il ginocchio	6	9

	Labbri	Centimetri
Spessore del polpaccio	7	10 1/2
„ del segmento sopramalleolare . .	4	6
„ „ malleolare alla base dei malleoli . . .	4 2/3	7
„ „ malleolare nella massima convessità dei malleoli . .	5 - 5 1/3	7 1/2 - 8
„ del segmento inframalleolare . .	4 1/5 - 4 4/5	6 3/10 - 7 1/5
Larghezza massima del piede	6 - 7	9 - 10 1/2

b) *Dimensioni trasversali secondarie:*

	Labbri	Centimetri
Distanza fra gli angoli esterni degli occhi	6	9
„ fra le pupille	4	6
„ fra gli angoli interni degli occhi	2	3
Larghezza del naso: all'altezza degli occhi	1	1 1/2
„ „ fra le pinne	2	3
„ della bocca	3	4 1/2
Distanza tra le due papille mammarie . .	12	18
Spessore dell'arto superiore:		
„ sotto l'ascella	4	6
„ al ventre bicipitale	5	7 1/2
„ sopra gli epicondili	4 1/2	6 3/4
„ sotto gli epicondili	6	9
„ al polso	2 1/2 - 3	3 3/4 - 4 1/2
Patella	4 - 4 1/5	6 - 6 3/10
Tallone	4	6

c) *Dimensioni trasversali ad arti superiori abdotti orizzontalmente all' altezza delle spalle:*

	Labbri	Centimetri
Distanza fra i due diti medî	112	168
„ „ polsi	88	132
„ „ gomiti (pieghe) . . .	56	84

	Labbri	Centimetri
Distanza fra i lati esterni delle due fosse ascellari	28	42
„ fra le origini clavicolari dei due muscoli deltoidi	14	21

3. — Dimensioni sagittali.

a) *Dimensioni sagittali principali :*

	Labbri	Centimetri
Testa, dalla verticale tangente allo spazio fra i sopraccigli, all' occipite	12	18
Dal profilo anteriore del mento al posteriore del collo	9 (10 1/2)	13 1/2 (15 3/4)
Dal profilo anteriore del mento all' angolo joideo	3	4 1/2
Collo	6,85 - 7	10 1/4 - 10 1/2
Torace	14	21
(Distanza dalla convessità della natica alla radice del pene	14	21)
Distanza dal solco gluteofemorale all' inguine	10 2/3	16
Spessore massimo della coscia	10 2/3	16
(„ del ginocchio	7 1/2	11 1/4)
„ sotto il ginocchio	7	10 1/2
„ del polpaccio	8	12
„ sotto il polpaccio	6 2/5	9 3/5
„ del segmento sopramalleolare	5 - 5 1/3	7 1/2 - 8
Lunghezza totale del piede	16	24

b) *Dimensioni sagittali secondarie :*

	Labbri	Centimetri
Distanza dal contorno esterno dell' orbita al padiglione auricolare	4	6
„ dall'angolo esterno dell'occhio all' orifizio auricolare	5	7 1/2

	Labbri	*Centimetri*
Distanza dal margine post. del padiglione auricolare all' occipite	3	4 1/2
Naso dalla base alla punta	2	3
Distanza dal solco labiomentale all' angolo mandibolare	6	9
Distanza dal profilo anteriore del mento all' angolo mandibolare	7	10 1/2
Spessore dell' arto superiore esteso:		
(„ sotto l' ascella	6	9)
„ sotto gli epicondili.	5 1/3	8
„ a metà lunghezza dell'avambraccio	4 1/2	6 3/4
Larghezza del polso	4	6
„ della mano	6	9
„ delle ultime 4 dita	5	7 1/2
Spessore dell' arto superiore a gomito flesso:		
„ al ventre bicipitale	6	9
„ sotto gli epicondili	6	9
Faccia post. del tallone		
} . .	4	6
Margine ant. malleolo lat.		
} . .	8	12
5° solco plantodigitale		
} . .	4	6
Apice (dell' alluce o del 2° dito) . . .		
Lunghezza dell' alluce	2 2/3 - 3	4 - 4 1/2

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 27 dicembre 1917*)

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1917-918 - Tomo LXXVII - Parte seconda

INTORNO ALLA PRIMA EDIZIONE FIORENTINA
DELLE
OPERE DI GALILEO

NOTA DEL PROF. ANTONIO FAVARO, M. E.

(Memoria presentata alla Presidenza durante l'anno accademico 1917-18)

È assai ben noto come uno degli ultimi e più vagheggiati disegni di Galileo sia stato quello di mettere insieme una edizione completa di tutte le sue opere; disegno che, per gli affidamenti ricevuti da varie parti, egli potè, fino all'estremo di sua vita, creder prossimo ad essere mandato ad effetto, mentre invece non aveva purtroppo avuto nemmeno un principio di attuazione. E il Carcavy prima e gli Elzeviri poi lo avevano invano lusingato, e inutilmente egli aveva fatte preparare le traduzioni latine affinchè, dovendo le sue opere veder la luce fuori d'Italia, fossero pubblicate con la doppia veste che ne assicurasse la maggiore diffusione (1).

Era ben naturale che il Viviani, testimonio di questo desiderio dell'amatissimo suo Maestro, s'infiammasse subito all'idea di compierne il voto, ed infatti poche settimane dopo la morte di Galileo noi lo vediamo rivolgersi a tal fine agli amici ed a tutti quelli che con lui avevano avuta la ventura di essersi tro-

(1) Di questo argomento ci siamo ripetutamente occupati in parecchie delle precedenti nostre pubblicazioni, ma in maggiori particolari siamo entrati nella nostra recente monografia sopra gli ELZEVIRI. Cfr. *Amici e corrispondenti di Galileo Galilei. XXXIV-XXXVI. Bonaventura, Abramo e Lodovico Elzevier (Atti del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti.* Tomo LXXV, Parte seconda, pag. 481-514). — Venezia, premiate officine grafiche di Carlo Ferrari, 1916.

vati in relazione col sommo filosofo, chiedendo con grandi istanze comunicazione di scritti e di documenti galileiani. Copiosissima infatti fu la raccolta che in breve volgere di tempo egli pervenne a farne, anche per la premurosa condiscendenza del figlio ed erede di Galileo, sicchè noi andiamo a lui debitori se tanta parte del carteggio, delle postille, delle scritture minori, e insomma di tutto ciò che alla morte di Galileo era rimasto inedito, potè giungere insino a noi. E poichè gravissime ed insormontabili difficoltà si opponevano a che l'amoroso discepolo potesse condurre subito quella compiuta edizione ch' egli aveva in animo di fare, si tenne a somministrare buona parte delle scritture delle quali era pervenuto al possesso a Carlo Manolessi che, con la guida di Carlo Rinaldini [1], condusse in Bologna la prima edizione delle opere di Galileo pubblicata tra il 1655 ed il 1656, la quale, anche così monca com' era per il veto opposto alla ristampa di tutte le scritture relative al sistema copernicano, s' era trascinata attraverso ostacoli d' ogni maniera a motivo delle continue obiezioni mosse dall' Inquisitore che spietatamente tagliava anche tra le scritture licenziate, non ostante l'intervento personale del Principe Leopoldo [2].

Per cosiffatti motivi, ed anche per l' esecuzione materiale assai poco accurata, quella prima edizione, se anche trovò buone accoglienze, rimase però molto al disotto delle aspettative, e men che tutti ne rimasero sodisfatti il Principe ed il Viviani, sicchè

---

(1) La cooperazione del Viviani, limitata però, a quanto noi crediamo, alla somministrazione di materiali, è dichiarata dallo stesso Manolessi nella prefazione " a' discreti e virtuosi lettori ", dove però non è menzione del Rinaldini; ma che questi vi abbia avuta parte e notevolissima risulta fra altro da una lettera indirizzatagli dal Viviani sotto il dì 5 dicembre 1654, nella quale, a proposito dell' edizione bolognese che si stava preparando, la dice " promossa ed ultimata per mezzo di V. S. E. " (Biblioteca Nazionale di Firenze, Mss. Galileiani. *Discepoli.* Vol. CXLII, car. 3).

(2) Veggasi a questo proposito il carteggio del Manolessi col Viviani da noi pubblicato a pag. 80-92 dei nostri *Documenti inediti per la storia dei Manoscritti Galileiani nella Biblioteca Nazionale di Firenze* (Estratto dal *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle scienze matematiche e fisiche.* Tomo XVIII. Gennaio-Marzo 1885). — Roma, tip. delle scienze matematiche e fisiche, 1886.

essi ripresero immediatamente l'antico loro disegno, alla esecuzione del quale si opponeva tuttavia pur sempre l'ostacolo gravissimo del divieto dell'autorità ecclesiastica a comprendervi le scritture incriminate, ostacolo che convien credere non avesse il Viviani, e fino all'ultimo di sua vita, perduta la speranza di poter superare, tantochè ancora nel 1701, e giova credere per serbarli all'edizione da lui ideata, egli si rifiutava di somministrare a Luca degli Albizzi certi materiali di cui l'aveva richiesto per curare una ristampa della infelice edizione bolognese con aggiunte (1).

Mancato ai vivi il Viviani nel 1703, il tesoro di cose inedite galileiane da lui raccolte, e delle quali egli aveva pubblicato soltanto una piccola parte nel suo libro della *Scienza universale delle Proporzioni*, dato alla luce nel 1674, passò nelle mani dell'abate Jacopo Panzanini suo nipote ed erede, il quale, benchè lettore di matematica nello Studio fiorentino, non si curò di usufruire egli stesso di quella preziosa eredità, non pensò di accrescerla come in quel tempo avrebbe agevolmente potuto, e si contentò d'unirvi le dotte scritture dello zio, pregevoli per notizie così intorno alle opere di Galileo come intorno alla storia delle scienze nel secolo decimosettimo. Al Panzanini si rivolse pertanto il P. don Guido Grandi per il bisogno ch'egli ebbe di consultare le carte del Viviani in occasione della sua ben nota polemica col Marchetti (2), ed a lui stesso dovettero far capo coloro che si proposero di valersi della stamperia Granducale per una nuova edizione delle opere di Galileo.

---

(1) Cfr. la lettera di Luca degli Albizzi ad Antonio Magliabechi, data da Pisa sotto il 29 luglio 1701 a car. 44 del Cod. Magliab. 100 della Classe VIII nella Biblioteca Nazionale di Firenze.

(2) *Risposta apologetica del P. Maestro D.* Guido Grandi Camaldolese teologo e matematico dell'A. R. di Toscana e professore ordinario di filosofia nello Studio di Pisa, *alle opposizioni fattegli dal sig. dott. A[lessandro] M[archetti] nella sua dotta lettera diretta all'Eccellenza del sig. B[ernardino] T[revisan]*. — In Lucca, MDCCXII, per Pellegrino Frediani, pag. 62. — Sono a questo argomento relative due lettere di Jacopo Panzanini (21 e 24 novembre 1711) e quattro di Benedetto Bresciani (28 novembre 1, 8 e 26 dicembre 1711) al P. Guido Grandi contenute nel carteggio di quest'ultimo conservato nella Biblioteca Universitaria di Pisa e del quale diremo tra poco.

Ignoro se i nomi di questi siano stati fatti conoscere da altri prima che dal Nelli (1), il quale, attingendo indubbiamente ad ottime fonti, affermò che vi sopraintese Tommaso Buonaventuri " colla scorta e consiglio del celebre P. Guido Grandi e di Benedetto Bresciani ambedue matematici " (2). Tutte e tre queste persone sono assai ben note nella storia letteraria, sicchè noi ci contenteremo di riassumere con la massima brevità quello che ne abbiamo trovato nelle memorie e nei documenti del tempo.

Tommaso di Niccolò di Francesco Buonaventuri (3) nacque di nobile famiglia in Firenze il 17 settembre 1675; fu tra il 1713 e il 1723 direttore e revisore della stamperia granducale, ufficio del quale si valse per dare alla luce opere di sommo pregio, e dopo il Magliabechi divenne segretario dell' Accademia Fiorentina: appartenne anche alla Crusca ed all' Arcadia ed ebbe qualche parte pure nell' amministrazione della cosa pubblica. Ascritto al Consiglio dei Dugento, fu Provveditore al Monte ed in istrette relazioni con gli uomini politici che reggevano la somma delle cose. Sembra però che nell' esercizio di queste sue diverse funzioni egli avesse accumulato sopra di sè molti odii, i quali finirono per armare il braccio d' un sicario che proditoriamente lo uccise con una terzettata la notte del 21 settembre 1731 sulla piazza del Duomo presso la porta dell' Opera di S. Maria del Fiore.

---

(1) *Vita e commercio letterario di Galileo Galilei*, ecc. scritta da Gio. Battista Clemente de' Nelli, ecc. Volume I. — Losanna, 1793, pag. 59.

(2) Noto che nessun cenno di tale collaborazione si trova nell' ampia recensione che se ne legge nel *Journal des Sçavants* pour le mois d' août 1721 (pag. 233-239); pour le mois de septembre (pag. 346-355). — A Amsterdam, chez les Jansons à Waesberge. MDCCXXI.

(3) Il Riccardi, registrandone il nome nella sua *Biblioteca Matematica Italiana*, lo chiama " Buonaventura ", e fu probabilmente indotto a crederlo diverso dal " Buonaventuri " contemplato dal Mazzuchelli: questo crediamo giacchè egli, registrandone le fonti biografiche, si tiene a rimandare alla *Storia della Letteratura Italiana nel secolo XVIII* di Antonio Lombardi (T. III, pag. 115). Del resto anche nella seconda edizione delle *Lezioni accademiche* del Torricelli (Milano, per Giovanni Silvestri, M. DCCC. XXIII, pag. VIII), riproducendosi la " Prefazione e vita dell' Autore ", la si dice opera di " Tommaso Bonaventura ".

Benedetto Bresciani nacque, egli pure in Firenze, il 12 luglio 1658 ed è ricordato come uomo di universale erudizione nelle lettere, nelle scienze e nelle arti. Dopo il Viviani fu maestro al Principe Gio. Gastone che accompagnò come aiutante e segretario nei suoi viaggi in Germania, e al suo ritorno succedette al Magliabechi nell' ufficio di bibliotecario del Granduca.

Di lui troviamo ancora che fu maestro di matematica ai Paggi, accademico della Crusca e degli Apatisti e che nella qualità di Bibliotecario della Laurenziana ricevette il 16 novembre 1714 in consegna da Francesco Paganelli, esecutore testamentario di Lodovico Serenai, i manoscritti del Torricelli dei quali era rimasto depositario. Con l' appellativo di " R. Celsitudinis M. Etr. Ducis Secretarius et Bibliotecarius „ apparisce associato alle " Deliciae Eruditorum „ del Lami, che nei " Memorabilia Italorum „ ne tessè la biografia: mancò ai vivi il 21 ottobre 1740 (1).

Di gran lunga più celebre in confronto dei due precedenti è rimasto nella storia della scienza il nome del P. Guido Grandi, del quale ci contenteremo di dire brevemente che nacque in Cremona il 1° ottobre 1671 e, dopo essere stato scolaro del P. Girolamo Saccheri, vestì a diciasette anni l' abito Camaldolese, mutando in Guido il nome di Francesco che aveva ricevuto al fonte battesimale. Compiuto il corso degli studi filosofici e teologici in Roma, si recò in Toscana dedicandosi tutto allo studio delle matematiche nelle quali fece rapidamente progressi maravigliosi e ne diede saggio in quella dimostrazione geometrica dei problemi del Viviani che fece arricciare il naso all' ormai cadente matematico granducale. L' anno dopo la pubblicazione di quest' opera, cioè nel 1700, fu eletto alla cattedra di filosofia straordinaria nell' Università di Pisa e sette anni dopo succedendo a Galileo, al Torricelli ed al Viviani, fu eletto Matematico del Granduca, ed alla morte del Marchetti, col quale aveva avute così aspre polemiche, passò alla lettura di matematica nello Studio Pisano, che tenne

(1) Che nel giorno successivo sia stato sepolto in S. Frediano risulta dai documenti dell'Archivio di Stato (Morti della Grascia. Vol. 16. Quartiere di S. Spirito); invece nel Necrologio del Salvini che è in Marucelliana (Cod. A. 152) apparirebbe morto un anno prima, cioè il 21 ottobre 1739.

fino alla morte dalla quale fu côlto il 4 luglio 1742. E tanto basti di lui che, avendo ottenuto con un Breve Papale di poter disporre delle sue sostanze accumulate e col ricco emolumento e coi lauti guadagni fatti come consulente in materie idrauliche, legò al suo Monastero la copiosa libreria con un capitale per provvedere all'incremento di essa ed allo stipendio d'un bibliotecario a pubblica utilità. Con la sua biblioteca passarono poi all'Universitaria di Pisa anche le sue carte personali, compreso il voluminoso carteggio (1) tenuto con i più cospicui scienziati del suo tempo: e di esso appunto intendiamo valerci per narrare con maggiori e più esatti particolari la storia della prima edizione fiorentina delle opere di Galileo alla quale il Grandi fu chiamato a partecipare.

Il primo cenno che di questa nuova edizione si trova nel carteggio del P. Grandi è contenuto in una lettera indirizzatagli da Benedetto Bresciani sotto l'otto novembre 1712 nella quale leggiamo: " Avrà sentito dal Sig. D.e Giuseppe Averani che si prepara la ristampa dell'Opere del Galileo. Vi sarà luogo alle fatiche già fatte dal Sig.r Viviani sopra alcune di esse Opere, com'ella sa, e vi sarà bisogno di lei per metterle in buona forma e farvi delle note che paiono necessarie. Intanto si lavora su la correzione del testo del Galileo, ed il Sig.r Tommaso Buonaventuri s'impiega con tutta la sua solita diligenza. Ella sarà informata appoco appoco di tutto quello che si andrà facendo " (2).

Qui adunque entrano in iscena tutti gli studiosi che cooperarono a condurre la nuova edizione, non escluso neppure l'Ave-

(1) Di questo approfittò prima di me il Ch.mo C. Lupi che ne trasse fra altro la minuta di una lettera del Grandi, non si sa a chi diretta, non certo al Viviani com'egli suppone, e contenente alcuni apprezzamenti sulle note lettere di Galileo al Castelli ed all'Ingoli, delle quali si disapprova l'indirizzo copernicano, e che consiglia di non stampare. " perchè in tutte egli ragiona a favore del moto della terra, secondo il sistema copernicano, la di cui ferma asserzione è proibita dalla Sacra Congreg.ne, e solamente è permesso discorrerne per ipotesi, agevole a computare più facilmente i calcoli astronomici. (C. Lupi. *Appunti Galileiani estratti dalle carte del P. Guido Grandi* [*Miscellanea Fiorentina di erudizione e Storia*, pubblicata da Iodoco del Badia. Vol. II, n. 14. pag, 17-22]. — Firenze, coi tipi di S. Landi, 1894).

(2) Biblioteca Universitaria di Pisa. Lettere al P. Grandi. 3, car. 316.

rani, che era veramente professore di diritto civile nello Studio di Pisa, ma che, principalmente con la guida del fratello Benedetto [1], il quale passava per grande matematico, era stato introdotto nello studio delle scienze positive, nelle quali troviamo asserito aver egli fatto notevoli progressi. Ma della parte da lui effettivamente presa ai lavori della nuova edizione a più tardi, e intanto notiamo che alla data della lettera surriferita essa era già stata deliberata, e, come si rileva da una successiva del 19 novembre dello stesso Bresciani pure ai Grandi [2], la correzione si stava facendo sul testo della edizione bolognese che si dichiarava " errato in ogni genere „ e per cura del Buonaventuri, ma non è detto che si tenessero a riscontro nè manoscritti nè tampoco le edizioni stesse curate dall' autore: in attesa che fossero preparate le giunte consistenti in nuovi materiali ed in illustrazioni, si volevano intanto ristampare i due volumi dell' edizione bolognese ai quali, per ripetere una frase che in questo carteggio ricorre più d' una volta, si sarebbe " lavato il viso „.

E i nuovi materiali dovevano cercarsi nei manoscritti raccolti dal Viviani e posseduti dal Panzanini, e le illustrazioni si riferivano intanto agli studi dello stesso Viviani sul trattato della resistenza dei solidi, dei quali il Grandi s' era già giovato nella suaccennata occasione, ma ch' egli avrebbe dovuto render " poi perfette con le sue dotte note ed illustrazioni „, come si legge nella medesima lettera testè citata. Non pare però che, almeno da principio, il Panzanini fosse disposto a permettere che gli studi fossero condotti sopra gli originali del Viviani, inducendolo forse ad essere riluttante anche l' aspetto di quei manoscritti autenticati dal Principe Leopoldo de' Medici nella occasione della quale ci siamo in altre circostanze intrattenuti con

---

(1) Di questo sembrami opportuno ricordare qui *La difesa di Galileo scritta da Benedetto Averani* pubblicata ed illustrata da ANTONIO FAVARO (Estratto dal Vol. II, Ser. II delle *Memorie della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Modena.* Sezione di scienze, pag. 209-239). — In Modena, coi tipi della società tipografica, antica tipografia Soliani, 1883.

(2) L. c. Lettere al P. Grandi. 3. car. 318.

molti particolari (1), e perciò si era provveduto a curarne la copia (2), la quale tuttavia andava trascinandosi così per le lunghe (3) che alla fine il Panzanini, dopo molte esitazioni e con grandi cautele, si indusse a lasciarsi persuadere di mandarli al Grandi.

Tra le carte di questo abbiamo rinvenute numerose le lettere del Panzanini, del Bresciani e soprattutto del Buonaventuri a lui indirizzate, ma purtroppo nessuna delle risposte del Grandi, sicchè quando il Bresciani sotto il 3 gennaio 1713 lo ringrazia dei suggerimenti dati " intorno alle giunte da farsi all' Opere del Galileo ", non sappiamo quali fossero, e ne siamo ridotti alle informazioni che egli stesso in tale occasione gli fornisce, scrivendogli: " si son trovati degli opuscoli da non tralasciarsi, parte de' quali sono nelle mani del Sig.r Panzanini e parte appresso agli Eredi del Sig.r Lodovico Serenai, confidente del Galileo. Vi è fra l' altre cose un Dialogo sopra la forza della percossa " (4).

Quattro giorni dopo torna a scrivergli, accennando ad una scelta da farsi tra le lettere di Galileo, ed al Dialogo della percossa, rispetto al quale dice: " credo che sia copiato dall' originale, che può essere che sia appresso agli eredi del S.r Lodovico Serenai, i quali hanno promesso di dare tutto ciò che si trovano avere di fogli appartenenti a Opere del Galileo, che essendo stato grande amico del S.r Serenai, lasciò molte sue cose in mano d' esso, ed egli fu che diede al Ser.mo Card.l Leopoldo di fel. m.

---

(1) Antonio Favaro. *Amici e corrispondenti di Galileo Galilei. XXIX. Vincenzio Viviani* (*Atti del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti*. Tomo LXXII. Parte seconda, pag. 93-96). — Venezia, premiate officine grafiche Carlo Ferrari, 1912. Veggasi anche una lettera del Buonaventuri a Giuseppe Averani dei 28 novembre 1711, che è nei Manoscritti Galileiani della Biblioteca Nazionale di Firenze. Div. II. Parte VI, Tomo XVIII, car. 6.

(2) L. c. Lettere al P. Grandi: **3**, car. 320, 321, 323, 327, 333, 334, 337, 342.

(3) Ibidem. **3**, car. 339, 341; **18**, car. 64.

(4) Ibidem, **3**, car. 347. — Qui ed anche in altre lettere del Bresciani (**3**, car. 337) si parla del Giannetti che avrebbe assunto di fare un lavoro " su le repliche agli oppositori del Galileo ". Ma di questo che fu Pascasio Giannetti, già professore dello Studio Pisano, avremo motivo di occuparci con qualche particolare più innanzi.

i Dialoghi delle Proporzioni, che pure vi è stato chi ha auto ardire di predicar per supposto „ (1).

Qui adunque, come anche nella lettera precedente, si parla del Serenai, come di confidente e grande amico di Galileo, la qual cosa ci giunge affatto nuova, poichè il nome di lui non s'incontra mai nel carteggio Galileiano, anzi in nessun luogo dell' Edizione Nazionale, nè abbiamo mai trovato che il sommo filosofo lo avesse fatto depositario di cose sue: che se effettivamente restarono nelle mani del Serenai scritture galileiane, non fu già perchè dall'autore egli le avesse direttamente avute, ma perchè le avrà trovate tra i manoscritti del Torricelli, e questo sappiamo essere precisamente avvenuto per quelli che il Bresciani chiama " i Dialoghi delle Proporzioni „, e per testimonianza dello stesso Viviani (2) che per il primo li diede alla luce.

Per quanto è dato di rilevare dal carteggio che abbiamo alle mani, pare che da principio il Grandi opinasse essere opportuno di mettere il suo lavoro di illustrazione delle fatiche del Viviani, alle quali, come al solito, il Buonaventuri suggerisce di lavare il viso (3), in forma di dialogo e che nel manifestare i suoi propositi a tale riguardo egli fosse stato frainteso, avendo in seguito dichiarato di non poter pronunciarsi circa la forma da dare al suo lavoro prima d'aver digerita tutta la materia contenuta nelle carte del Viviani (4).

Pare che alla stampa si ponesse effettivamente mano nel novembre 1713, perchè al principio del mese successivo si annunzia prossimo il compimento del Compasso (5) che è appunto la scrittura posta in capo al tomo primo, ed intanto si andava in traccia delle cose Galileiane inedite, intorno alle quali il Buonaventuri scriveva al Grandi nei termini seguenti: " Fra le molte cose che si trovano del Galileo non più stampate, ve ne sono alcune concernenti a quelle già stampate: sto in dubbio nella nuova edizione che ne

(1) Ibidem, 8, car. 323.

(2) *Quinto libro degli elementi di Euclide ovvero scienza universale delle proporzioni spiegata colla dottrina del Galileo*, ecc. — In Firenze, alla Condotta, M . DC . LXXIV, pag. 60.

(3) Lettere al P. Grandi, 4, car. 45.

(4) L. c. 8, car. 342; 4, car. 47.

(5) L. c. 4, car. 50.

faremo, se quelle che riguardano materie sopra le quali ci sono altri trattati vadano poste a i suoi luoghi a i quali appartengono, o pure se sia bene il metterle tutte insieme in un Tomo a parte fra le cose non più stampate. Io inclinerei a questo secondo partito, ma desidererei di sentire il suo prudentissimo parere „ (1). A questo si induceva molto probabilmente il Buonaventuri per il timore che i ritardi eventuali nella elaborazione di quelle giunte si ripercuotessoro sul progredire della stampa; ma convien credere ch' egli poi mutasse parere, poichè al seguito del Compasso, e nel gruppo di scritture relative alle Galleggianti, vediamo aggiunte al loro luogo la lettera di Tolomeo Nozzolini a Monsignore Marzimedici e quella di Galileo al Nozzolini intorno a questo argomento, che sono giunte pubblicate per la prima volta nell' edizione fiorentina.

Dalla continuazione del carteggio del Buonaventuri col P. Grandi noi siamo informati delle scoperte che andavano facendosi alla giornata di cose inedite e in parte fino allora sconosciute (2), alcune delle quali e di molta importanza non sappiamo in verità comprendere perchè siano state escluse dall' edizione che si andava conducendo. La quale, non trattandosi ormai che di riprodurre con lievi ritocchi e pochissime aggiunte l' edizione bolognese, procedeva tanto rapidamente che al principio dell' aprile 1715 il Buonaventuri poteva annunziare al Grandi: “ Il Galileo è quasi alla fine del secondo Tomo, onde fra tre o quattro mesi saremo a tiro di dar principio a quelle cose che V.ª R.ª aveva preparato su tal materia „ (3).

Ora, il contributo alla nuova edizione per il quale si era impegnato il P. Grandi avrebbe dovuto consistere nel compimento del trattato delle resistenze principiato dal Viviani per illustrare la giornata seconda dei Dialoghi delle Nuove Scienze, e questo pare egli avesse dato in tempo, e poi ancora nelle note al trattato di Galileo del moto naturale accelerato, per le quali sul finire del 1716, e quando il Buonaventuri gli stringeva maggiormente i panni addosso per averne il manoscritto, sembra egli volesse

(1) L. c. 4, car. 45.
(2) L. c. 4, car. 52, 56, 58.
(3) L. c. 4, car. 63.

esimersene; anzi all' obiezione, che per tale mancanza l' ultimo tomo sarebbe riuscito troppo smilzo in confronto degli altri due, suggeriva di stampare la " Sfera „ pubblicata dal P. Urbano Daviso e che era stata di proposito omessa nella edizione bolognese. Non vi si acconciava tuttavia il Buonaventuri scrivendogli: " Il ripiego poi del Trattato di Sfera non val niente, perchè quel trattato non è memoria nessuna che sia del Galileo, e quel nome vi è stato posto dallo stampatore per accreditarlo, sicchè con questo non si può ingrossare il terzo tomo, che è un altro motivo per cui indispensabilmente bisogna distendere quelle tante cose che già sono all' ordine, che vuol dire che non aspettano se non la forma „ (1). S' ingannava però a partito il Buonaventuri quando giudicava apocrifa la " Sfera „: l' autenticità di questa scrittura venne da noi in altra occasione ineccepibilmente dimostrata (2), e del nostro parere era già stato il Toaldo che la inserì per la prima volta nella edizione delle Opere di Galileo da lui curata.

Alle preghiere insistenti del Buonaventuri (3) finì poi per arrendersi il P. Grandi; non prima però che nel maggio 1718 incominciò a mandare le figure (4) ed a mezzo luglio di questo medesimo anno annunziava imminente il compimento del lavoro (5).

Ma delle note illustrative alle opere di Galileo contenute nel tomo terzo di questa prima edizione fiorentina, quelle del Grandi sono le sole che vi siano state inserite col nome dell' autore: altre anonime con titolo generico di " Note sopra l' Opere di Galileo Galilei „ risguardano senza alcun ordine: il discorso delle cose che stanno sull' acqua o che in quella si muovono; le meccaniche; il nunzio sidereo e le scritture risguardate come continuazione di esso; le macchie solari; il Saggiatore; la risposta al

---

(1) L. c. 4, car. 79.

(2) *Sulla autenticità della Sfera Galileiana pubblicata dal Daviso e intorno a tre trattati di Sfera erroneamente attribuiti a Galileo* (*Nuovi Studi Galileiani* per ANTONIO FAVARO [*Memorie del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti.* Vol. XXIV, pag. 55-70]). — Venezia, tip. Antonelli, 1891.

(3) Biblioteca Universitaria di Pisa. Lettere al P. Grandi. 4, car. 97, 98, 99, 104.

(4) L. c. 4, car. 105, 107, 109, 111, 115.

(5) L. c. 4, car. 117.

Liceti; e le montuosità della luna: ed anche intorno a queste getta qualche luce il carteggio sul quale abbiamo portata la nostra attenzione.

Nella " Prefazione Universale " essa pure anonima, ma che, come vedremo tra poco, fu stesa dal Buonaventuri, di queste note è detto soltanto che " sono parto d' un sublime acutissimo ingegno, nella filosofia e nella geometria esercitatissimo e presso tutti gli scienziati d' altissima stima ".

Ora, oltre ai tre, cioè il Buonaventuri, il Grandi, le attribuzioni dei quali risultano ben definite, ed il Bresciani che veramente non sappiamo come ed in qual misura abbia partecipato ai lavori, nel carteggio in esame sono menzionati due altri collaboratori cioè Giuseppe Averani e Pascasio Giannetti. Di questi, l' Averani, che abbiamo già incontrato, sembra aver funzionato piuttosto come consulente che come effettivo cooperatore, poichè vediamo che furono assoggettate al suo esame le cose di Galileo da aggiungersi alla nuova edizione (1) ed anche la Prefazione Universale compilata dal Buonaventuri (2), mentre invece il Giannetti aveva assunto l' incarico di stendere " le risposte alle Opposizioni " (3), ed alcune aggiunte alle Galleggianti (4); ed anzi a un certo punto veniva sollecitato a mandare le sue note (5), che sono quelle appunto delle quali abbiamo testè tenuto parola, mentre poco più tardi pare vi attendesse molto più gagliardamente che non desiderasse il Buonaventuri (6). Perchè poi non sia stato fatto espressamente il suo nome, e l' editore siasi limitato ad accennarvi nei termini che abbiamo riferito, crediamo possa spiegarsi col fatto che il Giannetti non era beneviso nelle alte sfere nelle quali spadroneggiavano i Gesuiti, e questo perchè dalla sua cattedra di filosofia nello Studio di Pisa s' era fatto banditore di " filosofia democratica, ovvero degli atomi ", motivo per il quale era stato prima costretto nel 1706 a mutare la sua vecchia cattedra in una di me-

---

(1) L. c. **4**, car. 47, 52.
(2) L. c. **4**, 99.
(3) L. c. **3**, car. 337, 347.
(4) L. c. **4**, car. 50.
(5) L. c. **4**, car. 52, 73.
(6) L. c. **4**, car. 74.

dicina e poi ad accontentarsi d'insegnare filosofia privatamente (1): e che fosse uomo di idee avanzate lo prova anche il fatto di essere stato de' primi ad inscriversi nella loggia massonica istituita in Firenze da Lord Sackville (2).

Abbiamo ripetutamente accennato alla Prefazione Universale dettata dal Buonaventuri, ed è ormai tempo che entriamo a questo proposito in qualche maggiore particolare. Già sotto il 30 giugno 1714 egli scriveva al P. Grandi che andava per essa mettendosi all'ordine (3), e vi lavorava ancora nell' ottobre 1717 (4): compiutala nei primi mesi del 1718, la mandava col mezzo dell' Averani al Grandi, scrivendogli: " l' ho pregato che la veda e la faccia vedere a V. P. R.ma, la supplico a farlo colla bontà che ha per me ed a notare ed avvisarmi degli errori che vi troverà. Io ho tutta la confidenza in lei, che non vorrei farne una cosa che svergognasse l' Opere del Galileo, e non avendo tanta capacità da per me, bisogna che ricorra a i buoni amici " (5). A questa revisione avendo acconsentito il Grandi, pochi giorni dopo, ringraziandolo, il Buonaventuri si raccomanda novamente perchè alla scrittura " lavi il viso, acciochè comparisca meno cattiva che sia possibile " (6). Alla fine del maggio riceveva di ritorno il manoscritto che, dopo essere stato un mese e mezzo a Pisa " non ha ricevuto altro favore se non quello che la bontà veramente grandissima di V. P. R.ma si è degnata di farle e qualche leggerissima nota del Sig.r Cav. Albizzi " (7). Questa " Prefazione Universale ", la quale del resto è tutt' altro che lavoro di gran lena, ed è assai male proporzionata nelle varie sue parti, leggeva il

(1) *Historiae Academiae Pisanae* Volumen III. Auctore ANGELO FABRONIO, ecc. — Pisis, MDCCXCV, excudebat Cajetanus Mugnainius in aedibus auctoris, pag. 411-412.

(2) Prof. CARLO FEDELI. *Di una laurea e di un consulto di Cristoforo Teodoro Verzani* (Estratto dalla *Rivista di Storia Critica delle scienze mediche e naturali.* Anno VII, n. 2, Marzo-Aprile 1916). — Grottaferrata, tipografia Italo-orientale " S. Nilo ", pag. 10.

(3) Biblioteca Universitaria di Pisa. Lettere al P. Grandi, 4, cart. 52.

(4) L. c. 4, car. 92

(5) L. c. 4, car. 99.

(6) L. c. 4, car. 100.

(7) L. c. 4, car. 105.

Buonaventuri all' Accademia della Crusca nell' adunanza dei 14 luglio 1718 (1).

Il 5 novembre 1718 il Buonaventuri era in grado di annunziare al P. Grandi: " è uscito finalmente il Galileo ".

---

(1) Nello " Memorie per servire di continuazione al Diario dell' Accademia della Crusca " (Archivio dell' Accademia. IV, 25, pag. 136) si legge: " 14 luglio [1718]. In questa mattina, intervenuti all' Accademia 16 Accademici, l' Aspro ha letto la Prefazione ch' egli ha distesa per istamparsi innanzi alla nuova Edizione delle Opere del Galileo ".

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 22 febbraio 1918)

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1917-918 - Tomo LXXVII - Parte seconda.

Ricerche sullo sviluppo e sulla morfologia dell'osso nasale umano

I. Sviluppo dell'osso nasale.

II. Morfologia e sviluppo delle incisure nasali. III. Ossetti prenasali.

(*Con 20 figure intercalate nel testo*)

del Dott. GUIDO COLLE

(*presentate dal prof. D. Bertelli, m. e. nell' ad. ord. 8 luglio 1917*)

Sullo sviluppo dell' osso nasale e sullo sviluppo dell' incisura nasale dell' uomo gli Anatomici non sono d' accordo; restano anche da fare indagini sulla morfologia del margine inferiore dell' osso nasale e sul significato degli ossetti prenasali. Feci perciò su questi argomenti ricerche, i risultati delle quali esporrò in tre capitoli.

Capitolo I.

Sviluppo dell' osso nasale.

Gli Autori hanno pareri differenti, sia riguardo al numero dei centri di ossificazione e al tessuto in cui essi si sviluppano, come anche riguardo all'epoca di comparsa del primo accenno all' osso nasale.

Quanto al numero, fu ammesso che l' osso nasale derivi da un centro, da due centri; secondo alcuni trarrebbe origine o da uno o da due o anche da più centri.

Qualche divergenza esiste anche per l' epoca di apparizione dei centri e per il tessuto di origine.

Molti sono gli Anatomici che fanno derivare l' osso nasale da un solo centro: Baraldi, 1873; Bardeen, 1910; Bardeleben,

1906; Bichat, 1823; Bonnet, 1912; Boyer, 1803; Buchanan, 1907; Chiarugi, 1904; Cloquet, 1834; Cruveilhier, 1877; Debierre, 1886; Dursy, 1869; Dwight, 1907; Frets, 1912-14; Golling, 1914; Hertwig, 1906; Holden, 1857; Kallius, 1905; Manouvrier, 1893; Meckel, 1820; Merkel, 1913; Minot, 1894; Nicolas, 1911; Pansch, 1881; Perrone, 1857; Peter, 1913; Poirier, 1892; Pouchet e Beauregard, 1889; Rambaud e Renault, 1864; Romiti; Rudel, 1866; Sappey, 1889; Testut, 1899; Thane, 1892; Toldt, 1893; Valenti, 1912.

Quanto al momento in cui compare il centro di ossificazione del nasale, Béclard indica il quarantacinquesimo giorno; la maggior parte degli autori afferma che l'abbozzo del nasale apparisce alla fine del secondo mese: Bardeen, Buchanan, Cruveilhier, Debierre, 1890, Dwight, Macalister, 1889; Minot, Perrone, Romiti, Rudel, Spalteholz, 1913; Thane; per altri si forma all'inizio del terzo mese: Baraldi, Bischoff, 1842; Bock, 1849; Chiarugi, Golling, Hertwig, Kölliker, 1880; Meckel, Poirier, Pouchet e Beauregard, Sappey, Schultze, 1897; Valenti; o tra il secondo e il terzo mese: Humphry, 1858; o alla metà del terzo mese: Merkel, Rambaud e Renault, Testut; o verso la fine del terzo mese: Bardeleben, Peter, Senff, 1801-04; Toldt; oppure fra il terzo e il quarto mese: Bonnet.

Per ciò che si riferisce al tessuto da cui deriva il nasale, si può affermare che quasi tutti gli Anatomici attribuiscono a quest'osso un'origine connettiva, cioè la derivazione da un processo ossificativo del tessuto che circonda la capsula nasale cartilaginea. E sono di questo parere anche coloro che non studiarono lo sviluppo: Broman, 1911; Gaupp, 1906; Gegenbaur, 1910; Kollmann, 1898; Spee, 1896. Invece il Perna, 1906, ed il Frassetto, 1912, ammettono che partecipi alla sua formazione anche la cartilagine.

La prevalente opinione che l'osso nasale derivi da un solo centro non venne accolta da alcuni autori. L'Albrecht, nel 1883, riteneva che l'osso nasale possa svilupparsi da due, anzichè da uno, centri di ossificazione, i quali rimarrebbero indipendenti talora per tutta la vita. Più tardi, nel 1893, lo Zuckerkandl esprimeva il convincimento che le anomalie di sviluppo di quest'osso stiano a dimostrare la possibile origine da due e perfino da tre centri. E il Livini, qualche anno appresso, nel 1898, confortando

l'affermazione degli autori precedenti, dichiarava che ciascun osso può derivare da due abbozzi, la cui fusione porta alla formazione di un osso unico. Nel 1901 lo Zimmerl, a spiegare incisure e rilievi lineari riscontrati sull'osso nasale di alcuni mammiferi, ammetteva la preesistenza in questo, per alcune specie animali, di due centri, disposizione che egli estese anche al nasale dell'uomo. Contemporaneamente esprimeva la stessa ipotesi anche il Frassetto, 1901. Il Civalleri poi (1905-06), allo scopo di chiarire il significato degli ossetti prenasali, suppose l'esistenza di tre centri di ossificazione, tutti e tre di formazione connettiva, uno superiore e due inferiori: mediale e laterale. Tali affermazioni non sono che ipotesi, non avendo questi autori fatte indagini.

Nel 1906 però il Perna sosteneva, in base a ricerche, che l'osso nasale deriva da due centri: uno di essi laterale, che apparisce alla fine del secondo mese, l'altro mediale, che si sviluppa nel quarto mese della vita fetale, il primo originato in seno al connettivo che avvolge la capsula nasale cartilaginea, l'altro nella porzione più elevata della cartilagine del dorso del naso. Secondo il Perna poi la presenza dei due centri spiegherebbe, oltre ad alcune anomalie, anche il significato dell'incisura nasale, che sarebbe un avanzo della loro incompleta saldatura; queste conclusioni furono riportate da Keibel e Mall, dal Valenti e accolte dal Frassetto. Lo Staurenghi poi, nel 1907, giunse alla conclusione, in seguito ad indagini eseguite su alcuni feti di Ovis aries e di Sus scrofa, che il nasale deriva da due centri. Il Peter però nel 1913 affermava che " die Schnittbilder Pernas sind zu schematisch, um den knorpeligen Ursprung des medialen Knochenkerns beweisen zu können ". E il Golling, nel 1914, in uno studio antropologico sullo scheletro nasale dell'uomo, avendo praticate anche delle ricerche di embriologia, concluse per la derivazione dell'osso nasale da un solo centro sviluppatosi nel connettivo. Quasi contemporaneamente (1912-14) Frets arrivò alla medesima conclusione per il cane e per alcune forme di scimmie, a giudicare almeno dalle figure che egli riporta.

Per le mie ricerche raccolsi una discreta quantità di feti umani a differenti stadi di sviluppo. Adottai la fissazione in soluzione acquosa di formalina del commercio al 10 %, la decalcificazione lenta in soluzione acquosa di acido nitrico dal 2 al 3 %,

secondo l'età, la colorazione in toto più spesso con carmallume e la inclusione in celloidina (raramente mi servii della colorazione sulle sezioni). Feci poi sezioni in serie complete della metà superiore della faccia. Usai anche il metodo del Lundvall, 1905, per lo studio dello sviluppo delle ossa.

OSSERVAZIONE PRIMA. — Feto umano di millimetri $\frac{26}{32}$. Sezioni trasverse in direzione craniocaudale.

Si osserva la sezione della capsula nasale fetale (Fig. 1) formata di tessuto precartilagineo e costituita da una porzione mediana, diretta anteroposteriormente (setto delle cavità nasali), e da due porzioni laterali, destra e sinistra, le quali, partendo dall' estremo anteriore del setto, si ripiegano verso l'esterno

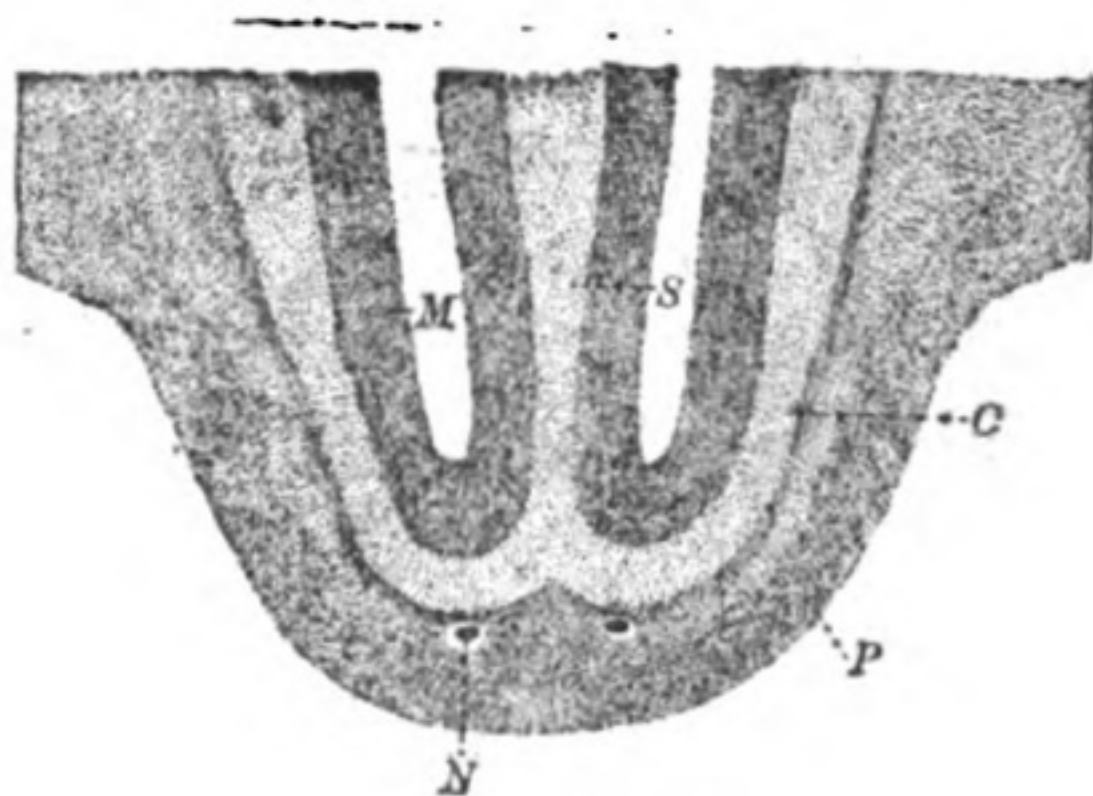



FIGURA 1.

Sezione trasversa dell' estremità superiore della regione nasale in un feto umano di mm. $\frac{26}{32}$ (ingrandimento 17 diametri). P = tegumento, N = centro dell' osso nasale, C = capsula nasale fetale, S = setto delle cavità nasali, M = muccosa.

e posteriormente, costituendo un arco convesso in avanti e delimitando le cavità nasali. Subito al davanti della piegatura delle porzioni laterali, e più precisamente nel punto di maggiore convessità di queste (Fig. 1), in seno ad un connettivo embrionale, che è interposto tra l' abbozzo del pericondrio e quello dei tegumenti, si nota un punto di calcificazione, che è il primo accenno al centro del nasale. In uno stadio poco più evoluto si osserva che il ricordato connettivo embrionale è passato a far parte del

pericondrio, così che il centro del nasale viene a trovarsi nello spessore di questo.

Osservazione seconda. — Feto umano di millimetri $\frac{45}{65}$. Sezioni trasverse in direzione craniocaudale.

In questo stadio i centri dell' osso nasale sono già bene evidenti (Fig. 2) come due laminette di sostanza ossea, divise dalle piegature cartilaginee corrispondenti mediante un sottile strato di tessuto connettivo e più o meno avvicinate una all' altra sulla linea mediana, secondo l' altezza della sezione in esame.

Il Perna ammette, e lo rappresenta nella figura 4, che il primo centro osseo, quello che per la posizione egli denomina laterale, sia situato, fin dal suo comparire, alquanto lontano dalla linea mediana, così da essere diviso da quello dell' altro lato

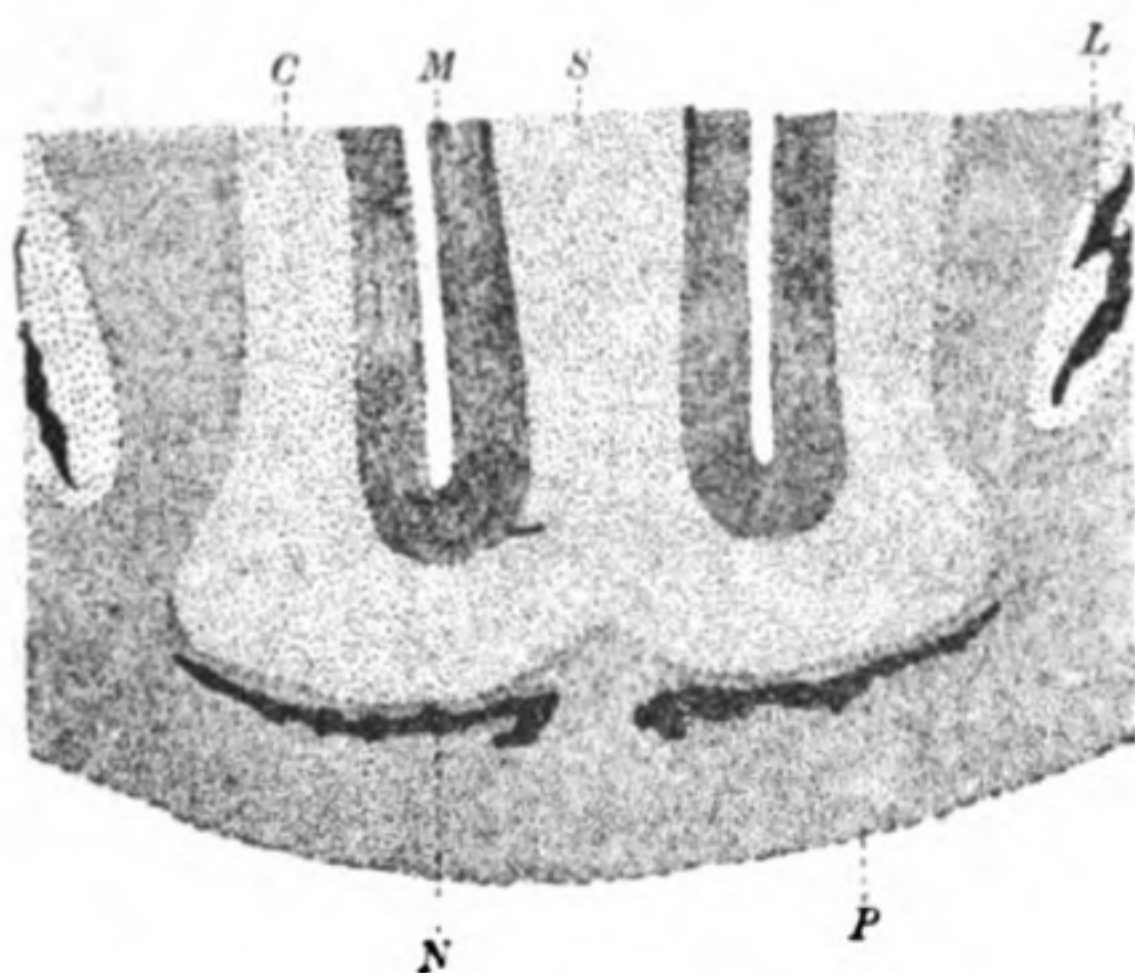



Figura 2.

Sezione trasversa dell' estremità superiore della regione nasale in un feto umano di mm. $\frac{45}{65}$ (ingrandimento 11 diametri). P = tegumento. N = centro osseo del nasale, C = capsula nasale fetale, S = setto delle cavità nasali, M = mucosa nasale, L = osso lacrimale.

per mezzo di un certo spazio, quasi per lasciar libero il posto a quello che egli chiama centro mediale e che, nel quarto mese, sorgerà ad occupare lo spazio situato direttamente a lato della linea mediana; invece il centro osseo è collocato vicino alla linea di mezzo e quindi in prossimità di quello del lato opposto, (Fig. 2).

Osservazione terza. — Feto umano ♂ di milimetri $\frac{65}{100}$. Sezioni trasverse in direzione craniocaudale.

Appena scomparse, nella successione graduale delle sezioni, le lamine ossee che rappresentano i frontali e in corrispondenza del gomito costituito dalla piegatura delle porzioni laterali della capsula nasale, si nota (Fig. 3) una lamina ossea, allungata in senso

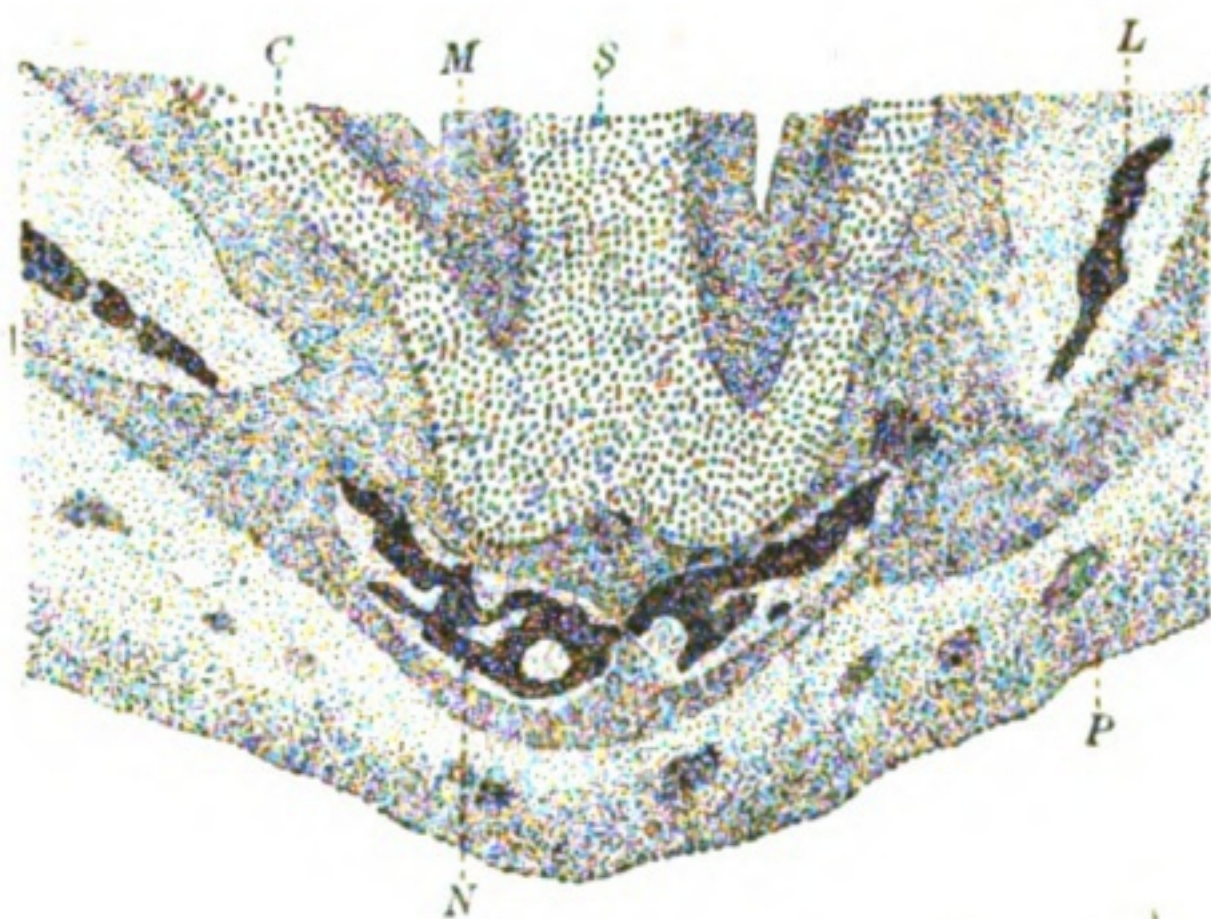



Figura 3.

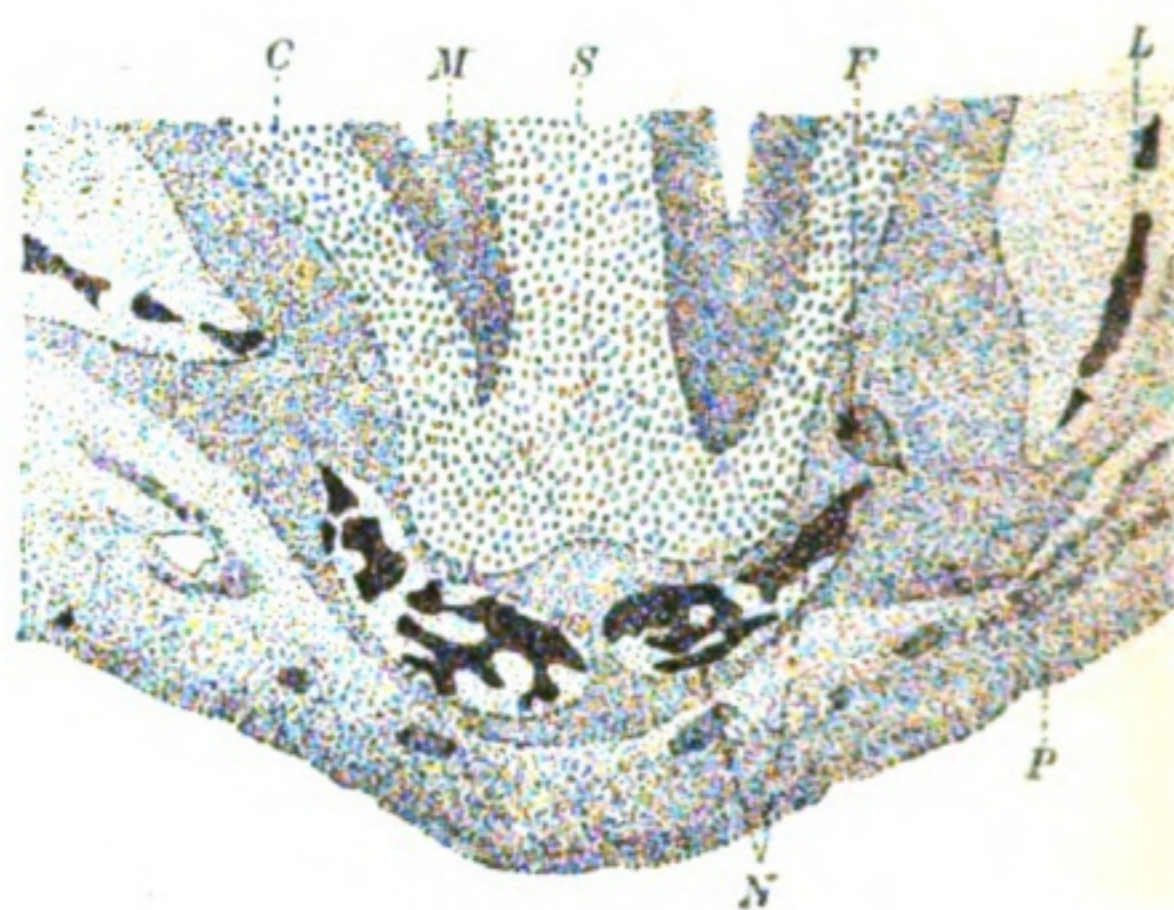



Figura 4.

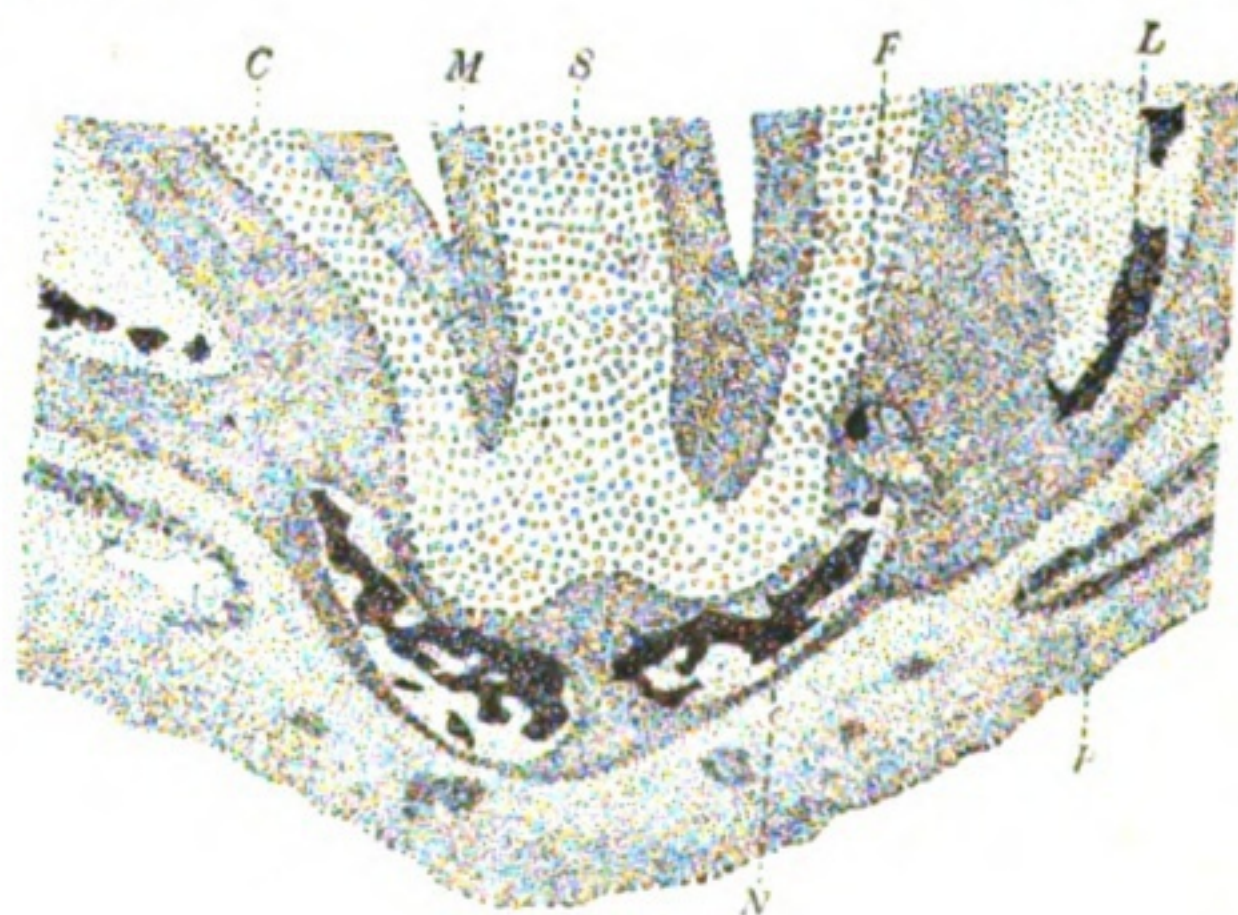



Figura 5.

Sezioni trasverse consecutive dell' estremità superiore della regione nasale in un feto umano ♂ di mm. $\frac{65}{100}$ (ingrandimento 11 diametri). P = tegumento, N = osso nasale, C = capsula nasale cartilaginea, S = setto delle cavità nasali, M = muccosa nasale. L = osso lacrimale, F = processo frontale del mascellare.

trasversale ed abbastanza estesa, vicina a quella del lato opposto con l'estremo mediale e disgiunta da essa soltanto per un tratto

ristretto di connettivo situato sulla linea mediana. La capsula nasale è costituita di tessuto cartilagineo.

Esaminando sezioni a livello vario, si riceve l'impressione come se ogni abbozzo fosse costituito da due e talora perfino da più punti di sostanza ossea, completamente indipendenti tra loro (Fig. 4). Se però si osservano le sezioni nell'ordine loro naturale, non si tarda ad accorgersi che i punti ossei, i quali apparivano indipendenti, come altrettanti centri autonomi, si presentano più vicini l'uno all'altro finchè finiscono col fondersi in una sola entità (Fig. 5). Se si procede nell'esame, si osserva che questo fatto si ripete lungo quasi tutta l'estensione del centro osseo. Riassumendo, l'abbozzo del nasale non si presenta compatto, ma provvisto di cavità multiple; ne deriva che una osservazione isolata può far credere ad una ossificazione da più centri.

Un altro fatto che merita di essere ricordato è il seguente: nelle sezioni appartenenti all'estremo craniale dell'osso, l'abbozzo che lo rappresenta è spesso ed ovale, colla grossa estremità rivolta medialmente; di mano in mano che si procede verso il basso, esso va sempre più appiattendosi; questa disposizione è in accordo coll'aspetto macroscopico di un nasale di feto e prelude già alla configurazione dell'osso adulto, che è ristretto e spesso superiormente, largo ed appiattito inferiormente.

Oltre a ciò si riscontra che l'osso nasale compare, nell'ordine delle sezioni procedenti dall'alto, assai prima del processo frontale del mascellare e che, anche nell'abbozzo di questo, come in genere nelle ossa di derivazione connettiva esiste quella stessa disposizione lacunare che fu riscontrata nel nasale (Fig. 4).

Un ultimo particolare degno di essere ricordato, il quale può fin d'ora dar ragione di certe compressioni esercitate in basso dalla cartilagine sull'osso con effetto di impedirne, come si vedrà meglio in seguito, lo sviluppo in quel punto, od anche di produrvi una vera e propria usura, è costituito dal fatto che la sostanza ossea, la quale in alto appare alquanto distante dalla piegatura cartilaginea, in basso è molto vicina alla piegatura stessa.

Osservazione quarta. — Feto umano ♂ di millimetri $\frac{83}{125}$. Sezioni trasverse in direzione craniocaudale.

L'abbozzo del nasale è sempre situato subito al davanti della

piegatura cartilaginea (Fig. 7), che, in corrispondenza di quello, presenta sulla faccia esterna un ingrossamento, il quale si spinge verso il centro osseo.

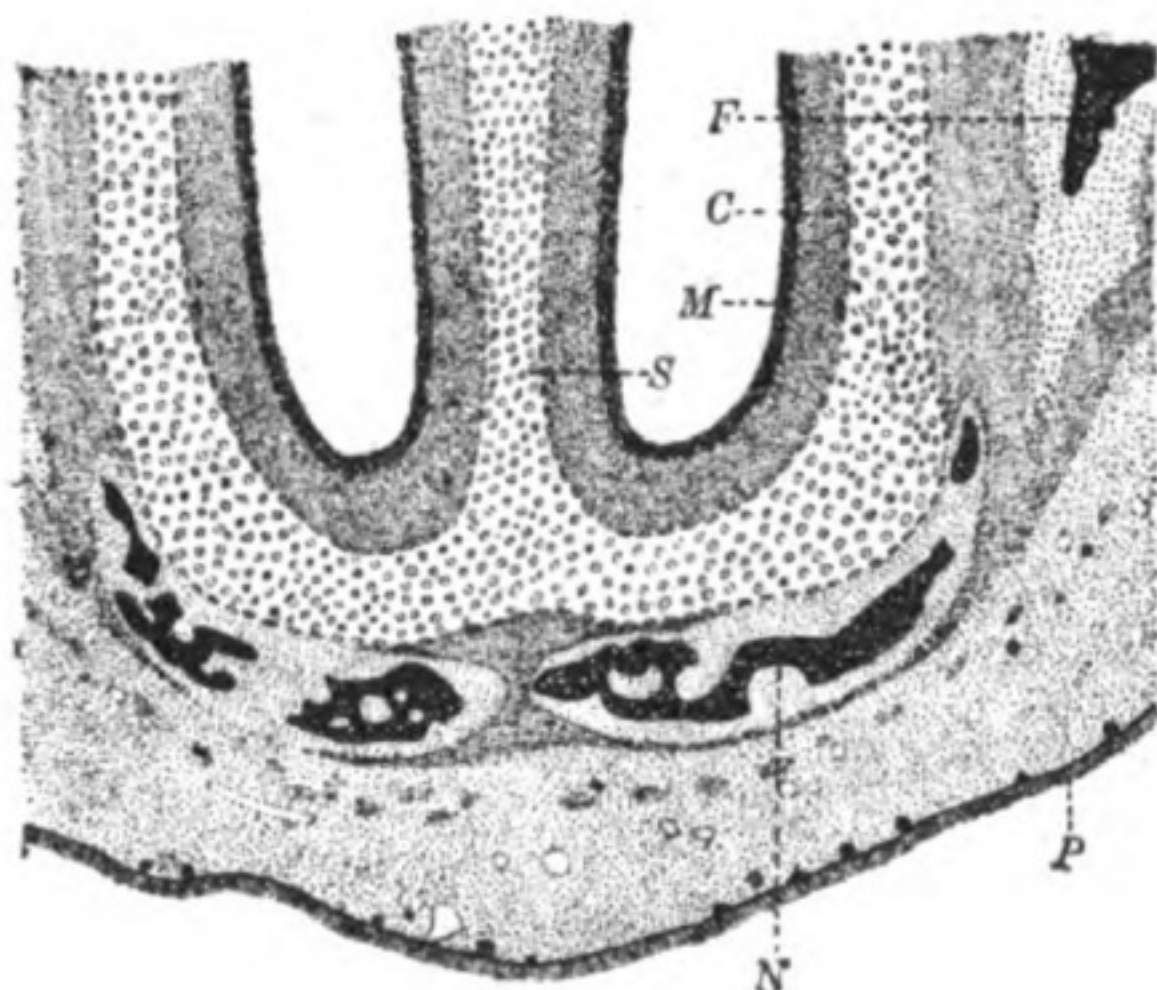



FIGURA 6.

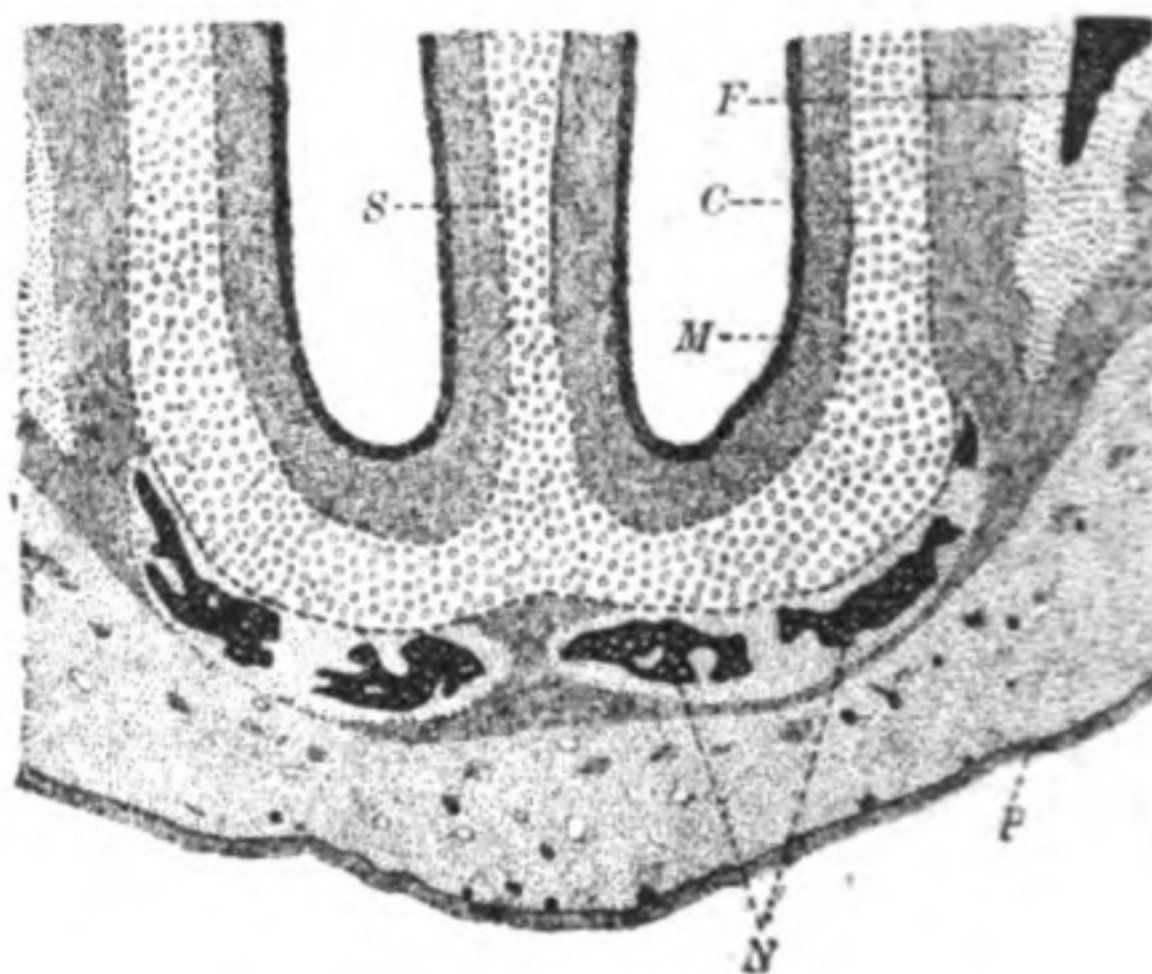



FIGURA 7.

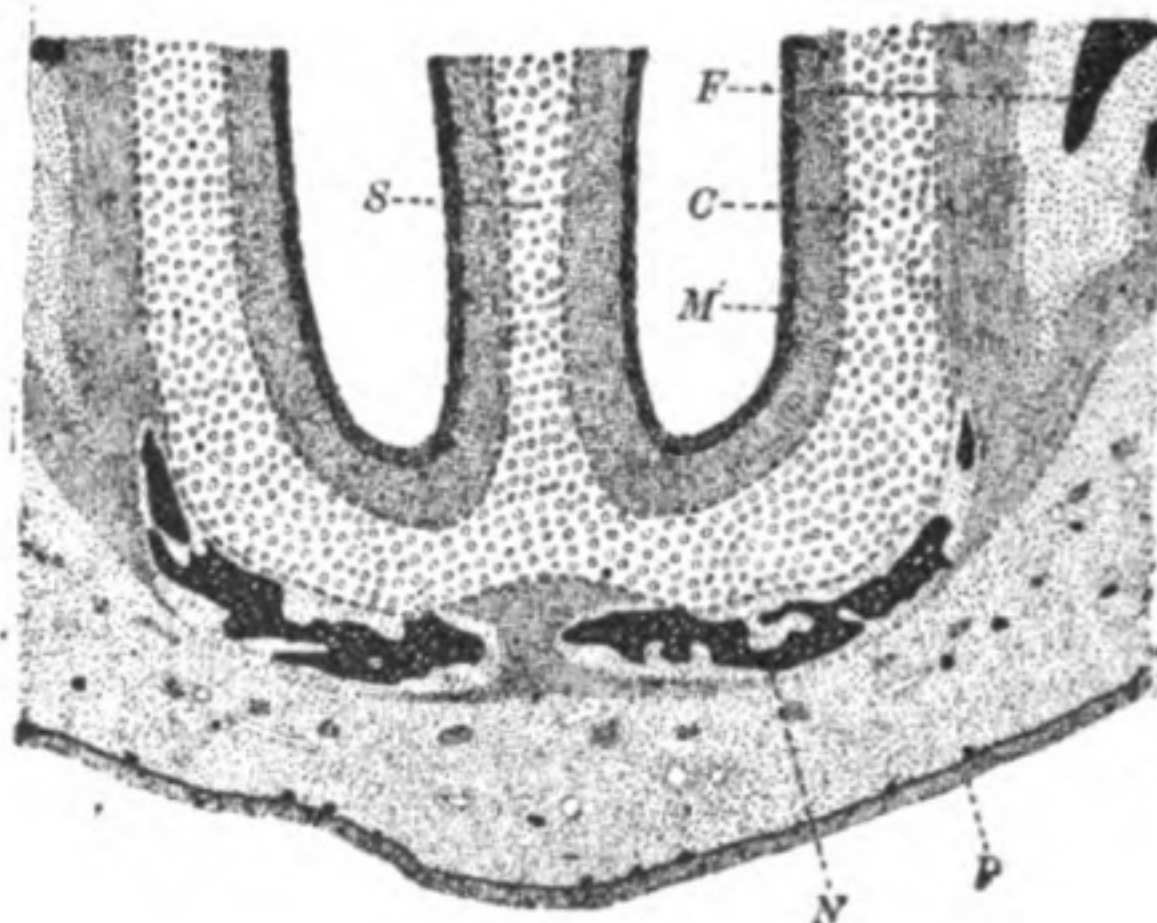



FIGURA 8.

Sezioni trasverse consecutive della parte superiore della regione nasale in un feto umano ♂ di mm. $\frac{83}{125}$ (ingrandimento 11 diametri). P = tegumento, N = osso nasale, C = capsula nasale cartilaginea, S = setto delle cavità nasali, M = muccosa nasale, F = processo frontale del mascellare.

In seno al centro nasale, che è bene distinto dal processo frontale del mascellare per l' interposizione di un tratto abbastanza esteso di tessuto connettivo, accade frequentemente di osservare

delle interruzioni, che conferiscono un aspetto come se esso fosse costituito da due, tre ed anche da più ammassi indipendenti tra loro (Fig. 6-7). Continuando l'osservazione però, ci si convince, come nello stadio precedente, che il centro osseo nasale è formato da una sola entità (Fig. 8).

Osservazione quinta — Feto umano ♂ di millimetri $\frac{108}{160}$. Sezioni trasverse in direzione craniocaudale.

La piegatura cartilaginea è in intimo rapporto di vicinanza col nasale (Fig. 9), che è qui abbastanza esteso.

All' incirca nel feto di queste dimensioni il Perna vide due centri per la comparsa di quello mediale, che deriverebbe dalla

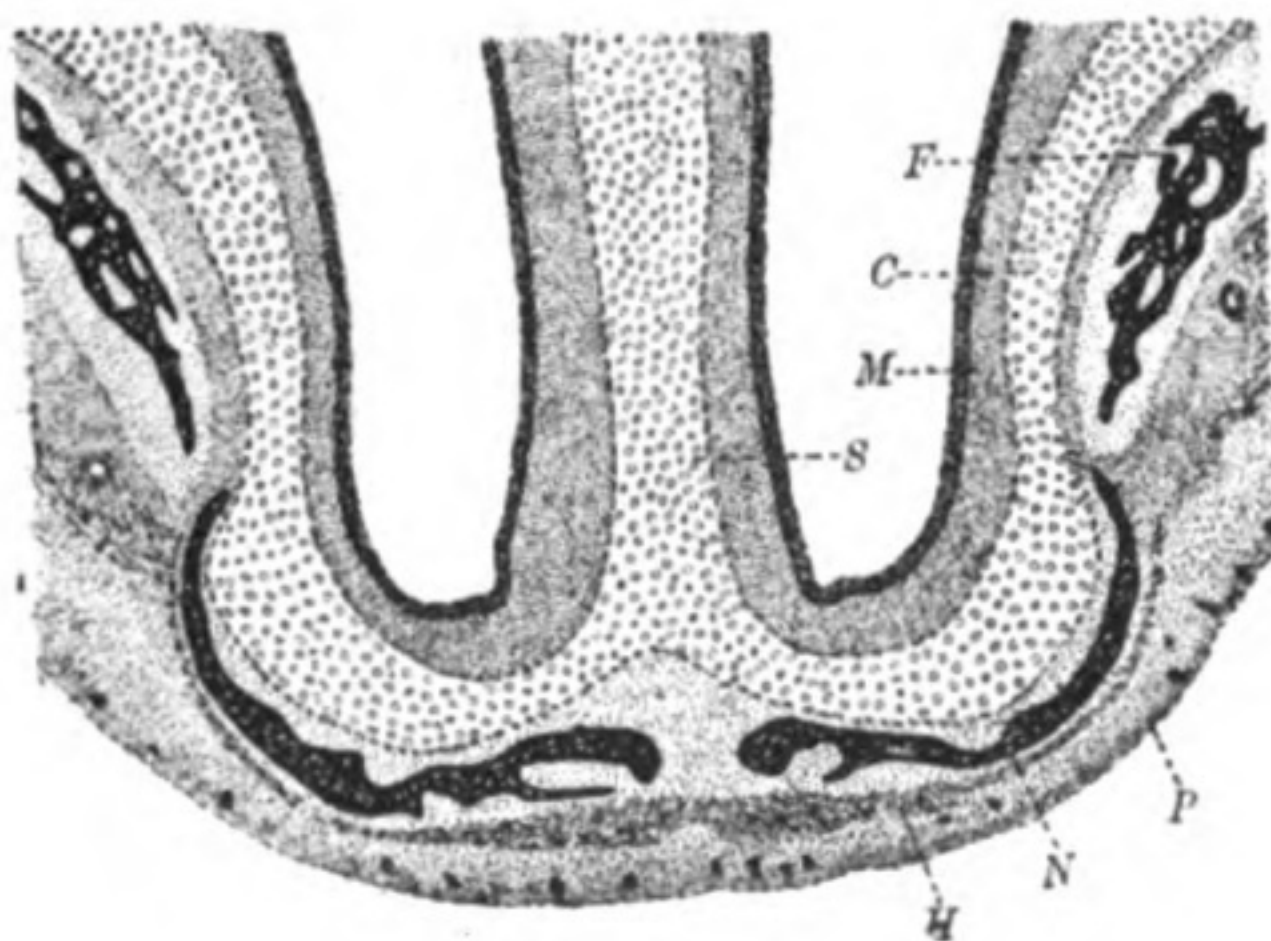



Figura 9.

Sezione trasversa della regione nasale (porzione media) in un feto umano ♂ di mm. $\frac{108}{160}$ (ingrandimento 11 diametri). P = cute, H = muscolatura cutanea, N = osso nasale, C = capsula nasale cartilaginea, S = setto delle cavità nasali, M = muccosa nasale, F = processo frontale del mascellare.

cartilagine e che si collocherebbe subito a lato della linea mediana. È sempre visibile invece un solo centro, alla formazione del quale non concorre la cartilagine (Fig. 9).

Osservazione sesta. — Feto umano ♂ di millimetri $\frac{170}{250}$. Sezioni trasverse in direzione craniocaudale.

Dapprima, cioè nelle sezioni più vicine all' estremità craniale, l' osso ha l' aspetto di una lamina situata davanti all' estremo inferiore del frontale, poi, con lo scomparire di questo, nelle sezioni successive, esso costituisce da solo lo scheletro della regione nasale. Sulla linea mediana, tra le due ossa, esiste in alto un certo tratto di tessuto connettivo; di mano in mano che si discende, questo tratto divisorio si va riducendo (Fig. 10) fino a che le ossa, in basso, si trovano molto vicine tra loro. Sono molto

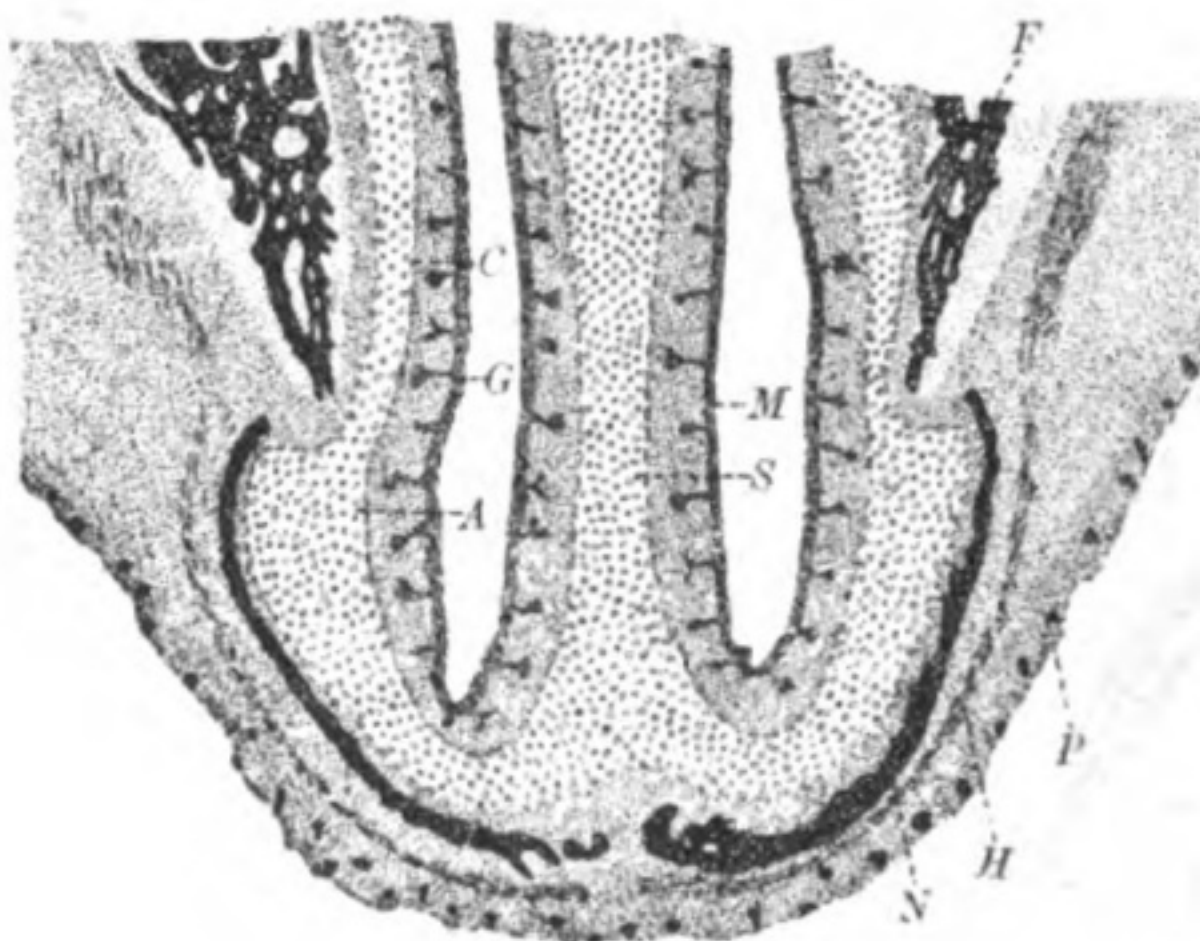



FIGURA 10.

Sezione trasversa della porzione media della regione nasale in un feto umano ♂ di mm. $\frac{170}{250}$ (ingrandimento 5 diametri). P = cute, H = muscolatura cutanea, N = osso nasale, F = processo frontale del mascellare, C = capsula nasale cartilaginea, A = ala della cartilagine alata, S = setto cartilagineo delle cavità nasali, M = mucosa nasale, G = ghiandole della muccosa.

bene manifeste le ripiegature della capsula cartilaginea in alto e le flessure delle ali della cartilagine alata in basso (1). In questo periodo si è già chiaramente differenziata dalla capsula nasale la cartilagine alata (Fig. 10).

---

(1) Chiamo, seguendo la denominazione del Bertelli, *flessure delle ali della cartagine alata* le piegature convesse in avanti, che trovansi sulle ali della cartilagine alata.

Osservazione settima. — Feto umano ♂ di millimetri $\frac{240}{360}$. Feto umano ♂ mm. $\frac{310}{450}$. Sezioni trasverse in direzione cranio-caudale.

Il nasale in alto è spesso e, procedendo in basso, va assottigliandosi a poco a poco ed estendendosi contemporaneamente in direzione mediolaterale.

Ho voluto anche studiare lo sviluppo dell'osso valendomi del metodo del Lundvall, al quale apportai una leggera modificazione, sostituendo, per semplicità, ai passaggi nelle miscele di alcool assoluto e benzolo e nella miscela di benzolo e solfuro di carbonio, l'immersione unica in creosoto di faggio, il quale come rischiarante dà ottimi risultati.

Servendomi di questo procedimento, che è rapido e facile, ho esaminata la regione nasale di feti a differenti epoche di sviluppo ed ho potuto confermare che il nasale origina da un solo centro; ho seguito via via lo sviluppo di quest'osso, alla formazione del quale non prende parte la cartilagine (Fig. 11). Il cen-

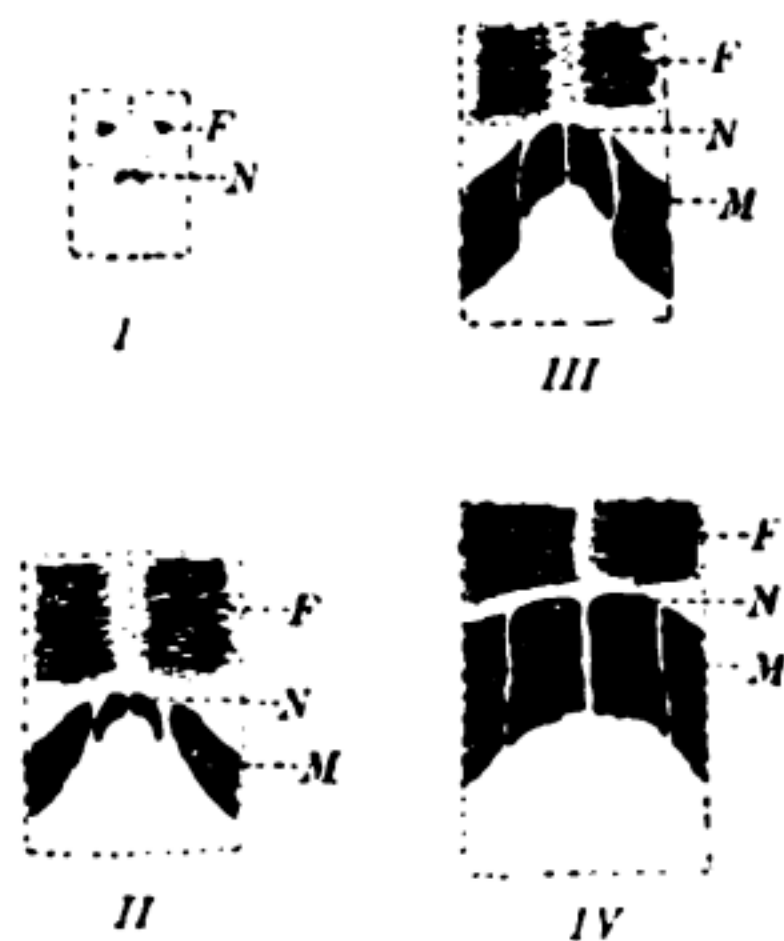



Figura 11.

Sviluppo dell'osso nasale, studiato con il metodo del Lundvall modificato, in diversi stadi di sviluppo (grandezza naturale): I, regione nasale in un feto umano di mm. $\frac{49}{70}$; II, in un feto umano ♂ di mm. $\frac{94}{140}$; III, in un feto umano ♀ di mm. $\frac{130}{210}$; IV, in un feto umano ♀ di mm. $\frac{210}{340}$. F = frontale, N = nasale, M = processo frontale del mascellare.

tro del nasale appare già come un' area ossea nel feto di mm. 70 (Fig. 11,I), la quale gradatamente si evolve fino alla formazione dell' osso completo (Fig. 11,II-III-IV).

Il Baraldi ed il Hyrtl affermano che nessun osso della faccia raggiunge così sollecitamente il grado massimo della sua formazione ed è tanto sviluppato nel neonato, quanto il nasale, e il Bock crede che " im reifen Kinde hat es schon seine vollkommene Gestalt und Grösse ".

Queste affermazioni non sono esatte, perchè, dopo la nascita, il nasale continua ad accrescersi non poco; infatti nel neonato esso misura in media mm. 10-11 di lunghezza e mm. 5-6 di larghezza, mentre nell' adulto misura in media mm. 25 e mm. 13 all' incirca e può raggiungere dimensioni maggiori, rappresentate, quelle massime, rispettivamente da mm. 37 e da mm. 17, ed inoltre, come vedremo, esso cambia notevolmente di forma (Fig. 12).

I

II

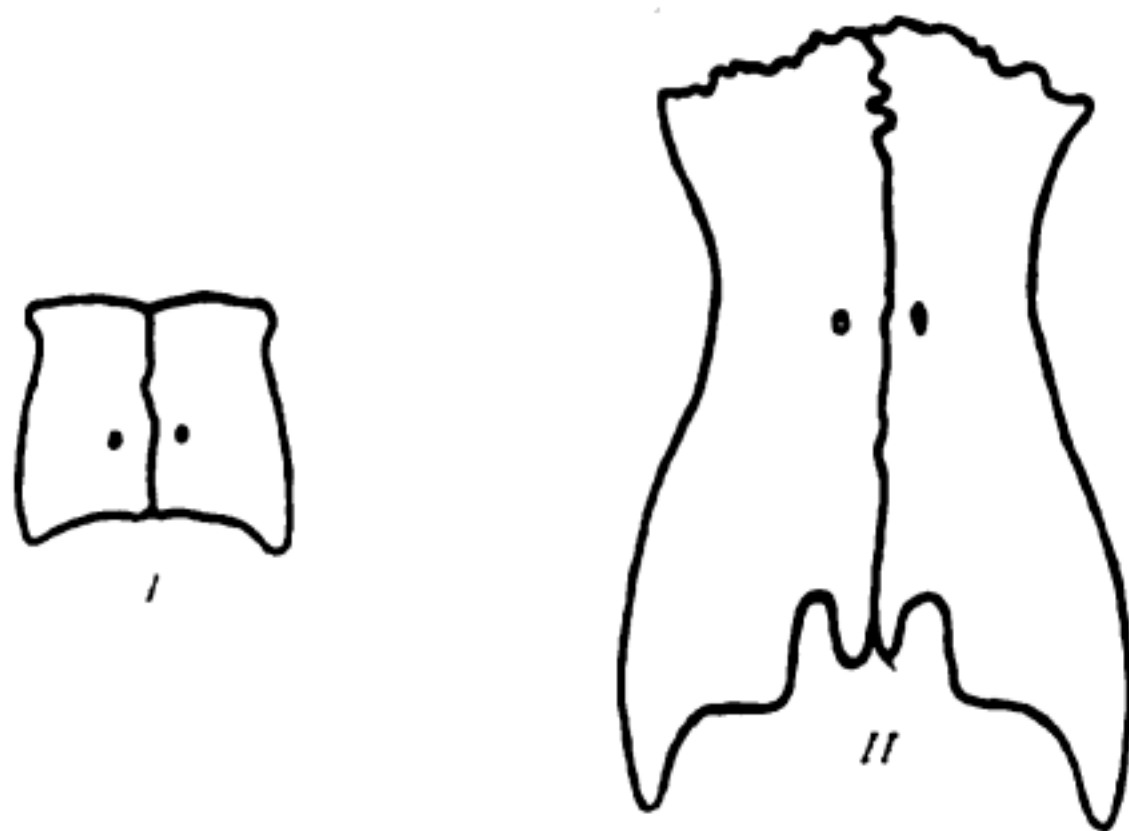



FIGURA 12.

Ossa nasali: I, di neonato, II, di adulto (grandezza naturale).

L' osso nasale, alla nascita, ha forma di lamella rettangolare, col grande asse disposto secondo la direzione di quello del dorso del naso, appiattita o leggermente incurvata. Questa lamella ossea si presenta uniforme o quasi nello spessore; il margine inferiore, l' unico che anche nell' osso dell' adulto presenti qualche interesse per le questioni che ho preso a trattare, è quasi orizzontale o leggermente obliquo verso il basso e verso l' esterno, ma, grossolanamente, rettilineo (Fig. 12,I). Col progredire degli anni esso assume forma e caratteri profondamente differenti. L' osso dell' adulto infatti ha forma di una lamina irregolarmente trape-

zoidale e presenta nella metà superiore un restringimento. Esistono inoltre due curvature, una in senso longitudinale colla concavità rivolta in avanti, l' altra in senso orizzontale colla concavità rivolta posteriormente. La parte superiore è spessa, ricca di sostanza diploica, mentre la rimanente porzione va assottigliandosi verso il basso fino a diventare quasi tagliente all' estremo inferiore. Il margine inferiore è molto obliquo verso il basso e verso l' esterno e non è più rettilineo per la presenza di due intaccature (Fig. 12,II).

L' osso nasale aumenta in lunghezza più che in larghezza; ciò è del resto naturale perchè quest' osso, coi suoi tre margini, superiore, laterale e mediale, è in rapporto con altre ossa, cioè col frontale, col mascellare e col nasale del lato opposto e il margine inferiore soltanto è libero; perciò l' osso può estendersi liberamente solo verso il basso. Infatti il forame vascolare, che, unico o duplice, perfora, ora in corrispondenza del solo tavolato esterno, ora a tutto spessore, la sostanza ossea, è situato, alla nascita, un po' al di sotto di metà lunghezza, mentre nell' adulto, in via generale, è situato al di sopra della linea di mezzo. In altre parole, durante lo sviluppo postfetale, il forame vascolare si è allontanato dal margine inferiore più che dagli altri margini (Fig. 12).

Questo progressivo accrescimento continua all' incirca fino al trentacinquesimo anno e talora più in là; al cominciamento della vecchiaia si inizia nel nasale una lenta atrofia.

Conclusioni.

L' osso nasale dell' uomo deriva da un solo centro, il quale apparisce nel feto di mm. 32 di lunghezza totale, che corrisponde, all' incirca, alla fine del secondo mese della vita endouterina, e si sviluppa in seno al tessuto connettivo che separa l' abbozzo del pericondrio della capsula nasale embrionale da quello dei tegumenti, connettivo che in uno stadio poco più avanzato si confonde col pericondrio, per modo che il centro del nasale viene a trovarsi nello spessore del pericondrio. La cartilagine non partecipa alla formazione dell' osso. Il centro di ossificazione non si presenta come una massa compatta, ma è provvisto di molte-

plici cavità; quando una sezione cade in corrispondenza di coteste lacune, si ha l'apparenza di una ossificazione da più centri, ma l'esame delle sezioni successive convince ben presto che trattasi di una sola unità.

L'osso nasale umano si accresce dopo la nascita fino al trentacinquesimo anno all'incirca, prevalentemente in basso, cioè verso la sua porzione libera; all'inizio della vecchiaia va incontro a graduale atrofia.

Durante il suo accrescimento cambia notevolmente di forma: mentre, alla nascita, l'osso presentasi come una lamella piatta e quasi regolarmente rettangolare, a margini rettilinei, nell'adulto diventa più spesso in alto, ove esiste sostanza spugnosa, e più sottile in basso, ove si fa quasi trasparente, ha forma di una lamina irregolarmente trapezoidale, incurvata sull'asse trasverso e su quello verticale, col margine inferiore diretto obliquamente in basso e laterodorsalmente e provvisto di due intaccature.

Capitolo II.

Incisure nasali.

Da qualche anno gli Anatomici si occupano di una intaccatura situata sul margine inferiore dell'osso nasale, detta *incisura nasale*, per studiarne la morfologia e per cercarne il significato.

Alcuni Autori la riprodussero in figure: Buchanan, 1907; Dwight, 1907; Fick, 1845; Heitzmann, 1886; Holden, 1857; Krause, 1899; Meyer, 1861; Sobotta, 1906; altri si limitarono ad affermare che il margine inferiore dell'osso nasale è dentellato: Aeby, 1871; Caldani, 1791; Henle, 1871; Hildebrandt, 1830; Sabatier, 1777; Vesalius, 1568; Winslow, 1732; altri l'accennarono soltanto: Bourgery, 1840; Hovorka, 1893; Hyrtl, 1889; Spee, 1896; Thane, 1892; Zimmerl, 1901; altri infine la ricordarono semplicemente nel descrivere il decorso del solco etmoidale e credettero che servisse al passaggio del ramuscolo del nervo etmoidale anteriore, noto anche sotto il nome di nervo nasolobare dello Scarpa: Bayle, 1833; Beaunis e Bouchard, 1884: Chiarugi, 1904; Cloquet, 1834; Cruveilhier, 1877; Debierre, 1890:

Eisler, 1893; Gegenbaur, 1910; Humphry, 1858; Macalister, 1889; Perrone, 1857; Poirier, 1892; Romiti, Rudel, 1866; Testut, 1899. Il Bourgery trattando del margine inferiore del nasale, così si esprime: " À sa partie moyenne est une petite échancrure qui traverse le filament naso-lobaire; en dedans est une autre échancrure beaucoup plus grande, que limite une saillie du bord interne „.

In questi ultimi anni il Civalleri ed il Perna, quasi contemporaneamente (1906) ed indipendentemente uno dall'altro, si occuparono della morfologia dell'incisura e tentarono anche di spiegarne il significato. Essi affermarono inoltre, correggendo l'errore in cui erano incorsi molti Anatomici, che l'incisura nasale non rappresenta già lo sbocco del solco per il ramo nasale esterno del nervo etmoidale anteriore, essendo questo situato più all'esterno dell'incisura, confermando l'opinione già espressa dal Bourgery e da altri: Holden, Heitzmann, i quali rappresentarono in figure il solco che si getta lateralmente all'incisura. Solo di rado, aggiungono il Civalleri ed il Perna, esso sbocca nella incisura nasale. Per chiarire il significato della incisura nasale, i due Autori ricorsero allo sviluppo dell'osso. Il Bertelli, più tardi (1910), espresse il convincimento che cotesta incisura dovesse essere considerata come il risultato di una azione meccanica prodotta dalla cartilagine alata.

Per studiare l'incisura ho stimato opportuno di non giovarmi del materiale del museo. Siccome le ossa nasali, per la loro sede, che è eminentemente esposta alle violenze dell'esterno, vengono necessariamente a soffrire nella loro integrità, soprattutto a causa delle manovre eseguite per la preparazione e la pulitura dello scheletro, ho preferito allestire da me il materiale di studio. Ho seguito questo metodo, oltre che per ottenere un materiale bene conservato, anche perchè così soltanto avevo la possibilità di studiare l'incisura in rapporto alla cartilagine e per vedere meglio che nello scheletro osseo la forma del naso.

Esaminando il margine inferiore dell'osso nasale negli individui adulti, lo troviamo il più delle volte notevolmente assottigliato; visto per trasparenza, esso appare quasi diafano, specie verso il lato mediale. Esistono su questo margine, normalmente, due perdite di sostanza, due incavature, una paramediana e l'altra

laterale; la prima ristretta e profonda, che è l'incisura nasalis, l'altra più estesa, ma più superficiale. Già il Bourgery, come abbiamo veduto, aveva fatto menzione di questa intaccatura laterale che fu ricordata anche dal Perna. A queste due incavature, per

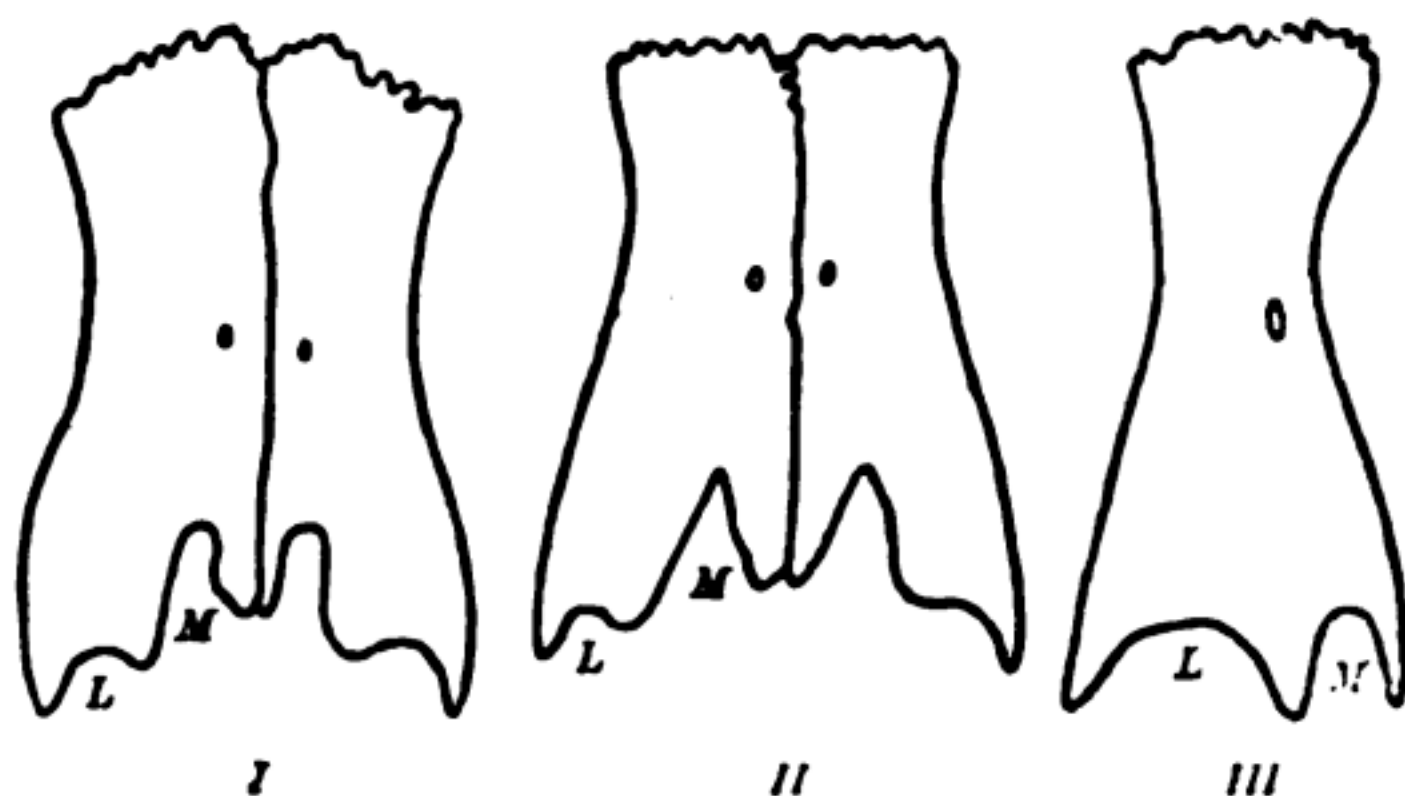



FIGURA 13.

Forme principali e più frequenti delle incisure nasali (grandezza naturale). I e II di faccia, III di profilo destro. M = incisura nasale mediale, L = incisura nasale laterale.

la loro sede, io propongo di dare le denominazioni di *incisura nasale mediale* e di *incisura nasale laterale.* In questa si getta, per lo più, come osservò per primo il Bourgery, il solco per il ramo nasale esterno; solo eccezionalmente, e quando l'incisura nasale mediale sia abnormemente sviluppata ed estesa, esso sbocca in questa, come giustamente afferma il Perna.

Stabilire una forma per l'incisura nasale mediale è molto difficile. Nella maggior parte dei casi, grossolanamente considerata, essa presenta la forma di un U o di un V capovolti ed è disposta coll'asse maggiore parallelo, o quasi, all'asse del naso (Fig. 13,I-II). Di questa incisura esiste una notevolissima diversità di conformazione, e si può affermare che non esistono due incisure nasali mediali simili, neppure quelle dello stesso individuo (Fig. 14). Talune volte essa è appena accennata (Fig. 14,I), o simile ad una fessura o rappresentata da due fessure (Fig. 14,II); altre volte possiede margini irregolari (Fig. 14,III); talvolta, in luogo della incisura bene sviluppata, ne esiste una poco profonda (Fig. 14,VI) e sopra ad essa si osserva un forame più o meno ampio, in forma di fessura, disposta quasi trasversalmente (Fig.

14,III), o irregolarmente ovale, col maggiore asse diretto secondo quello longitudinale dell'osso (Fig. 14,VI-VII). Talvolta, in luogo di una delle incisure nasali mediali, oppure oltre ad esse, si osserva un forame ovalare unico, mediano, situato sulla linea internasale (Fig. 14,VIII).

L'incisura nasale laterale è molto più semplice. Essa ha l'aspetto di un segmento di cerchio con piccole variazioni di

I II III IV V VI VII VIII

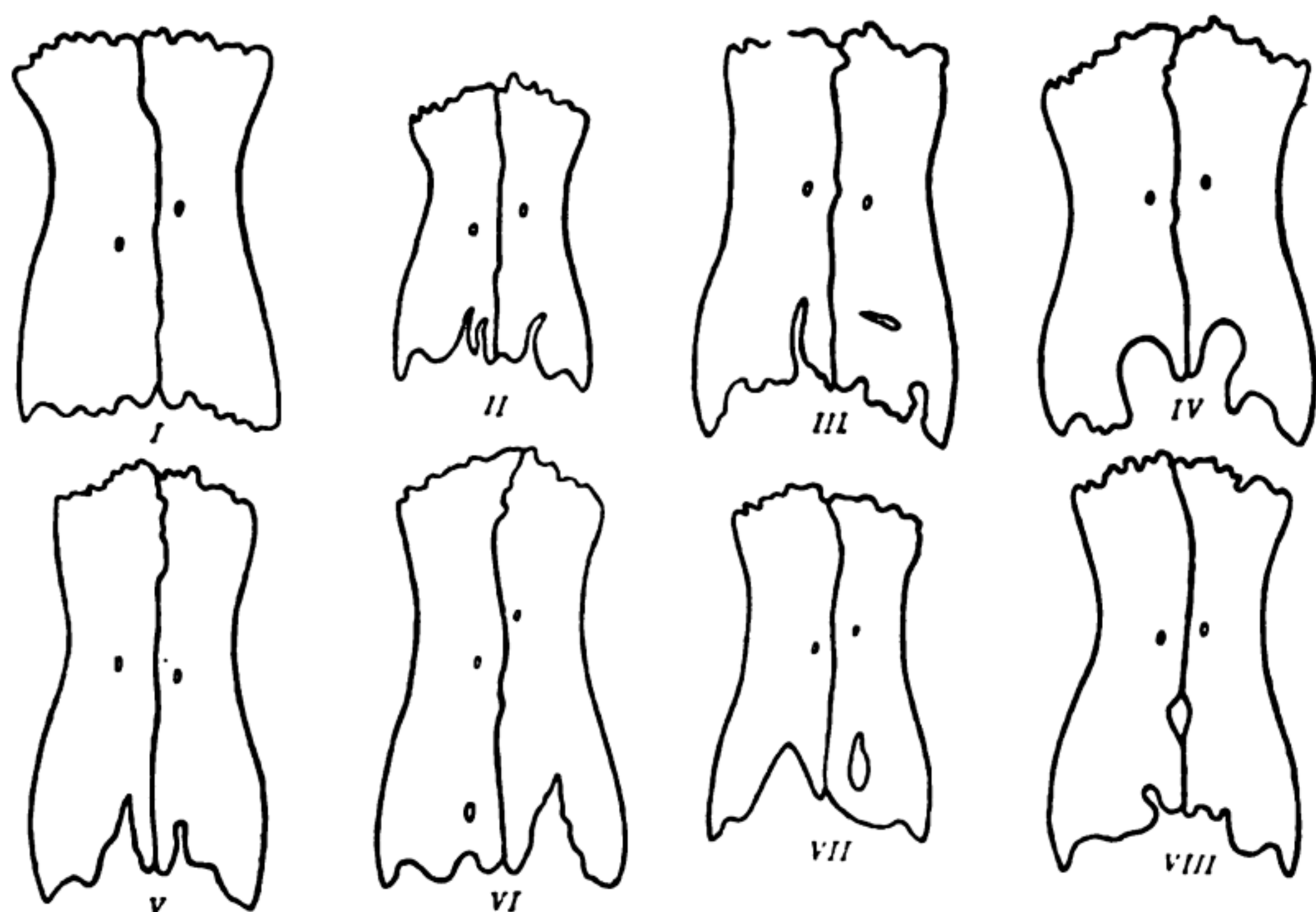



FIGURA 14.

Varie forme delle incisure nasali, mediale e laterale (grandezza naturale).

curvatura (Fig. 13). Talora però anche questa presenta una configurazione irregolare (Fig. 14,III-V).

Anche riguardo alle dimensioni si ripete la stessa variabilità che per la forma. L'incisura mediale in ispecie è variabilissima anche nelle due ossa dello stesso individuo (Fig. 14,III-V); dal semplice accenno raggiunge in taluni casi le dimensioni massime di mm. 10 in lunghezza e di mm. 6 in larghezza. L'incisura laterale è anche in ciò meno oscillante; misura in media mm. 7 di larghezza e mm. 3 di altezza; può arrivare, come massimo, rispettivamente a mm. 9 e a mm. 5. È, come ho già accennato, meno dell'altra mutevole per forma e per ampiezza; raramente

presenta piccole variazioni, in rapporto colla maggiore o minore obliquità del margine inferiore dell'osso.

Rispetto alla sede, si può asserire che l'incisura nasale mediale è situata o nel terzo interno o, più spesso, in questo, invadendo in parte il terzo medio del margine inferiore dell'osso, e che quella laterale ha sede nel terzo laterale o, più frequentemente, in questo e nel terzo medio, dei quali occupa una buona porzione.

Per quanto si riferisce alla frequenza, l'incisura nasale mediale esiste quasi sempre nell'adulto; molto raramente può mancare da una sola parte o anche da tutte e due. Il Perna su 1211 crani di adulti, non la trovò in 94 individui, cioè in 188 ossa nasali, vale a dire nel 7 $^{3}/_{4}$ per cento. Io posso affermare che talora se ne trova soltanto un piccolo accenno, ma che manca assai di rado. Su 200 ossa nasali preparate con ogni cura, la ho riscontrata in 196; mancava cioè solo nel 2 per cento. L'incisura laterale manca anche più raramente.

Non esiste rapporto tra la profondità e la frequenza delle due incisure; taluni esemplari in cui è ampia l'incisura laterale, presentano appena visibile quella mediale; vi sono poi ossa, nelle quali è presente e bene sviluppata l'incisura laterale e non esiste tuttavia quella mediale.

Dalla presenza di queste due incisure restano delimitati sul margine inferiore dell'osso nasale sproni ossei, talora appena accennati, altre volte vistosi, in relazione alle maggiori o minori profondità ed ampiezza delle incisure; se ne contano tre, che, per la sede, vanno distinti colle denominazioni di mediale, intermedio e laterale (Fig. 13,III).

Quanto all'epoca di apparizione delle incisure, esistono differenze individuali; di solito mancano alla nascita. Il Perna del resto, per quella mediale, sostiene che essa compare quando l'ossificazione dello scheletro è completa; egli aggiunge che è poco manifesta o che manca addirittura nei fanciulli, ma che si riscontra in quasi tutti i crani di adulto. Il Bertelli afferma giustamente che nei feti a termine l'incisura nasale o manca o è appena accennata.

L'incisura mediale, a volte, è già abbozzata in individui di pochi mesi, mentre può mancare in quelli di qualche anno. Sta-

bilirne quindi esattamente il momento di apparizione è assai difficile. In via generale, basandomi su dati tolti dall'osservazione accurata delle ossa da me raccolte, sono in grado di affermare che essa compare dopo il terzo anno di età come una piccola erosione sul margine dell'osso. Da questo periodo iniziale fino alla tarda vecchiaia essa va progressivamente aumentando in altezza e in ampiezza.

L'incisura laterale invece compare molto più precocemente. Non è raro che alla nascita sia già evidente; si inizia, si può affermarlo in via generale, nel primo anno di età e raggiunge ben presto dimensioni notevoli, tanto che si estende di poco e solo proporzionalmente all'accrescimento dell'osso nasale nel resto della vita.

Ed ora passiamo allo studio della maniera di formazione delle incisure. Riguardo all'origine dell'incisura nasale mediale, i vecchi Anatomici l'avevano messa in rapporto, come vedemmo, colla presenza del ramo nasale esterno del nervo etmoidale anteriore; questo passa soltanto in via eccezionale per l'incisura nasale mediale, mentre di solito attraversa la incisura laterale.

Il Civalleri crede che l'incisura nasale sia in rapporto collo sviluppo dell'osso nasale: secondo lui essa sta ad indicare un difetto di sviluppo delle trabecole ossee in quel punto, ma questa deficienza tenderebbe a colmarsi col procedere dell'età, ciò che è del tutto opposto a quello che realmente avviene.

Il Perna afferma che l'incisura nasale mediale rappresenta la primitiva linea di separazione tra i due centri ossei, dai quali originerebbe il nasale. Io ho dimostrato che i due centri non esistono, quindi l'affermazione del Perna è priva di fondamento.

Il Bertelli riferisce l'origine dell'incisura mediale a causa meccanica; egli si esprime in questa guisa: “ La formazione della incisura nasale devesi al rapporto intimo che l'ala della cartilagine alata prende con l'osso nasale. La flessura dell'ala procedendo dopo la nascita nel suo sviluppo, rende un po' più profonda la doccia nasale, e inferiormente a questa impedisce con la sua presenza che si formi sostanza ossea, e così quivi resta una intaccatura che è la incisura nasale „. Il Bertelli descrive disposizioni e riproduce figure che dimostrano chiaramente la veracità dell'asserto.

Le mie ricerche mi hanno persuaso che nella formazione dell'incisura nasale mediale si devono considerare due periodi ben distinti: uno che corrisponde alla fase di accrescimento dell'osso nasale, l'altro che coincide colle fasi di stazionarietà e di atrofia dell'osso.

Ho affermato, trattando dello sviluppo dell'osso nasale, che esso si accresce prevalentemente verso il basso. La lamina ossea, nel prolungarsi in questa direzione dopo i primi anni della vita, trova sul suo cammino l'impedimento dato dalla flessura dell'ala della cartilagine alata, in corrispondenza della quale l'accrescimento non può avvenire. Di conseguenza, l'inizio di cotesta incisura si presenta, di norma, quando l'osso nasale ha incominciato ad accrescersi e quando incomincia ad incurvarsi per distendersi sulla convessità della cartilagine. Ma, data la grande diversità nei differenti individui del grado di sporgenza della flessura cartilaginea, nonchè della forma, dell'ampiezza e del grado di curvatura dell'osso e dato d'altra parte il differente grado di accrescimento dell'osso nasale, esisterà quindi una grande variabilità nell'altezza e nell'estensione trasversa dell'incisura. Tutto ciò nel primo periodo.

Procediamo ora allo studio della formazione dell'incisura nel secondo periodo. Col progredire degli anni, la flessura cartilaginea, seguitando lentamente ad evolversi, comprime la sostanza ossea che le sta sopra e d'intorno, e vi induce logoramento, così da estendere l'incisura. Che cotesta pressione della cartilagine sull'osso si eserciti realmente, è dimostrato sul fresco dallo sporgere in avanti della flessura al di sotto del margine inferiore dell'osso nasale, sullo scheletro dall'assottigliamento e dalla trasparenza della lamina ossea in quel sito, su sezioni microscopiche in serie dalla relazione intima tra osso e cartilagine e dal processo di attiva proliferazione cellulare che si osserva nella cartilagine della flessura.

Ho riferito altrove che, talvolta, in luogo della incisura nasale mediale, o accompagnati a questa, esistono una fessura trasversa od un forame ovalare, separati dal margine inferiore dell'osso mediante un ponte più o meno sottile di tessuto osseo (Fig. 14, III-VI-VII). Ho fatto cenno, a proposito della morfologia delle incisure, ad una particolare disposizione che esiste insieme con

l'incisura nasale mediale o senza di essa; voglio alludere ad un forame irregolarmente ovale, impari, situato sulla linea mediana, che coincide quindi colla linea internasale e che è posto ad una certa distanza dal margine inferiore dell'osso (Fig.14, VIII). Esso è disposto cioè col suo asse maggiore lungo la linea internasale e corrisponde all'estremo superiore della flessura dell'ala della cartilagine alata. Sulla faccia interna dei nasali esiste sempre una depressione allungata, bene evidente, come una solcatura, la quale è occupata dalla flessura cartilaginea; è noto anche come questa doccia sia varia nelle diverse ossa per forma, per ampiezza e profondità. Non mi diffondo su questo rapporto tra cartilagine ed osso che fu descritto ed illustrato dal Bertelli, il quale denominò *doccia* questa solcatura. In corrispondenza di essa la lamina ossea è molto sottile, quasi trasparente, per causa della energica e continua pressione esercitatavi dalla cartilagine. Le prime disposizioni che ho or ora descritto sono dovute appunto alla pressione della flessura cartilaginea, la quale, lungo la doccia, essendo stata più energica in quei punti, ha logorato l'osso soltanto in corrispondenza di essi; rappresentano cioè delle incisure nasali incomplete (Fig. 14,III-VI-VII). Riguardo poi alla seconda disposizione, in cui il forame è situato sulla linea mediana, essa è dovuta al fatto che lo scheletro è asimmetrico e una delle flessure, anzichè decorrere parallela alla sutura internasale, la invade col suo estremo superiore; infatti il forame mediano corrisponde alla porzione superiore della doccia, la quale, in questo caso, si dirige obliquamente verso la linea internasale, invadendola.

Posso inoltre sostenere che l'incisura nasale mediale è più evidente nelle ossa che si presentano poco incurvate, quasi appiattite, mentre è meno manifesta in quelle fortemente curve nei due sensi, trasverso e longitudinale; nelle prime essa presenta una forma a V, nelle seconde una forma ad U capovolti. Queste disposizioni sono in rapporto col meccanismo di produzione dell'incisura; l'azione inibitrice della flessura cartilaginea sull'accrescimento dell'osso e più tardi l'azione compressiva di quella su questo sono maggiori nel primo caso che nel secondo, nel quale, per essere molto curvo nelle due direzioni, l'osso nasale segue e sormonta più facilmente la flessura cartilaginea dapprima e poi risente meno l'azione compressiva di essa.

Credo infine di poter affermare che l'incisura nasale mediale assume estensione e forma differenti nelle diverse forme di nasi. Nel naso aquilino, nel quale esiste tra osso e flessura dell'ala della cartilagine alata un angolo diedro aperto inferiormente, l'osso nasale, durante l'accrescimento, può liberamente avanzare in basso sulla flessura cartilaginea, per cui l'incisura, in tal caso, sarà dovuta esclusivamente alle cause che agiscono nella seconda fase, e sarà quindi meno estesa. Nel naso camuso all'incontro, in cui osso e flessura cartilaginea costituiscono un angolo diedro aperto verso l'alto, l'osso nasale, nel procedere in basso, incontra la flessura cartilaginea che gli impedisce l'accrescimento in quel punto e che esercita su esso poi una azione compressiva più energica, e quindi l'incisura avrà la massima ampiezza. Nel naso retto, nel quale esiste quasi parallelismo tra osso e flessura cartilaginea, l'ostacolo all'accrescimento dell'osso da parte della flessura e più tardi la pressione di questa su quello saranno maggiori che nel primo caso e minori che nel secondo e si avrà per conseguenza un' incisura di ampiezza intermedia.

Riguardo al significato della incisura nasale laterale, il Perna crede che essa sia prodotta dal passaggio del ramo nasale esterno del nervo etmoidale anteriore. Ciò non corrisponde al vero, poichè il filuzzo nervoso passa talora, sia pure in via eccezionale, per la incisura nasale mediale e in tali casi pur tuttavia esiste anche quella laterale; d'altra parte è strano pensare che un' incisura così ampia possa essere dovuta al passaggio di un filuzzo nervoso tanto sottile. Esiste invece, in corrispondenza dell'incisura nasale laterale, la convessità dell'ala della cartilagine alata, la quale esercita sulla porzione laterale del margine inferiore dell'osso le medesime azioni, inibitrice sullo sviluppo e comprimente, che sono prodotte sulla porzione mediale dalla flessura dell'ala e che formano l'incisura mediale, con qualche differenza di grado, inerente alla minore sporgenza di cotesta convessità rispetto alla flessura. E che questa realmente sia la causa dell'incisura laterale, è dimostrato, sul fresco, dallo sporgere in avanti della convessità dell'ala al di sotto del margine inferiore dell'osso, sullo scheletro dall'assottigliamento della lamina ossea in quel sito e dall'esistenza sulla faccia interna dell'osso di una cripta, la quale riproduce la

forma dell'ala, che vi sta addossata, su sezioni microscopiche in serie dal rapporto intimo tra osso e cartilagine.

Da quanto ho sopra esposto, risulta chiaro ed indiscutibile il fatto che le due incisure sono dovute nient' altro che ad influenze meccaniche, proprio come aveva pensato anni addietro il Bertelli per la incisura nasale mediale. Le incisure, mediale e laterale, sono quindi determinate, in un primo periodo, durante l'accrescimento dell'osso, da un' azione di arresto di sviluppo per parte, rispettivamente, della flessura e della convessità dell'ala della cartilagine alata, ostacolanti il libero procedere in basso della lamina ossea, e anche da un' azione comprimente di quelle su questa, in modo da indurvi un logoramento, che aumenta l'ampiezza delle incisure; in un secondo periodo, quando l'osso cioè ha terminato di accrescersi e anche quando trovasi nella fase involutiva, per riguardo all'incisura mediale, perdura sull'osso, da parte della flessura cartilaginea, l'azione comprimente; così si spiega perchè l'incisura mediale si presenti più sviluppata nell'adulto e tanto maggiormente quanto più si procede nell'età; per ciò che si riferisce invece all'incisura laterale, l'azione comprimente della convessità dell'ala è molto debole e in tal modo si comprende come, una volta formata, essa si accresca soltanto di poco nel corso di questa seconda fase di sviluppo delle incisure.

Conclusioni.

Esistono normalmente, nella parte inferiore dell'osso nasale dell'uomo, due intaccature, che propongo di denominare *incisura nasale mediale* e *incisura nasale laterale.*

L'incisura nasale mediale corrisponde più spesso a porzione del terzo interno e del terzo intermedio, o al terzo interno del margine inferiore dell'osso e presenta numerose varietà di forma e di dimensioni; si può ritenere che abbia, più frequentemente, la forma di un U o di un V capovolti: la prima, di solito, nelle ossa fortemente incurvate, la seconda in quelle poco curve, quasi appiattite. Si presenta poi di ampiezza differente nelle diverse forme di nasi: poco estesa nei nasi aquilini, mediocremente nei nasi retti.

molto ampia e profonda nei nasi camusi. Misura, in media, mm. 9 in altezza e mm. 3 in larghezza; manca assai di rado; compare, generalmente, verso il terzo anno e va accentuandosi fino alla tarda vecchiaia.

Rispetto al suo significato, è determinata da influenze meccaniche: in una prima fase, la quale coincide coll'accrescimento dell'osso nasale, l'incisura è dovuta ad una azione di arresto sullo sviluppo osseo da parte della flessura dell'ala della cartilagine alata, la quale, con la sua presenza, impedisce che la lamina ossea in quel punto proceda verso il basso, ed è dovuta anche ad una azione compressiva della flessura sull'osso, la quale produce logoramento; in una seconda fase, che corrisponde ai periodi di stazionarietà e di involuzione dell'osso, l'incisura si accresce per il persistere della azione comprimente della flessura.

L'incisura nasale laterale, larga e superficiale, misura in media mm. 7 di larghezza e mm. 3 di altezza, è situata più frequentemente nel terzo laterale e nel terzo medio, meno spesso nel terzo laterale, si presenta molto più stabile, per forma e per dimensioni, di quella mediale e manca anche più raramente; compare prima di quella, nel primo anno di età e, raggiunto abbastanza presto il grado massimo nello sviluppo, cresce in seguito di poco. Rispetto all'origine, anche per essa si devono distinguere due periodi: un primo periodo, che corrisponde all'accrescimento dell'osso nasale, dovuto all'azione inibitrice sullo sviluppo osseo da parte della convessità laterale dell'ala della cartilagine alata e ad una compressione esercitata da questa su quello; un secondo periodo, dovuto al perdurare dell'azione compressiva, che però è minima.

Capitolo III.

Ossetti prenasali.

Fra le molte variazioni dell'osso nasale, una ne esiste, che ha con gli argomenti sopra trattati un legame intimo e della quale perciò mi occupo in questo capitolo: alludo a quegli ossicini che si trovano, talora, inferiormente all'osso e che vennero denominati a torto, secondo il mio giudizio, internasali (Mayer,

1849), sottonasali (Testut, 1899), subnasali (Zuckerkandl, 1893); più propria è la denominazione di prenasali (Le Double, 1906).

Di tali ossetti si occuparono vari autori. Ne furono descritti dal Fréderic, 1910, dal Hyrtl, 1889, dal Le Double, 1906, dal Luschka, 1865, dal Mayer, 1849, dal Merkel, 1913, dal Rauber, 1897, dal Valenti, 1891. Devono però essere tenuti bene distinti da questi, altri ossicini, situati tra i nasali (internasali) o sulla loro faccia posteriore (sottonasali).

Riguardo alla interpretazione dei prenasali (potrebbero essere denominati più propriamente *infranasali*), e al loro significato furono emesse ipotesi numerose e disparate.

Il Frédéric espresse l'idea che essi siano frammenti di ossa del naso separati da suture; il Testut ed il Vram (1899) li ritennero wormiani; il Hyrtl li reputò omologhi agli internasali degli sdentati; il Mayer li considerò corrispondenti ai prenasali dei suini; il Le Double li credette porzioni ossificate della capsula nasale cartilaginea; il Valenti affermò che devono essere interpretati come l'avanzo dell'estremo superiore della porzione mediale dell'intermascellare.

Per ciò che si riferisce alla credenza che gli ossetti prenasali siano frammenti dell'osso divisi da una sutura trasversa, si può obbiettare che in tali casi non si riscontrano mai suture, ma soltanto fessure.

Riguardo all'idea che debbano essere considerati wormiani, basta ricordare che i wormiani sono sempre posti tra due o più ossa e articolati a queste per mezzo di suture.

Per quanto concerne l'ipotesi, secondo la quale i prenasali dell'uomo dovrebbero essere interpretati omologhi agli internasali degli sdentati, ricorderò che il Meckel (1825) ed il Cuvier (1850-56) descrissero nell'osso nasale del Bradipo didattilo un ossetto soprannumerario, ma questo sempre tra i nasali, mai inferiormente ad essi.

Il Mayer li considerò omologhi ai prenasali dei suini; questa affermazione è ben lontana dal dimostrarne il significato.

Il Le Double li considerò porzioni ossificate della lamina perpendicolare dell'etmoide e rimaste poi indipendenti. Ma ciò, occorre appena accennarlo, non può essere applicato che agli ossetti internasali, non già a quelli situati, come i prenasali, infe-

riormente al margine libero dell' osso. Riguardo all'idea del Valenti, faccio osservare che l'incisivo ha sede lateralmente all'osso nasale, non potrebbero perciò essere omologhi ad esso altro che gli ossicini posti tra il nasale e il processo frontale del mascellare, e non quelli situati sul margine inferiore del nasale.

Si può avere un solo prenasale, situato all' estremo inferiore della linea internasale o lateralmente ad essa, o possono i prenasali essere in numero di due, uno per lato, subito all' esterno della linea mediana, o di tre o di quattro; in quest' ultimo caso sono due per parte e di essi uno è mediale ed uno laterale.

Il Bertelli (1910), rispetto agli ossetti prenasali, si esprime in questa guisa: " Talvolta esistono nell' osso nasale strette fessure trasversali che incominciano nell' estremità superiore della incisura nasale. Molto probabilmente anche le fessure trasversali vengono prodotte da creste della flessura delle ali della cartilagine alata e allora delle ossa soprannumerarie che furono descritte nella parte inferiore delle ossa nasali e che furono ingegnosamente e seducentemente interpretate per mezzo della anatomia comparata, si avrebbe una spiegazione semplicissima: tratterebbesi di parti dell' osso nasale distaccate per causa meccanica. Le ossa internasali (prenasali mediali) sono irregolarmente quadrilatere e presentano: un margine inferiore, un margine mediale, un margine laterale e un margine superiore; il margine inferiore è formato da parte del margine inferiore dell' osso nasale, il margine mediale corrisponde alla sutura internasale, il margine laterale si è costituito perchè una cresta della cartilagine alata produsse una fessura nell' osso nasale; se quando mi capiterà nel cadavere un caso di osso internasale, trovassi che il margine superiore di questo corrisponde, come è molto probabile, ad una fessura prodotta dalla cartilagine alata, si avrebbe di questa varietà una spiegazione semplissima: tratterebbesi di una parte di osso nasale distaccata per causa meccanica. E credo che lo studio dei rapporti tra cartilagine alata e ossa nasali porterà luce anche per interpretare il significato degli ossi nasali laterali ".

Sul significato degli ossetti prenasali ho fatto accurate indagini, con le quali mi proposi di trovare le cause che producono il margine superiore degli ossetti prenasali mediali, essendo ormai noto il significato degli altri tre margini di questi, e di trovare

anche le cause che conducono alla formazione degli ossetti prenasali laterali.

Trovai che il margine superiore degli ossetti prenasali mediali è prodotto o dalla pressione in avanti della flessura dell'ala della cartilagine alata o dal decorso di vasi sanguiferi.

La flessura cartilaginea, giunta al margine inferiore dell'osso nasale, seguita sporgendo in avanti ed in alto. Lo sprone nasale mediale, per qualunque causa indebolito nella sua continuità (assottigliamento prodotto dalla pressione della cartilagine alata, esistenza di lacune nella sostanza ossea, usura per il passaggio

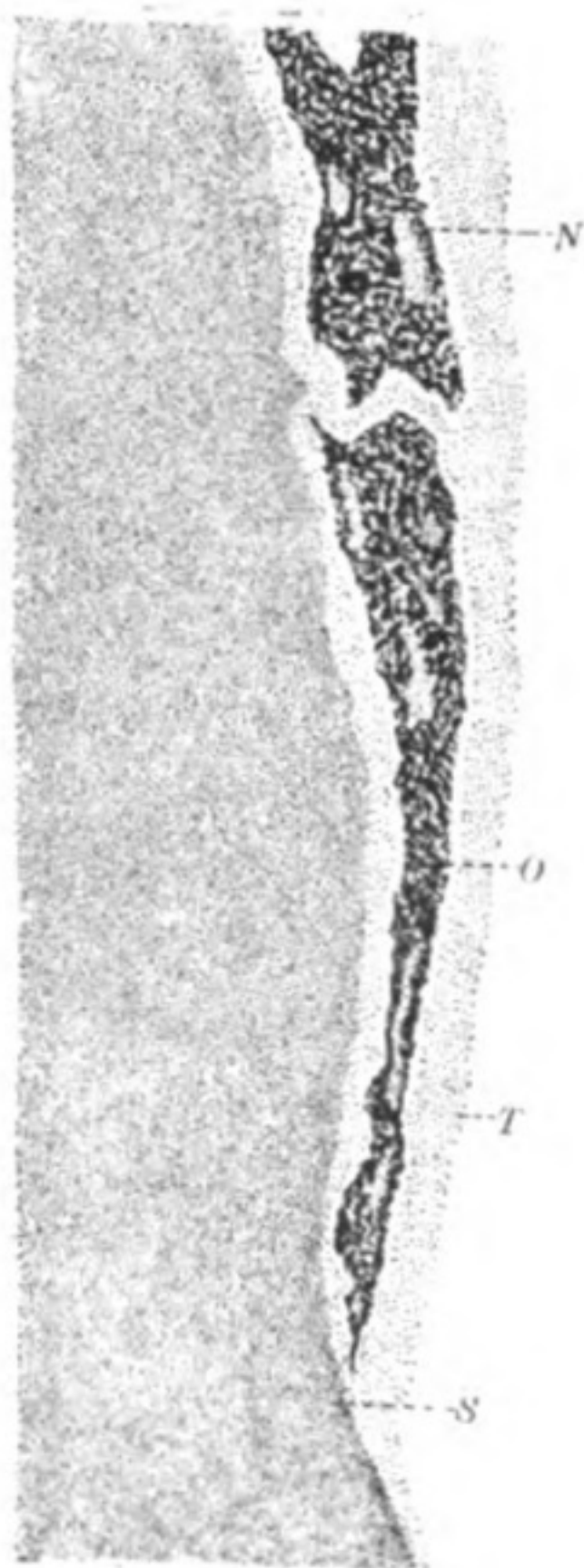



FIGURA 15.

Sezione sagittale paramediana della regione nasale in una donna di anni 38, di cui il pezzo fresco mostrava l'esistenza degli ossetti prenasali mediali (ingrandimento 5 diametri). T = tessuto sottocutaneo, N = osso nasale, O = ossetto prenasale, S = flessura dell' ala della cartilagine alata.

di vasi) è premuto verso il suo estremo inferiore dalla flessura cartilaginea che sporge anteriormente (fig. 15), si frattura in

corrispondenza del punto meno resistente e rota intorno ad un asse trasverso, così che l' estremo superiore del segmento di frattura non si trova più in continuazione dell'estremo inferiore della lamina ossea, da cui s' è staccato e di cui faceva parte. In questa guisa si è costituito un ossetto prenasale mediale (fig. 15).

Riguardo all' azione demolitrice dei vasi, vidi una volta che un vaso sanguifero aveva un decorso obliquo, partendo dalla porzione inferiore della linea internasale e dirigendosi verso il basso e verso l' esterno, secondo una linea concava in basso e medialmente, che terminava sul margine inferiore dell' osso nasale; in questo caso il margine superiore e quello laterale dell' ossetto erano prodotti dal passaggio di un vaso sanguifero (fig. 16).

Rispetto agli ossetti prenasali laterali, devono essere distinte

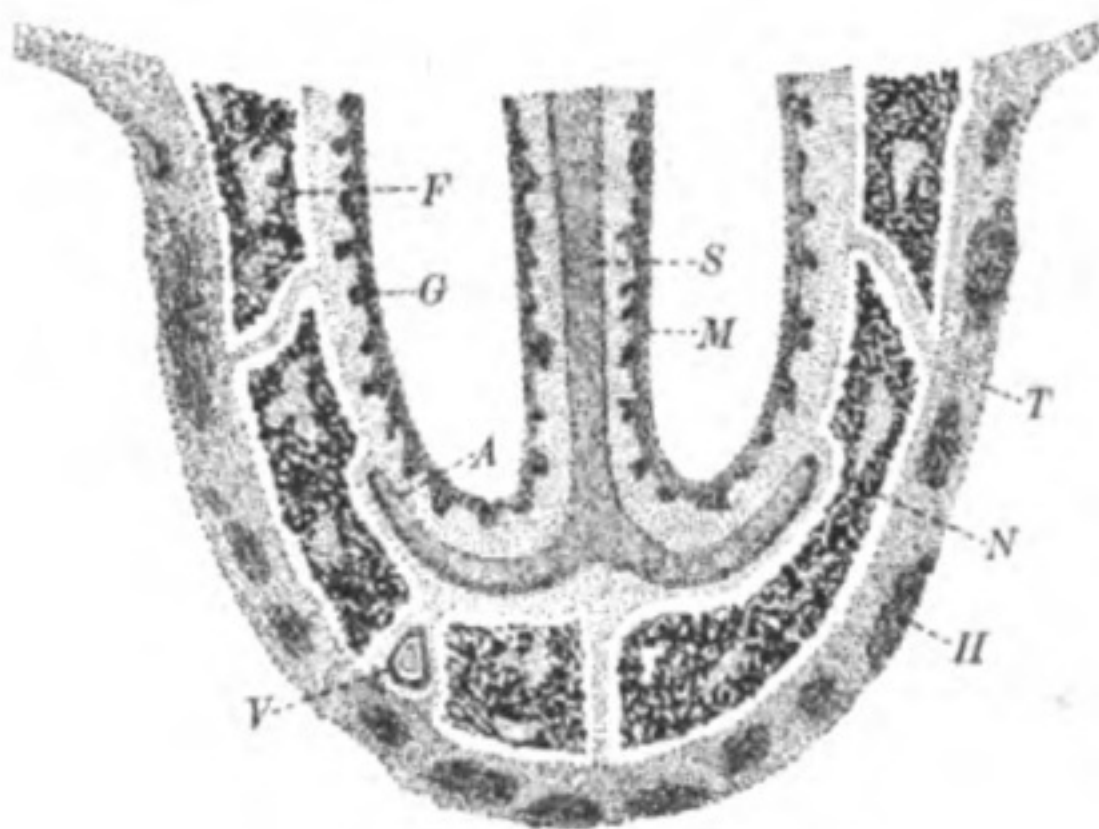



FIGURA 16.

Sezione trasversa della regione nasale in una donna di anni 42 (ingrandimento 4 diametri); nel fresco erano evidenti gli ossetti prenasali mediali, che, nelle sezioni in serie, sono limitati dal decorso di un vaso sanguifero (arteria), il quale ne costituisce i margini laterale e superiore. T = tessuto sottocutaneo, H = muscolatura cutanea, N = osso nasale, V = vaso sanguigno, sezionato trasversalmente, F = processo frontale del mascellare, S = setto cartilagineo delle cavità nasali, A = ala della cartilagine alata, M = mucosa nasale, G = ghiandole della mucosa.

due possibilità: l' ossetto prenasale laterale corrisponde soltanto alla porzione intermedia del margine inferiore dell' osso nasale, oppure alle porzioni intermedia e laterale di questo margine.

Nel primo caso, il margine inferiore dell' ossetto coincideva colla porzione intermedia del margine inferiore dell' osso nasale, i margini mediale e laterale erano prodotti da due creste della flessura (fig. 17), il margine superiore era prodotto dalla pressione in avanti della flessura sull' osso, così da provocare frattura (fig. 17).

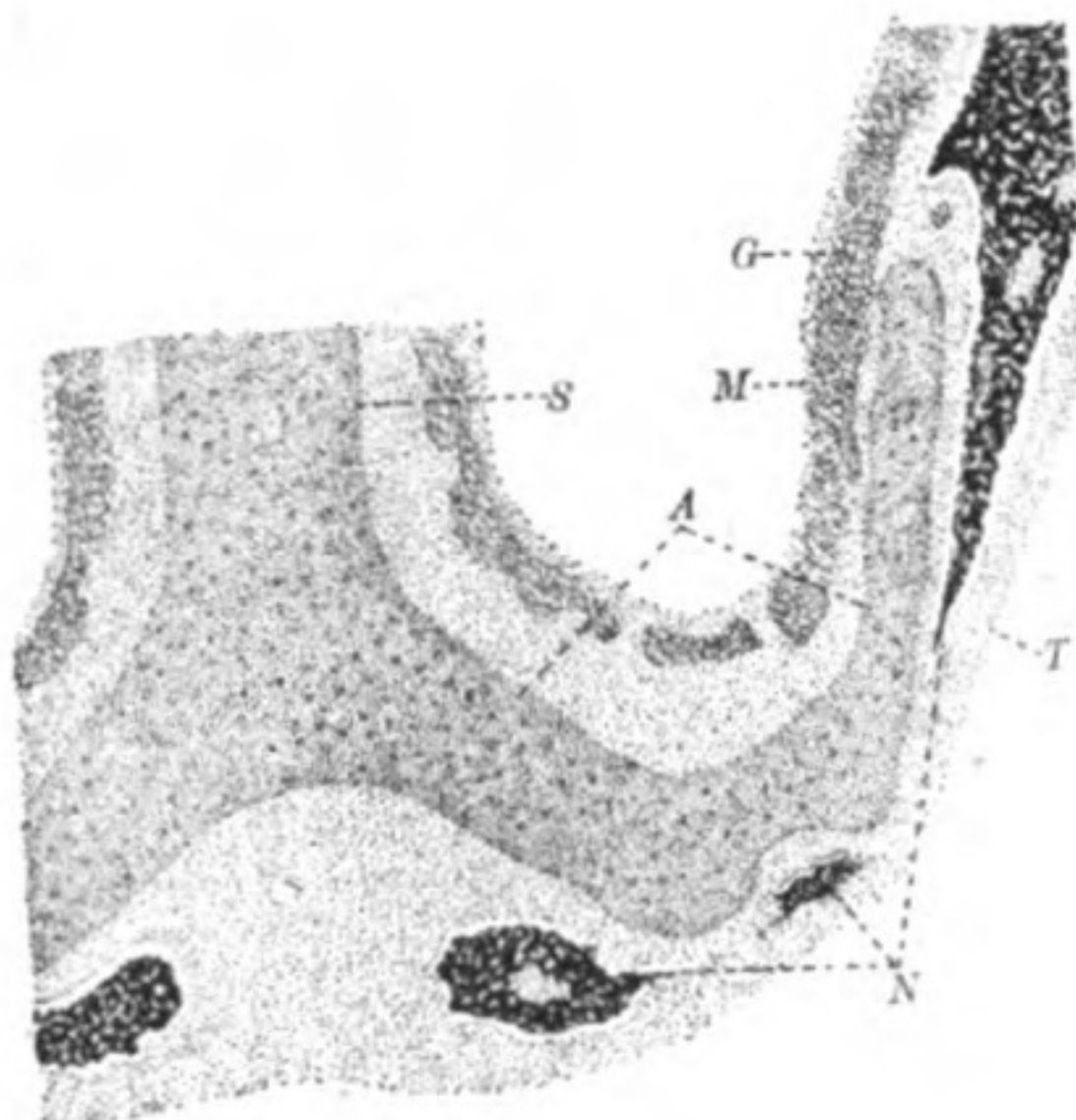



Figura 17.

Sezione trasversa a livello della estremità superiore della incisura nasale mediale in uomo adulto, con un ossetto prenasale laterale (ingrandimento 5 diametri). (Dal Bertelli). T = tessuto sottocutaneo, N = osso nasale, A = ala della cartilagine alata in corrispondenza della flessura, S = setto cartilagineo delle cavità nasali, M = muccosa nasale, G = ghiandole della muccosa.

Nel secondo caso osservato, il margine inferiore dell'ossetto corrispondeva alle porzioni intermedia e laterale del margine inferiore del nasale, il margine mediale coincideva con quello laterale dell' incisura nasale mediale, quello laterale corrispondeva al margine laterale dell' osso nasale, quello superiore ad una fessura per il passaggio di vasi.

Della prima maniera di formazione degli ossetti prenasali laterali dà la spiegazione la fig. 17, tolta dal lavoro del Bertelli. In essa si vede chiaramente come la pressione in avanti della flessura dell' ala della cartilagine alata abbia distaccato dall'osso nasale un ossetto prenasale laterale: seguendo poi le sezioni in

alto, si trova che le due creste cartilaginee sono fuse in una sola e che questa ha prodotto la frattura della lamina ossea, isolando completamente l' ossetto e spostandolo in basso.

Anche per gli ossetti prenasali laterali ha grande valore l' azione divisoria prodotta dai vasi sanguiferi. Le fig. 18 e 19

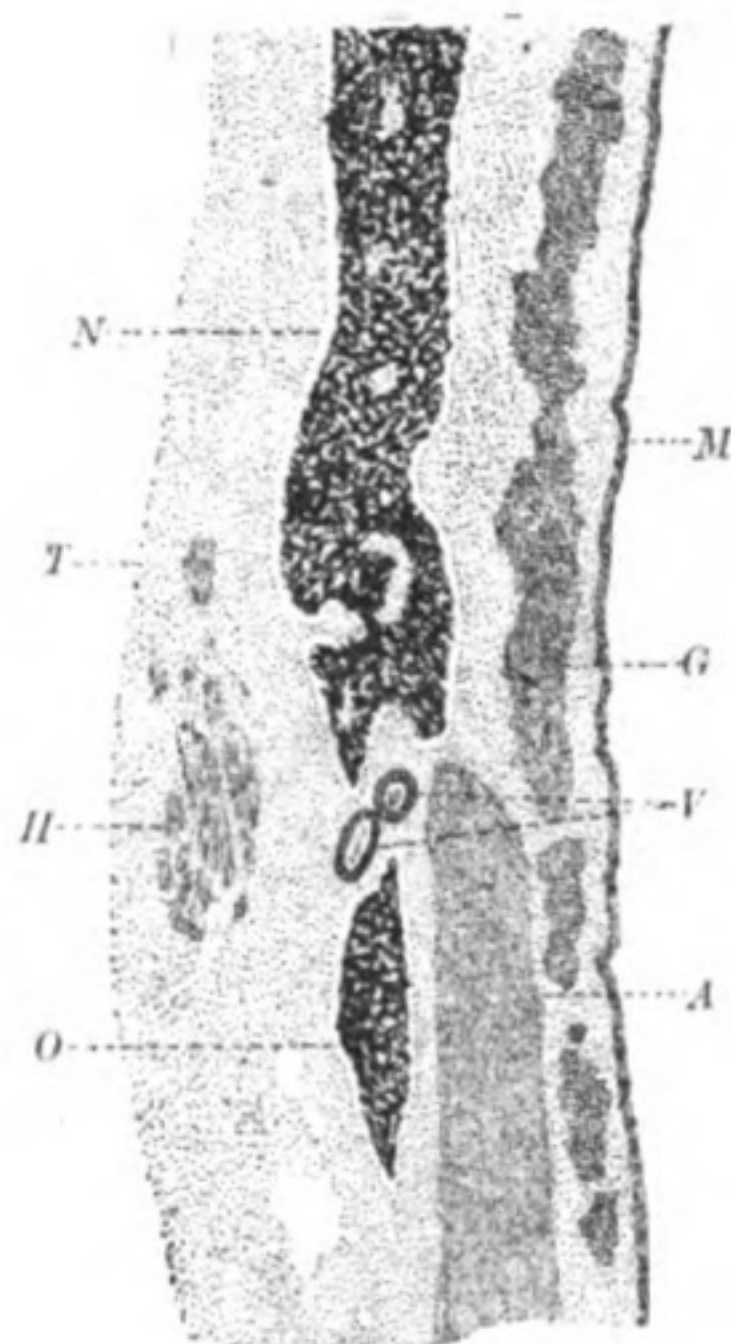



FIGURA 18.

Sezione sagittale laterale della regione nasale in uomo adulto, in cui il prenasale laterale è limitato dal decorso trasverso di due vasi sanguiferi (arterie) (ingrandimento 5 diametri). T = tessuto sottocutaneo, H = muscolatura cutanea, N = osso nasale, O = ossetto prenasale, V = arteriole, sezionate trasversalmente, A = ala della cartilagine alata sezionata sagittalmente, G = ghiandole della mucosa, M = muccosa nasale.

ne sono un chiarissimo esempio; appartengono ad un caso, in cui il vaso decorreva trasversalmente e quindi il margine superiore era dovuto al decorso dei vasi. Talora infatti, su ossa macerate, è possibile osservare, sulle faccie superficiale e profonda. solchi vascolari più o meno scolpiti, che assottigliano la lamina ossea del nasale.

Credo infine opportuno accennare, riguardo alla produzione degli ossetti prenasali, sia mediali che laterali, ad una circostanza non frequente, ma non priva d' interesse. Ho notato come nelle

ossa nasali esistano, talvolta, delle linee rilevate sulla faccia esterna dell' osso, disposte il più spesso in direzione trasversa e ho riconosciuto che queste presentano un aspetto da dover essere

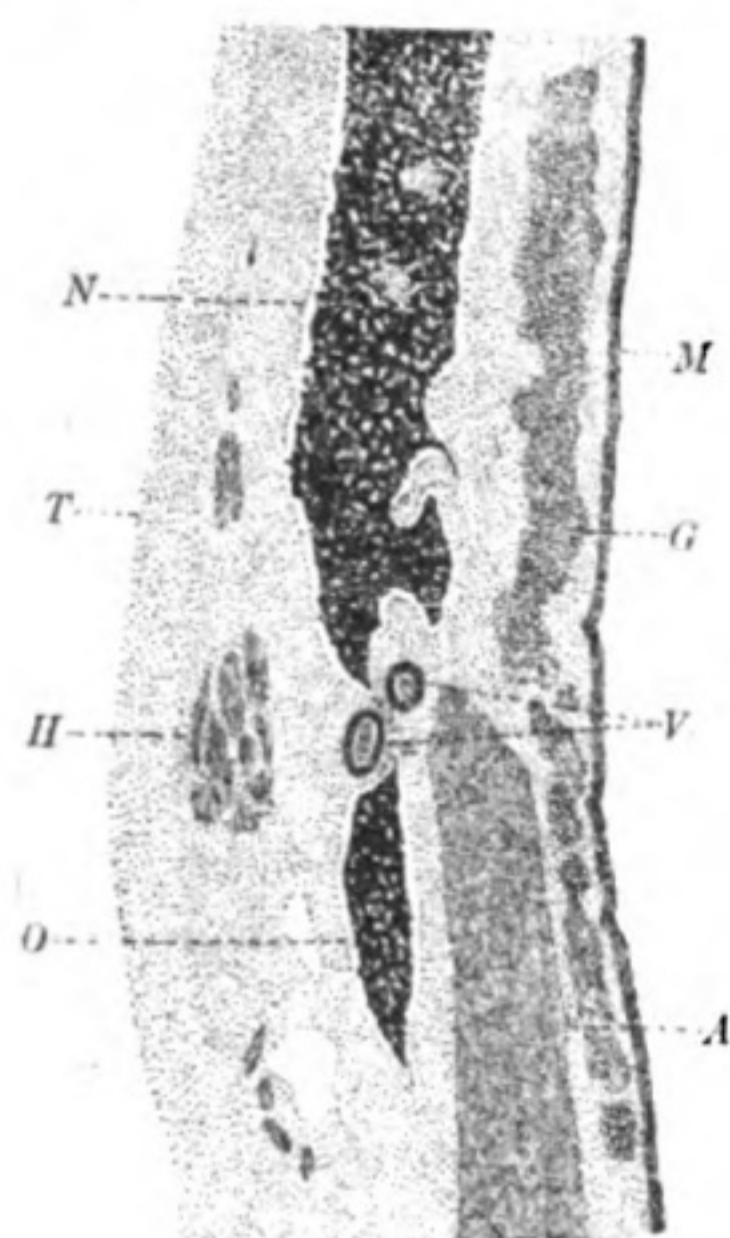



FIGURA 19.

Sezione sagittale laterale della regione nasale in uomo adulto, in cui il prenasale laterale è limitato dal decorso trasverso di due vasi sanguiferi (arterie) (contigua alla precedente). (Ingrandimento 5 diametri). T, H, N, O, V, A, G, M, = come nella Figura 18.

considerate come linee di guarigione di pregresse fratture. In una parte tanto esposta alle violenze dall' esterno e costituita in

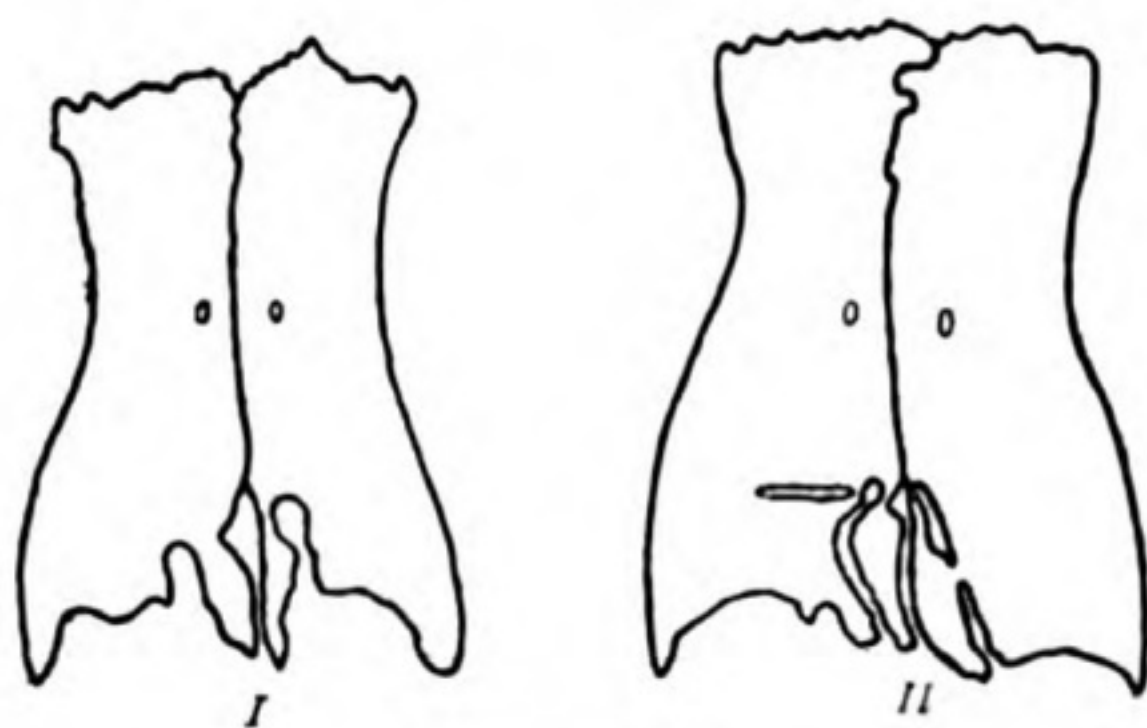



FIGURA 20.

Fessura ed incisure in ossa nasali di uomini adulti in rapporto alla formazione degli ossetti prenasali (grandezza naturale).

basso così debolmente, avvengono, con più frequenza che non si creda, le fratture sui tre speroni ossei, mediale, intermedio e la-

terale, che sono talora sottili e fragilissimi, perchè uniti al resto dell' osso mediante peduncoli molto esili (fig. 20); saranno perciò sufficienti a produrre frattura azioni traumatiche anche leggere. Questa condizione può essere invocata come causa di produzione degli ossetti tanto più se si pensa che, avvenuto questo accidente, e la cartilagine, che sporge e fa pressione sul punto leso, e l' azione periodicamente ripetuta dei movimenti necessariamente impressi a questa parte, impediscono la guarigione sulla linea di frattura, la quale, in luogo di venir riparata da tessuto osseo, è colmata da connettivo fibrillare denso che produce una netta separazione tra osso ed ossetto prenasale.

Intimamente legati agli ossetti prenasali, per il loro meccanismo di produzione, e quindi anche per il loro significato, sono i casi descritti di nasale bipartito per l' esistenza di una sutura trasversa (Albrecht, Calori, 1892, Frassetto, 1901, Frédéric, 1910, Giuffrida-Ruggeri, 1901, Hyrtl, Krause, Livini, 1898, Schwegel, 1859, Valenti, Zoja, 1874, Zuckerkandl, 1878), o di una sutura longitudinale (Perna, 1906), oppure tripartito (Valenti, Zoja), o anche quadripartito (Krause). Queste anomalie furono interpretate ammettendo la possibilità per il nasale di svilupparsi da due, da tre e perfino da quattro centri di ossificazione, variamente distribuiti. Per spiegarle non si può certo invocare lo sviluppo, perchè l' osso nasale proviene da un solo centro; più centri furono ammessi in teoria, ma non dimostrati; molto probabilmente esse non sono altro che il risultato di azioni meccaniche, quali ho menzionate più sopra.

Ho già accennato che gli ossetti prenasali possono esistere in numero di uno, di due, di tre o di quattro. Quando è unico, l' ossetto è impari e allora può essere mediano, oppure più o meno laterale. Nel primo caso, ciò è dovuto, più di frequente, all' obliterazione in basso, della sutura internasale, per cui i due ossetti, quello di un lato e quello dell' altro, sono fusi in uno solo. Può darsi anche che la lamina perpendicolare dell' etmoide si insinui, in basso, tra le ossa nasali e che questo segmento si isoli poi dal resto dell' osso (Hovorka, 1893, Hyrtl, Le Double, Van der Hoeven, 1861, Zuckerkandl), simulando così un ossetto prenasale mediano; ma allora, evidentemente, non si tratta di un vero prenasale, bensì di un ossetto internasale. Nel secondo caso in-

vece, quando cioè l' ossetto unico è paramediano, si è avuta la formazione dell' ossetto prenasale mediale da un solo lato. Quando ne esistono due, uno per parte, allora si tratta di due ossetti prenasali mediali; allorquando se ne trovano tre, due sono ossetti prenasali mediali e il terzo è un ossetto prenasale laterale; allorquando poi ve ne sono quattro, se ne osservano due per lato, uno mediale ed uno laterale.

Conclusioni.

Per ossetti prenasali si intendono quelle laminette ossee, che sono situate inferiormente all' osso nasale e che potrebbero meglio essere denominate *ossetti infranasali:* si distinguono in mediali e laterali.

Questi ossetti hanno forma irregolarmente quadrilatera e devono essere interpretati come prodotti di azioni meccaniche.

Per i prenasali mediali, il margine inferiore corrisponde al margine inferiore dell' osso nasale, il margine mediale al margine mediale dell' osso nasale, il margine laterale al margine mediale dell' incisura nasale mediale; il margine superiore può essere prodotto, o dalla pressione in avanti della flessura dell' ala della cartilagine alata, o dal decorso di vasi sanguiferi, o, probabilmente, da esiti di fratture.

Gli ossetti prenasali laterali possono essere di due specie: l' ossetto può corrispondere soltanto alla porzione intermedia del margine inferiore dell' osso nasale, o alle porzioni intermedia e laterale di questo margine.

Per gli ossetti prenasali laterali della prima maniera, trovai che il margine inferiore corrispondeva alla parte intermedia del margine inferiore dell' osso nasale, i margini mediale e laterale erano stati prodotti da due creste della flessura dell' ala della cartilagine alata, il margine superiore era stato prodotto da azione meccanica della flessura.

Per gli ossetti prenasali laterali della seconda specie, il margine inferiore corrisponde al margine omonimo dell' osso nasale, il margine mediale al margine laterale dell' incisura nasale mediale, il margine laterale a quello laterale dell' osso.

Per gli ossetti prenasali laterali appartenenti a questa seconda modalità trovai che il margine superiore era prodotto dalla presenza di vasi sanguiferi, che dividevano per un certo tratto l' osso a tutto spessore. Anche per gli ossetti prenasali laterali la produzione del margine superiore devesi talora, probabilmente, ad esiti di fratture.

Il distacco di un segmento della lamina perpendicolare dell' etmoide, incuneatosi nell' estremo inferiore della sutura internasale, può simulare la presenza di un ossetto prenasale mediale, ma in realtà si tratta di un ossetto internasale.

Molto probabilmente sono dovuti alle stesse influenze meccaniche, che danno origine agli ossetti prenasali, anche le anomalie del nasale bipartito, tripartito, quadripartito, di cui erroneamente si era cercata la spiegazione nello sviluppo dell' osso nasale.

BIBLIOGRAFIA.

1. AEBY CH. — *Lehrbuch der Anatomie des Menschen* — Leipzig, 1871.
2. ALBRECHT P. — *L' Intermaxillaire et la Théorie vertébrale du crâne* — Comunication faite à la Société d'Anthropologie de Bruxelles, 1883.
3. BARALDI G. — *Alcune osservazioni sulla origine del cranio umano e degli altri mammiferi; ovvero " Craniogenesi dei Mammiferi "* — Atti della R. Accademia di Medicina di Torino, 1873.
4. BARDEEN R. — *Die Entwicklung des Skeletts und des Bindegewebes* — in Keibel F. und Mall P. — Handbuch der Entwicklungsgeschichte des Menschen — Erster Band — Leipzig, 1910.
5. BARDELEBEN K. — *Lehrbuch der systematischen Anatomie des Menschen* — Berlin, 1906.
6. BAYLE A. L. G. — *Manuel d'Anatomie descriptive*, Vol. I — Paris, 1833.
7. BEAUNIS H. e BOUCHARD A. — *Nuovi elementi d' Anatomia descrittiva e d' Embriologia* — Traduzione italiana — Milano, 1884.
8. BEAUREGARD H. — Vedi POUCHET.
9. BÉCLARD P. A. — *Mémoire sur l' ostéose* — Nouveau Journal de medicine, chirurgie, etc. — T. IV — Paris, 1819.
10. BERTELLI D. — *Ricerche sulla Anatomia del naso umano* — Archivio di Anatomia e di Embriologia — Firenze, 1910.
11. BICHAT X. — *Traité d' Anatomie descriptive*, Tome I — Paris, 1823.
12. BISCHOFF L. W. — *Entwicklungsgeschichte der Säugethiere und des Menschen* — Leipzig, 1842.
13. BOCK C. E. — *Handbuch der Anatomie des Menschen* — Erster Band — Leipzig, 1849.
14. BONNET R. — *Lehrbuch der Entwicklungsgeschichte* — Berlin, 1912.
15. BOUCHARD A. — Vedi BEAUNIS.
16. BOURGERY J. M. — *Traité complet de l' Anatomie de l' Homme*, Tome I — Paris, 1840.
17. BOYER A. — *Traité complet d' Anatomie*, Tome I — Paris, 1803.
18. BROMAN J. — *Normale und abnorme Entwicklung des Menschen* — Wiesbaden, 1911.
19. BUCHANAN A. M. — *Manual of Anatomy* — London, 1907.
20. CALDANI L. M. A. — *Institutiones Anatomicae*, Tomo I — Venetiis, 1791.

21. CALORI L. — *Su le anomalie dell' osso zigomatico ed in ispecie su due varietà di zigomatico bipartito* — Memorie della R. Accademia d. Scienze d. Bologna, 1892.

22. CHIARUGI G. — *Istituzioni di Anatomia dell' Uomo*, Volume I — Milano, 1904.

23. CIVALLERI A. — *Osservazioni sulle ossa nasali — Ricerche di morfologia comparata* — Ricerche fatte nel Laboratorio di Anatomia umana della Università di Roma e in altri laboratori biologici, Volume XI — Roma, 1905-06.

24. CLOQUET H. — *Traité d' Anatomie descriptive* — Bruxelles, 1834.

25. COLLE G. — *Sviluppo dell' osso nasale nell' uomo* — Nota — Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Anno accademico 1914-15.

26. CRUVEILHIER J. — *Traité d' Anatomie descriptive,* Tome I — Paris, 1877.

27. CUVIER G. — *Anatomie comparée* — T. II. — Paris, 1850-56.

28. DEBIERRE CH. — *Manuel d' Embryologie humaine et comparée* — Paris, 1886.

29. ID. — *Traité elementaire d' Anatomie de l'homme*, Tome I — Paris, 1890.

30. DURSY E. — *Atlas zur Entwicklungsgeschichte des Kopfes des Menschen und der höheren Wirbelthiere* — Tübingen, 1869.

31. DWIGHT T. — *Human Anatomy edited by* G. PERSIOL — Philadelphia, 1907.

32. EISLER P. — *Grundriss der Anatomie des Menschen* — Stuttgart, 1893.

33. FICK L. — *Physiologische Anatomie des Menschen* — Leipzig, 1845.

34. FRASSETTO F. — *Notes de craniologie comparée* — Annales des Sciences Naturelles — Paris, 1901.

35. ID. — *Sullo sviluppo delle ossa del cranio nell' uomo ed in altri primati* — Bologna, 1912.

36. FRÉDÉRIC J. — *Untersuschungen über die normale Obliteration der Schädelnähte* — Zeitschrift für Morphologie und Anthropologie — Band XII — Stuttgart, 1910.

37. FRETS G. P. — *Beiträge zur vergleichenden Anatomie und Ontogenie der Nase des Primaten:*
I. — Gegenbaurs Morphologisches Jahrbuch — 44 Band — Drittes Heft — Leipzig, 1912.
II. — ibid. — 45 Band — Viertes Heft — Leipzig, 1913.
III. — ibid. — 48 Band — Zweites Heft — Leipzig und Berlin, 1914.

38. GAUPP E. — *Die Entwickelung des Kopfskelettes* — in: HERTWIG O. — Handbuch der Vergleichenden und Experimentellen Entwicklungslehre der Wirbeltiere — Dritter Band — Zweiter Teil — Jena, 1906.

39. GEGENBAUR C. — *Lehrbuch der Anatomie des Menschen* — Erster Band — Leipzig, 1910.

40. GIUFFRIDA-RUGGERI V. — *Osso nasale bipartito, postfrontale e altri*

icormiani nello scheletro facciale — Monitore Zoologico Italiano — Firenze, 1901.

41. GOLLING J. — *Anthropologische Untersuchungen über das Nasenskelett des Menschen* — Zeitschrift für Morphologie und Anthropologie — Band XVII — Heft I — 1914.
42. HEITZMANN C. — *Die descriptive und topographische Anatomie des Menschen* — Erster Band — Wien, 1886.
43. HENLE J. — *Handbuch der systematischen Anatomie des Menschen* — Erster Band – Braunschweig, 1871.
44. HERTWIG O. — *Lehrbuch der Entwicklungsgeschichte des Menschen und der Wirbeltiere* — Iena, 1906.
45. HILDEBRANDT FR. und Weber H. — *Handbuch der Anatomie des Menschen* — Zweiter Band — Braunschweig, 1830.
46. HOLDEN L. — *Human Osteology* — London, 1857.
47. HOVORKA O. — *Die aeussere Nase — Eine anatomisch — anthropologische Studie* — Wien, 1893.
48. HUMPHRY G. M. — *A Treatise on the human Skeleton* — Cambridge, 1858.
49. HYRTL J. — *Lehrbuch der Anatomie des Menschen* — Wien, 1889.
50. KALLIUS E. — *Geruchsorgan (Organon olfactus) und Geschmacksorgan* — Handbuch der Anatomie des Menschen herausgegeben von Karl von Bardeleben — Jena, 1905.
51. KÖLLIKER A. — *Grundriss der Entwicklungsgeschichte des Menschen und der höheren Thiere* — Leipzig, 1880.
52. KOLLMANN J — *Lehrbuch der Entwicklungsgeschichte des Menschen* — Jena, 1898.
53. KRAUSE W. — *Handbuch der Anatomie des Menschen* — Leipzig, 1899.
54. LANGER C. und TOLDT C. — *Lehrbuch der systematischen und topographischen Anatomie* — Wien und Leipzig, 1893.
55. LE DOUBLE A. F. — *Traité des variations des os de la face de l'homme* — Paris, 1906.
56. LIVINI F. — *Varietà delle ossa nasali* — Monit. Zoolog. Ital. — Firenze, 1898.
57. LUNDVALL H. — *Weiteres über Demonstration embryonaler Skelette* — Anatomischer Anzeiger — 27 Band — Jena, 1905.
58. LUSCHKA H. — *Die Anatomie des Menschen* — Dritter Band — Zweite Abtheilung — Tübingen, 1865.
59. MACALISTER A. — *A Text-Book of human Anatomy systematic and topographical* — London, 1889.
60. MANOUVRIER L. — *Mémoires sur les variations normales et les anomalies des os nasaux dans l' espèce humaine* — Bulletins de la Société d' Anthropologie de Paris, T. 4 — 1893.
61. MAYER C. — *Archiv für physiologische Heilkunde*, VIII Band, S. 235. — 1849.
62. MECKEL I. F. — *Handbuch der menschlichen Anatomie* — Zweiter Band — Halle, 1820.

63. Id. — *System der vergleichenden Anatomie*, Zweiter Theil — Zweite Abtheilnng — Halle, 1825.

64. MERKEL FR. — *Die Anatomie des Menschen* — Zweite Abteilung — Wiesbaden, 1913.

65. MEYER H. — *Lehrbuch der Anatomie des Menschen* — Leipzig, 1861.

66. MINOT C. — *Lehrbuch der Entwicklungsgeschichte des Menschen* — Deutsche Ausgabe von SÀNDOR KAESTNER — Leipzig, 1894.

67. NICOLAS A. — *Ossification* in: POIRIER P. CHARPY A. — Traité d'Anatomie humaine, Tome I — Paris, 1911.

68. PANSCH AD. — *Grundriss der Anatomie des Menschen* — Berlin, 1881.

69. PERNA G. — *Die Nasenbeine — Eine embryologische und vergleichend — anatomische Untersuchung* — Archiv für Anatomie und Physiologie — Anatomische Abteilung — 1906.

70. PERRONE P. — *Trattato elementare d'Anatomia speciale*, Volume I — Napoli, 1857.

71. PETER K. — *Atlas der Entwicklung der Nase und des Gaumens beim Menschen* — Jena, 1913.

72. POIRIER P. — *Traité d' Anatomie humaine*, Tome I — Paris, 1892.

73. POUCHET G. et BEAUREGARD H. — *Traité d' Ostéologie comparée* — Paris, 1889.

74. RAMBAUD A. et RENAULT CH. — *Origine et développement des os — Texte et Atlas* — Paris, 1864.

75. RAUBER A. — *Lehrbuch der Anatomie des Menschen* — Erster Band — Leipzig, 1897.

76. RENAULT CH. — Vedi RAMBAUD.

77. ROMITI G. — *Trattato di Anatomia dell' uomo*, Vol. I — Milano.

78. RUDEL F. — *Corso di Anatomia descrittiva*, Vol. I — Roma, 1866.

79. SABATIER M. — *Traité complet d' Anatomie ou description de toutes les parties du corps humain*, Tome I — Paris, 1777.

80. SAPPEY PH. — *Traité d' Anatomie descriptive* — Paris, 1889.

81. SCHULTZE O. — *Grundriss der Entwicklungsgeschichte des Menschen und der Säugethiere* — Leipzig, 1897.

82. SCHWEGEL — *Knochenvarietäten* — Zeitschrift für rationelle Medicin. herausgegeben von Henle J. und Pfeufer C. — Dritte Reihe — V Band — Leipzig und Heidelberg, 1859.

83. SENFF C. T. — *Nonnulla de incremento ossium embryonum in primis graviditatis mensibus* — Halae, 1801-04.

84. SOBOTTA I. — *Atlante di Anatomia descrittiva dell' Uomo* (Traduzione di C. Della Valle). Volume I — Roma, 1906.

85. SPALTEHOLZ W. — *Handatlas der Anatomie des Menschen* — Erster Band — Leipzig, 1913.

86. SPEE (Graf v.) F. — *Skeletlehre — Kof (Einteilung und Anfzählung der Knochen des Schädels* — Handbuch der Anatomie des Menschen, herausgegeben von K. von Bardeleben — Erster Band — Jena, 1896.

87. STAURENGHI C. — *Duplicità dei centri ossificativi dell' osso nasale nell' Ovis aries e Sus scrofa* — Atti del Congresso dei Naturalisti Italiani — Milano, 1907.
88. TESTUT L. — *Traité d' Anatomie humaine*, Tome I — Paris, 1899.
89. THANE G. D. — *Quain's Elements of Anatomy* — London, 1892.
90. TOLDT C. — Vedi LANGER.
91. VALENTI G. — *Trattato di Anatomia umana*, Volume I — Milano, 1912.
92. ID. — *Ossa soprannumerarie del naso* — Monit. Zoolog. Ital. — Firenze, 1891.
93. VAN DER HOEVEN I. — *Ueber Form Abweichungen und Varianten der Nasenbeine* — Zeitschrift für Wissenschaftliche Zoologie — Erster Band — Zweites Heft — Leipzig, 1861.
94. VESALII A. — *De humani corporis fabrica* — Venetiis, 1568.
95. VRAM U. G. — *Su d' un osso interstiziale naso-mascellare in un cranio umano* — Atti della Soc. Romana di Antropologia — Roma, 1899.
96. WINSLOW I. B. — *Exposition anatomique de la structure du corps humain* — Paris, 1732.
97. ZIMMERL U. — *Intorno ad un' anomalia delle ossa nasali in alcune specie di animali domestici* — Monit. Zoolog. Ital. — Firenze, 1901.
98. ZOJA R. — *Il Gabinetto di Anatomia normale della R. Università di Pavia — Osteologia* — Pavia, 1874.
99. ZUCKERKANDL E. — *Zur Anatomie und Entwicklungsgeschichte der Nase — Ethmoidalregion* — Wiener med. Jahrbucher, 1878.
100. ID. — *Normale und pathologische Anatomie der Nasenhöhle und ihrer pneumatischen Anhänge* — Erster Band — Wien, 1893.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 16 marzo 1918)

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1917-918 - Tomo LXXVII - Parte seconda.

Nuovi tipi di ponti metallici, di cemento armato, o di legno, seguendo un principio non ancora applicato.

Prof. LUIGI VITTORIO ROSSI, s. c.

(Adunanza ordinaria 28 ottobre 1917)

Il principio fondamentale sul quale si basano nuovi tipi di ponti metallici, di cemento armato, o di legno, è quello di far concorrere nella resistenza del ponte il peso dei suoi appoggi. Ciò si ottiene rendendo solidali le travature principali coi loro sostegni i quali consisteranno in cassoni di cemento armato riempiti di materiale pesante alla rinfusa (grosse ghiaie, pietrame, terra) che serva da zavorra, o di cassoni di legname parimenti zavorrati. Ch' io mi sappia, in nessuno dei ponti finora costruiti si è stabilmente utilizzato l' ingente peso degli appoggi per conferire all' opera maggiore resistenza e portata, e per facilitare il montaggio del ponte propriamente detto.

Sono bensì usati contrappesi in alcuni ponti mobili, siano issabili, girevoli, levatoi o rotolanti, per facilitare il movimento degli stessi mentre sono scarichi, od anche pel varamento di travate su più appoggi, ma non si è ancora usato il peso fisso delle spalle o delle pile nei ponti stabili, od in quelli provvisori e volanti, per accrescerne resistenza e portata.

Nei comuni ponti a travata si hanno travi su due o più appoggi semplici; coi nuovi tipi si avranno solidi incastrati agli estremi, od a punti intermedi, o solidi incastrati ad un estremo e liberamente poggiati all' altro. I tipi di ponti con mensoloni (cantilever) richiederanno un solo appoggio centrale, nel quale

sono incastrati. Essi potranno usarsi economicamente anche per piccole luci.

I ponti ad arco a cerniere, o quelli ad imposte fisse, potranno vantaggiosamente esssere sostituiti da arconi solidali con le spalle e posti a contrasto, e potranno perciò consentire come archi completamente incastrati notevoli spostamenti della linea delle pressioni con carichi dissimetrici o mobili.

Qualche cenno sull' applicazione del principio a ponti per costruzioni civili gioverà a precisare i vantaggi del sistema in alcuni casi più comuni.

Esempi:

Sostituendo al comune ponte a travate su due appoggi quello incastrato ai due estremi, secondo il nuovo principio si avrebbero i vantaggi seguenti:

1) A pari lunghezza di ponte e di peso della parte metallica si avrebbe resistenza maggiore (da 1,5 a 2 volte secondo la luce e l'uso, sia sotto carichi fissi come con quelli mobili. Questi ultimi determinerebbero vibrazioni ed oscillazioni assai minori.

2) A parità di resistenza, potendosi costruire più lunga la travata, si potranno eseguire gli scavi per le spalle in terreno più asciutto, o entro agli argini del corso d' acqua risparmiando nella spesa di paratie, palificate ed asciugamenti.

3) Il montaggio delle travate si eseguirà con minor spesa, potendosi risparmiare le armature di sostegno, procedendosi col montaggio delle varie parti in modo analogo a quanto si pratica nella scala sistema " Porta ", procedendo cioè colla erezione del ponte dagli estremi d'incastro verso la mezzeria delle travi, con successiva aggiunta di elementi a sbalzo.

4) Risparmio di apparecchi di oscillazione e di dilatazione agli appoggi. La cedevolezza del terreno entro al quale sono incastrate le spalle consentirà i piccoli allungamenti od accorciamenti termici delle membrature metalliche principali.

Se al comune tipo di travata continua su più appoggi, od interotta sugli stessi si sostituisce il sistema a doppie mensole equilibrate, si avrebbero i seguenti vantaggi:

1) Risparmio di due appoggi (economia assai notevole).

2) Evitato il taglio degli argini del fiume.

3) Campata centrale più larga per esigenze di piene d'acqua, o di navigazione.

4) Risparmio di apparecchi di dilatazione e di oscillazione agli appoggi.

5) Risparmio di armature nel montaggio (vedi preced. n.° 3.)

6) Maggior resistenza dell' opera ai carichi fissi e mobili.

7) Facilità di costruzione delle pile le quali potranno prestarsi alla fondazione col sistema dei cassoni (in cemento armato) ad aria compressa.

Di fronte ai vantaggi enumerati vi sarà in generale il maggior costo nella costruzione delle spalle a cassone in cemento armato in confronto con quella delle comuni spalle in muratura. La differenza non sarà quasi mai tale da non consentire una efficace concorrenza dei nuovi tipi sui vecchi.

Ovvie ragioni di opportunità non consentono di mostrare l' importante applicazione del principio anzidetto ai ponti volanti per uso militare nei quali l' impiego del ferro, o del legname, in strutture elementari permette soluzioni molto semplici del problema dell' attraversamento di corsi d' acqua anche larghissimi.

Per le stesse ragioni si omettono i disegni illustrativi degli esempi citati.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 17 marzo 1918)

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1917-918 - Tomo LXXVII - Parte seconda.

Considerazioni sopra un caso di maschio pseudo-ermafrodita esterno, e sulla indecenza, in tale circostanza, di una colpoplastica.

DEL PROF. DAVIDE GIORDANO, S. C.

(Memoria presentata alla Presidenza durante l'anno accademico 1917-18)

Dai genitori, contadini, mi venne accompagnata una persona, perchè la liberassi dall' incomodo di due ernie che l' affliggevano. Questa nostra figlia, che ha oggi 21 anni, dicevano essi, col ragionamento abituale a coloro che vogliono sempre dare una ragione violenta alle *rotture*, cadde dal lettino all' età di 1 anno e mezzo e le venne fuori un' ernia a sinistra; cadde da un albero, su cui si era arrampicata, all' età di 10 anni, e le venne fuori un' ernia a destra. Ora queste ernie si rendono dolorose dopo l' andar camminando un po' a lungo, o dopo un pasto un po' più copioso, come pure dopo sforzi, e nei lavori campestri.

Quella ragazza non portò mai cinto; ed il loro medico, consultato, ce la inviò per una cura radicale. Codesta paziente, con abito esterno femmineo, lunga capigliatura, mammelle appariscenti, non era mai stata mestruata: e domandava se, dopo operata, vedrebbe comparire le mestruazioni: onde ebbi a rispondere che nessuna relazione poteva esservi tra ernia ed amenorrea; nè stimolo alcuno nell' intervento, per provocare la comparsa di mestruazioni, la cui assenza non era giustificata da alcuna condizione di deperimento che fosse legato alla fastidiosa presenza delle ernie. E ciò tanto più che, osservando la malata, si vedevano comparire, se in piedi, due tumori nelle regioni inguinali,

che scomparivano, riducendosi, nella posizione supina. Ora, codesti tumori non apparivano già dovuti a discesa di intestino, ma, da ciascuna parte, allo scivolare di un corpo solido, sensibile al pigiamento, riducibile in cavità, di forma ovoide, liscio, e di resistenza tale da far pensare assai più, nel paragone, ad un *ovo*, che non ad un *ovaio*.

Codesto reperto, che in un maschio avrebbe imposto immediatamente per la presenza di un testicolo che tendeva liberarsi da una ectopia inguinale, mi imponeva quella riserva, cui accennai dianzi, sulla possibilità che avessero dopo l'operazione da comparire le mestruazioni. E poichè non per tale scopo l'operazione era richiesta, ma per togliere un disturbo ed una condizione dolorosa così da limitare il lavoro, rimandai al momento della operazione ogni ulteriore indagine, per non turbare inutilmente quella persona con un turbamento al quale forse la chirurgia non avrebbe tenuto poi in serbo un adeguato riparo: ossequente in questo al precetto antico: *Ars decentiam osculata est;* tradotto dal nostro Larghi nella sentenza, che " chirurgia non deve pudore offendere giammai ".

I genitori della malata affermavano avere essi altri sei figli, tutti maschi, vivi e sani; mentre altri cinque erano morti infanti.

Accolta la malata in Ospedale, quando era in narcosi per essere operata, si constatò che erano presenti la vulva, il clitoride, il meato uretrale, un imene perforato da un pertugio, oltre il quale una sonda penetrava per 25 millimetri: ma l'esame combinato retto-addominale non faceva sentire nel bacino nulla che potesse accennare a presenza di utero ed annessi.

Aperti i canali inguinali, si trova in ciascuno un corpo testiforme, come di testicolo sviluppato in proporzione all'età dell'individuo. Il dito introdotto per l'apertura del peritoneo nella pelvi non trova utero, neanche rudimentale. La persona che stavamo operando pertanto appariva non più donna, malgrado la larva di organi femminei supplementari inflitta dalla natura allo esterno di quel portatore degli organi che fanno il maschio: i testicoli. Trattavasi di un caso di *pseudoermafrodismo maschile esterno*, come, forse men chiaramente, si disse: poichè se sono maschili gli organi nascosti (accidentalmente qui affacciati nelle ernie) l'apparenza *esterna* è femminea; onde il Pozzi preferisce

dirli *androginoidi regolari*; come quelli che non sono ipospadici male interpretati, ma proprio uomini portatori di vulva e tratto di vagina (1).

Nel nostro paziente, preparati i due sacchi erniari, li asportai dopo aver ridotto nel ventre i due testicoli, non senza avere esciso da uno di essi, il sinistro, un piccolo cuneo di tessuto, per avere sulla sua natura un più sicuro controllo istologico. La piccola ferita della ghiandola fu chiusa con un punto di catgut, ed il tragitto dell' ernia fu abolito, colla classica triplice sutura, quale praticata dal Bassini nella donna o nell' uomo, quando il testicolo venga asportato oppure ridotto nel ventre.

Nè ignoro che taluno potrebbe incolpare la riduzione di celare, per un tempo almeno, il possibile sviluppo di uno di quei neoplasmi, che prediligono i testicoli ectopici. Senonchè, ritenendo questo ipotetico futuro pericolo assai men grave che non la certamente perniciosa influenza sull' organismo, della ablazione di due testicoli apparentemente normali, ho preferito conservarli, anche se inviandoli là ove pure natura nascose le ovaie.

Nel frammento asportato si trovarono tubuli seminiferi atrofici, ma con funzionalità spermatogenica evidente, quantunque molto limitata.

L' operato, credendo sempre essere donna, uscì guarito dopo undici giorni. I parenti furono informati dell' errore di sesso, errore che non pareva da correggere presso lo Stato Civile, considerando l' aspetto esterno di quell' androginoide, e le abitudini di lavoro, con cui era stato allevato. Abitudini casalinghe di tranquillo lavoro quotidiano, senza che, dicevano i parenti, alcuna inclinazione amorosa fosse venuta ad agitare quella uniforme monotonia. E ad essi, edotti delle condizioni incorreggibili imposte da natura a quel loro figlio, raccomandai che evitassero di assecondare, che si opponessero a qualsiasi velleità matrimoniale, che circostanze di opportunità sociale, ed ignoranza del suo stato, fossero state in avvenire per far nascere.

E qui ben so come qualche operatore, tra l' attonito e l' indignato, protesterebbe contro a quella mia affermazione, che la

(1) S. Pozzi, *Neuf cas personnels de pseudo-hermaphrodisme* (*Revue de Gyn. et de Chir. Abd.* 1 marzo 1911, p. 269).

natura avesse imposto condizioni incorreggibili ad impedire il matrimonio di quella persona, nella quale mi ridussi a fare una sì modesta operazione, mentre mi lasciai sfuggire un *bel caso*, di fare nubile quell'uomo. Chè si poteva, scavando oltre quella vulva messa là da burlesca natura, fabbricare una vagina, cioè un infundibulo più profondo, un tubo, sia conducendovi dei lembi cutanei presi dalle parti vicine, sia trapiantandovi la parte inferiore del retto, come fece Sneguireff, recando poi con un ano contro natura, male continente, precoccigeo sul moncone superiore di retto abbassato, una nuova infermità: sia ancora, con una operazione più complessa, spostando in avanti l'ampolla rettale resecata, per riunire poi il moncone colico a quello anale, come fece l'opoff (1); o sia anche fabbricando la vagina con un segmento preso dalla sola porzione anteriore del retto, risuturato poi con diminuzione di calibro, come fece Amann. Poichè taluni, fabbricando una vagina mossi dall'unica considerazione che essa in quel tal soggetto, qualunque esso sia, mancava, affermano che tale operazione ha pur'anco uno *scopo psichico*, altri poterono trovare non desiderabile, per ragioni su cui non occorre insistere, l'adoperare il retto a tale scopo. E fu trovata più elegante l'operazione di Baldwin e di Mori, i quali aprono il ventre, resecano un'ansa di tenue, la continuità del quale viene ricostituita riunendone i capi rimasti beanti, mentre l'ansa, attaccata sempre al suo mesentere, viene trascinata in basso a foderare un canale cruento scavato nel sito destinato alla vagina (2).

Ora, a quell'operatore, che mi rimprovera di non aver utilizzato il *bel caso* per aggiungere una vagina di più a quelle artificiali plasmate, illustrate, divulgate in questi ultimi anni, rispondo che ritengo codesta operazione utile e talora necessaria *nella donna*, alla quale si possa così togliere una imperfezione, e

---

(1) Popoff, *Creazione di vagina artificiale a mezzo del retto* in *Journal de Chirurgie* 1911 T. VI p. 128.

(2) Un indice bibliografico di codeste operazioni, di colpopoiesi, si trova in Pozzi *De la création d'une cavité vaginale dans les cas d'absence congénitale* (in *Revue de Gynec. et de Chir. Abd.*, 1 agosto 1911) ed in Raymond Grégoire *Tecniques opératoires pour la création d'un vagin artificiel* (in *Archives Générales de Chirurgie*, 1912, p. 1408).

talora una condizione veramente morbosa e pericolosa; ma che la ritengo contro natura e perciò contro scienza, se applicata ad un uomo. Contro scienza, e perciò contro morale. Al qual proposito non ignoro, anzi ricordo, come nel 1912 la *Revue Française* avesse aperto una inchiesta per sentire se la letteratura potesse tendere a diventare onesta e morale, conciliando e rispettando ad un tempo le esigenze dell' arte, le tendenze tradizionali della razza, ed un contegno morale impeccabili. Al che Romain Rolland — già fin d' allora estollentesi *al disopra della mischia!* — rispondeva: " Moralità, amoralità, immoralità, sono tutte parole senza senso „ ..; ed un giornale che s' intitola dal padre della medicina, l' *Aesculape* (1) trovava giudiziosa tale risposta, vicino alla quale poneva quella di R. de Gourmont: " Le quistioni di morale, inutili in ogni occasione, sono poi specialmente estranee all' arte „. Ed all' arte chirurgica in particolare, e proprio in codesta sua esercitazione di plastica vaginale in special modo, se dovessimo prestar credenza al Grégoire, il quale, in quello stesso anno 1912 (2) dice che " la legittimità della formazione di una vagina artificiale parrebbe oggi così evidente che non si penserebbe a discuterla " se il Bolle, allievo di von Herff, non avesse avuto la melanconica idea di risollevarla, in una tesi stampata a Basilea nel 1909. Ed al quesito, se " in nome della morale „ si possa condannare la formazione di una vagina in un essere che ha sola la vulva, senza altri organi genitali femminei, risponde parergli " tali argomentazioni, oggi, più che contestabili, sorprendenti, e che tali discussioni proprie di età superata, sono da tralasciare „.

Io le credo così poco da tralasciare, che proprio in omaggio alle medesime ho creduto mettesse conto lo intrattenerne questo *Istituto*, in conspetto del vicino monumento del Tommaseo il quale in qualche suo scritto diceva, da certe " osservazioncelle morali non aver saputo astenersi, perchè vorrebbe di morali considerazioni veder fecondo ogni tema „. E questo tema appunto, della fabbrica di una vagina in taluni pseudoermafroditi, porta in sè una pregiudiziale morale siffatta, che coloro che ne scrissero, o

(1) N. di giugno 1912, p. VII.
(2) Loco cit.

se ne occuparono, o sentirono per lo meno il bisogno di scartarla dichiarandola insussistente. Alcuni, è vero, non parvero preoccuparsi se non dell'azione, del pericolo chirurgico, per esempio il Juvara [1], il quale ammette che l'ileocolpoplastica appare di una certa gravità, per concludere tuttavia che se a " quella interessante operazione, in apparenza almeno, sta contro una maggior gravità, in realtà tale gravità è minima, se il delicato intervento venga praticato da chirurghi abituati alle operazioni sull' intestino ".

Il Pozzi [2] osserva che i pseudoermafroditi " avendo le ghiandole genitali poco sviluppate devono aver deboli i riflessi genitali ", onde fisiologicamente essi dovrebbero comportarsi come individui del tutto o quasi senza sesso: e se alle volte la cosa pare andare diversamente, molto se ne deve all' ambiente, alla educazione (diciam pure educazione sconsigliata o cattiva), alla suggestione. Onde essi si creano una curiosità, un eccitamento sentimentale o cerebrale, che simula, mentisce i riflessi istintivi languidi od assenti.

Perciò appunto, come dissi, ho creduto bene di avvisare i parenti del nostro androginoide perchè cercassero di evitare suggestioni atte ad innestargli un' appetito moralmente pervertito.

Dello stesso parere si dimostrano Tuffier e Lapointe [3] quando affermano che il chirurgo " scoprendo per caso che un paziente ignora, sbagliando, il proprio sesso, deve mantenere un discreto silenzio verso codesti ermafroditi inconsapevoli, i quali non hanno alcun interesse a modificare il loro genere di vita ed a reclamare una correzione di stato civile ".

Lo Allmann non si imponeva uguale riserbo in un caso, nel quale, presumendo la esistenza di pseudo-ermafrodismo maschile in un ernioso, asportò un testicolo, doloroso per torsione del funicolo, che produceva stasi, e, riconosciuta anche microscopica-

---

(1) E. Juvara, *De la création d' un vagin dans le cas d' absence congénitale* (*Revue de Gyn. et de Chir. Abd.* 1 maggio 1912).

(2) Loco cit.

(3) Tuffier et Lapointe, *L' hermaphrodisme, ses variétés et ses conséquences pour la pratique médicale* (*Revue de Gyn. et de Chir. Abd.*, 1 mars 1911).

mente la natura dell' organo, ne informò colui, che ne aveva orbato. Ma costui, quantunque sentisse una certa " repulsione *misantropica* „ (evidentemente sarebbe più corretto dire *misandria*, *od androfobia !*) rispo e che preferiva continuare a vivere quale donna, per non far dispiacere alla mamma che l' aveva allevata per tale (1) ! Pare però, dal contesto, che intendesse vivere quale essere asessuato, mantenendo le abitudini esterne donnesche. La cosa è ben diversa quando un simile individuo domandasse alla chirurgia di esagerare l' inganno di natura colla fabbricazione di una vagina, che non può metter fondo davanti alla bocca di un utero poichè questo quando manca non si fabbrica. Tuttavia, dice in altra pubblicazione il Pozzi (2), anche davanti alla impossibilità di funzione uterina sonvi " operazioni *di compiacenza.* E come il Le Fort giustamente mostrò, sonvi circostanze nelle quali gli inconvenienti dell' assenza di vagina sono tali, che quella operazione di compiacenza può diventare di necessità „. Il Le Fort effettivamente, nel *Manuale di Medicina Operatoria del Malgaigne* (3) emette tale sentenza là ove parla della formazione di un " infundibulo copulatorio „ : ma, ad esser precisi, non *mostra* la giustezza di tale sentenza ; cita un caso del Richet riuscito bene perchè " l' operata, sapendo che non aveva utero e non correva pericolo di diventar madre, s' era fatta femmina pubblica „ ; e tale compiacenza potrebbe appena passare se la funzione assunta da colei avesse in sua vece conservato un' altra donna ai doveri della maternità !

Infatti il Le Fort, terminando il capitolo della *assenza della vagina* dice che " il ripristinare un tale organo ha grande importanza fisica e morale, specialmente perchè le punture fatte per vuotare l' ematometra presto si obliterano, facendo ricomparire gli accidenti dovuti alla ritenzione „.

Ma quando questa ritenzione non esiste, per il semplice fatto che manca l' utero ed i suoi annessi, anche il Pozzi (4) pone il

---

(1) ALLMANN, *Pseudohermaphroditismus masculinus externus (Zblt f. Gyn.* 1914 N. 3).

(2) POZZI, *De la création d' une cavité vaginale etc.* (*Revue de Gyn.* 1 ag. 1911).

(3) Vol. II p. 666.

(4) L. c. *Revue de Gyn.* 1 agosto 1911 p, 115.

quesito “ quale sia allora l' indicazione della creazione di una vagina artificiale „. E risponde tale indicazione “ procedere unicamente dal desiderio della malata, desiderio che egli trova assolutamente normale e la cui legittimità dal punto di vista legale e perfino religioso si trova benissimo stabilita nella tesi di Baudry „. Davanti a sì sicura affermazione potremmo obiettare le parole del venerabile Alberto: “ *Quid mihi de Theologia, cum physice loquor?* „ per lo meno vogliamo limitarci ad esporre il dubbio, se anche dal lato *sociale*, eugenetico, codesta, stavo per dire, mistificazione chirurgica, sia ugualmente legittima. A questo punto si insinua, nella penna del Pozzi “ una obiezione sola, assai curiosa, da fare a proposito di codeste indicazioni operatorie „. Ed è che poichè tra quegli esseri senza vagina nè utero vi saranno certamente degli ermafroditi misconosciuti “ diventa pure delicato il problema, se si abbia da scavare una vagina in individui realmente maschi per le ghiandole genitali, se anche di carattere ed abito esterno femminei „. Nè parmi soluzione perentoria e soddisfacente lo aggiungere che “ per lo più il problema non ha codesto rigore, e che anche se il clinico è in dubbio circa il sesso effettivo, mancando ancora il controllo operatorio egli non conosce la vera natura della ghiandola genitale „.

Ignoranza più comoda che felice, se pensiamo che altrove [1] quando durante l' operazione di un' ernia in individuo senza vagina ci si accorge della presenza di un testicolo, egli consiglia di ridurlo, per non correre il pericolo di fare, asportandolo, scoppiare disturbi nervosi o psichici non eccezionali in simili contingenze.

Avvenne infatti che taluni, credendo giustificare la loro decisione di regalare una vagina ad un pseudo-ermafrodita, ritennero lecito trafugargli in compenso i testicoli. È così facile impresa, una castrazione!

Tuffier e Lapointe [2], ragionando su tali “ operazioni paradossali „, giustamente, a mio credere, notano che “ tali operazioni di compiacenza, per non dire di *complicità*, non vanno sempre senza inconvenienti per l' operato, e neppure per l' ope-

(1) L. cit. in *Rec. de Gyn.*, 1 marzo 1911 p 311.
(2) L. cit. p. 265.

ratore. Non è lecita la pretesa che i testicoli degli ermafroditi non abbiano valore funzionale. Anche fatta astrazione dalla secrezione interna, il cui valore non è trascurabile, il microscopio ha talora constatato l' attività della spermatogenesi. in testicoli tolti ad ermafroditi mascolini per farne degli eunuchi... La responsabilità dell' operatore non muore pel fatto che l' operato abbia egli stesso desiderato, reclamato l' operazione. *Bisogna astenersi rigorosamente da qualsiasi operazione diretta in senso inverso al sesso reale* „.

Simile ragionamento, rispettoso del valore intrinseco e di relazione dei testicoli era insegnato in Italia assai prima che fosse inventata la parola “ *endocrinologia* „, sotto la cui protezione alcuni si ingegnano porli oggi. Bernardino Genga, nella sua *Anatomia Chirurgica* (1) ammoniva che quando “ li testicoli si ritrovano in buon stato vengono a communicare e somministrare una sostanza salubre e vivifica a tutto il Corpo „.

Ora il credere lecita la soppressione dei testicoli, perchè facile, e la formazione di una vagina col trapianto di un' ansa di tenue, perchè elegante, non diventa affatto, come vorrebbe credere il Grégoire (2), cosa legittima oggi perchè abbiamo superato tempi remoti nei quali, dice egli, erano consentite sì oziose discussioni. Bisognerebbe invece proprio risalire a quei tempi tenebrosi e cavillosi, per mendicare una qualche scusa a tale operazione paradossale. Ed il Grégoire potrebbe trovarla in un libriccino stampato dal Varisco in Venezia nel 1569, nel quale Marco Antonio Zamara da Otranto dedica una raccolta di simili problemi a Giovanni Castriota, duca di Ferrandina, ove espone questi delicati ragionamenti, ne' riguardi della donna: “ Foemella est vir occasione natus, et monstrum in natura, ut patet in libro de Animalibus... Debet considerari in quo membro sit potens in actu Venereo, et si secundum actum muliebrem, tunc est mulier.... Mulier occasione producta est, ergo, est monstrum „ (3).

Ragionando con quella gentile e singolare filosofia, potrebbe parer lecito il fare di un “ vir occasione natus „ un mostro, se

(1) In Bologna, 1687, p. 278.
(2) Loc. cit.
(3) pag. 71, v. 72, 74.

non *potens*, per lo meno " *patiens*, in actu Venereo ": ma, al paragone, parmi più umana ed elevata la filosofia di un romanziere moderno, il Zola, là ove rimprovera a certi castratori: " Voi fate dei mostri; ed i mostri sono la negazione di ogni salute, di ogni felicità ".

Così non la pensava il Magnan, citato dal Pozzi (1), il quale si indugia nel descrivere il " radioso orizzonte " matrimoniale tra una donna evidente ed un' altra donna, che era una pseudo-ermafrodita femmina. Matrimonio psichico, dice il chirurgo parigino: matrimonio lesbico, riflettiamo con meno entusiasmo. Ed anche Tuffier e Lapointe (2) svolgendo " considerazioni di ordine sociale, filosofico e giuridico che esulano dal campo strettamente chirurgico, ma sono pure di importanza capitale ", stupiscono che " il legislatore francese non abbia pensato a provvedere alla conseguenza mostruosa della impossibilità di sciogliere legalmente un matrimonio contratto per errore tra un individuo normale ed un ermafrodita di sesso uguale ".

Certamente il chirurgo, chiamato a prestare il consiglio e l' opera sua in tali circostanze, quando i due sono ignari del ripugnante errore, potrà trovarsi alle volte perplesso ed inquieto se debba rinchiudere nella propria coscienza il segreto e mutilare, sconciare un corpo, piuttosto che conturbare due anime.

A ciò non mi sentirei di consigliarlo, ma neanche vorrei condannarlo. Ma non arriverei a consentire nel ragionare che, a proposito di codesta " ortopedia speciale " fa lo Abadie (3), quando dice che egli " stima dover ignorare se una donna è sposata o meno, quale sia il suo stato civile, quale il suo modo di considerare la propria vita ed i doveri. A legittimare il nostro intervento, basta la domanda dell' interessato ". D' altra parte Gayet e Jalifier (4) ammettono che " ogni caso di ermafrodismo pone davanti alla coscienza del chirurgo osservatore un problema

(1) *Revue de Gyn.* 1 marzo 1911 p. 277.

(2) L. c. p. 263.

(3) J. Abadie, *Nouveau cas de vagin artificiel par transplantation intestinale* (*Rev. de Gyn.* 1 genn. 1911).

(4) Gayet et Jalifier, *Pseudo-hermaphrodisme male externe. Orchite suppurée simulant l' appendicite* (*Revue de Gyn.* 1 dic. 1910).

speciale da risolvere, tenendo conto degli interessi multipli messi in gioco.

Fortunatamente (dicono) i progressi della chirurgia permettono oggi di unire ad una rivelazione dolorosa un palliativo apprezzabile, ritoccando più o meno perfettamente l'opera incompleta della natura; ed il chirurgo potrà spesso non solo comunicare al malato la diagnosi del suo vero sesso, ma anche farlo fruire, in tutto od in parte, degli attributi di esso „.

Ma il contrario non avvenga! e se natura inibì il sesso sotto una larva inversa, non osi l'operatore trasformare la impotenza in mostruosità, col prendere un uomo incompleto, e facendolo, o meno, eunuco, scavargli un buco nel perineo, per vaneggiare: Ecco, ho fatto una donna!

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 30 Marzo 1918)

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1917-918 - Tomo LXXVII - Parte seconda.

DI UN NUOVO ACAROCECIDIO DELL' ALLORO

prof. MASSALONGO C., s. c.

(Memoria presentata alla Presidenza durante l'anno accademico 1917-18)

Durante il mio soggiorno a Roma nello scorso gennaio e precisamente addì 25 di detto mese, mi sono recato, assieme al mio amico ing. Gio. Batta Biadego ed alla signorina professoressa M. Barosso, a visitare il Monte Palatino per ammirare le imponenti rovine del Palazzo dei Cesari ivi esistenti. In questo luogo vegetano quà e là non poche piante di alloro (*Laurus nobilis* L.), le quali, a qnell' epoca, portavano infiorescenze (fig. 1, *b*) che trovavansi però ancora nei primordi del loro sviluppo. Fra queste giovani ma normali infiorescenze, scorgevansi, all'ascella di talune foglie, delle insolite agglomerazioni (fig. 1, *a*) di numerose gemme o bottoni, portati da un complesso più o meno compatto di ramoscelli. Queste produzioni anormali, che attrassero la mia attenzione, potevano raggiungere ed anche sorpassare la grossezza di un pugno, ragion per la quale spiccavano fra i rami della pianta. Diligentemente esaminate ho potuto constatare che derivavano dalla completa sostituzione dei fiori con minuti e numerosi fillomi o brattee, disposte predominantemente a mo' di gemme (fig. 2), in concomitanza a policladia (cladomania), vale a dire allo straordinario sviluppo di rametti, per lo più ascellari, proliferanti ripetutamente a brevi intervalli.

Va notato che gli anzidetti fillomi bratteiformi, d' ordinario si presentavano inspissiti e perciò un poco carnosi, nonchè in diverso grado papillosi o verrucosi alla superficie; tutti questi organi appendicolari poi erano quasi sempre anormalmente un poco pubescenti. Quantunque di rado, nell' interno delle surriferite

gemme riscontrai qualche rudimento di stame (fig. 3), reperto, quest' ultimo, che varrebbe a dimostrare che infatti le alterazioni in parola devono la loro origine a degenerazione di un' infiorescenza.

Intorno alla natura o genesi parassitaria delle deformazioni di cui sopra, non verte verun dubbio, avendovi constatata la presenza costante di uova, larve ed individui quasi completamente evoluti di un fitottide; ciò che dimostra trattarsi adunque di un interessante e nuovo acarocecidio.

Sopra questa specie di pianta, fin dai tempi del sommo Malpighi, si conosce un altra milbogalla che interessa del pari le infiorescenze, deturpandone i fiori, che è dovuta all' impulso del *Phytoptus* (*Eriophyes*) *Malpighianus* Can. et Massal. C. Questa milbogalla (o cecidio) è caratterizzata però da ipertrofia dei fiori (fig. 4), i quali presentano inoltre i tepali del perigomo, ma specialmente i filamenti degli stami (fig. 5-6), nonchè il pistillo affetti da erinosi, essendo questi organi del fiore, rivestiti da abbondanti ed anormali tricomi, (fig. 7). color di ruggine (del tipo dei *Phyllerium*) Sopra questa galla, segnalata per la prima volta dal Malpighi, non si manifestano però fenomeni che possano attribuirsi ad insolita cladomania, i quali invece sono spiccatissimi, come vedemmo, nella galla sopradescritta.

Ora dopo avere rilevate le notevoli differenze morfologiche fra i surriferiti due acarocecidii che deturpano le infiorescenze dell' alloro, è da aspettarsi, che specificamente diversifichino ancora i loro rispettivi cecidiozoi, come si verifica in altri casi simili. Si dovrà adunque nel caso nostro constatare se l' acaro che produce la galla da me scoperta al Monte Palatino, sia infatti specie distinta dal *Phytoptus Malpighianus*. A tale riguardo mi propongo di fare ulteriori indagini, quando cioè sarà a mia disposizione materiale più adatto ed abbondante.

In questo luogo relativamente alla genesi della galla, oggetto del presente articolo, non può sfuggire, che l' infezione operatasi dal parassita si effettuava in una fase evolutiva delle infiorescenze affatto iniziale, molto prima cioè che in esse fosse avvenuto il differenziamento dei fiori e sue parti. In tali condizioni è ovvio l' ammettere che il parassita in questione, abbia esercitata la sua azione, metamorfosando uniformemente in

fillomi bratteiformi, i giovanissimi argani appendicolari che da dette infiorescenze andavano a svilupparsi, deviandoli *ab origine*

Fig. 1, ramoscello di alloro portante nelle ascelle delle foglie in *a* il nuovo acarocecidio prodotto da *Phytoptus* (*Eriophyes*) sp., ed in *b* le giovani gemme delle infiorescenze, metà circa della grandezza nat.; — fig. 2, parte del cecidio in grand. nat.; — fig. 3, due stami trovati fra le squame bratteiformi dello stesso, ingr. $^{5}/_{1}$.

Fig. 4, frammento di altro ramoscello coi fiori ipertrofizzati, e deturpati, costituenti il cecidio prodotto dal *Phytoptus Malpighianus*, circa $^{1}/_{2}$ grand. nat.; — fig. 5, fiore staminifero infetto in sezione mediana verticale, ingr. $^{3}/_{1}$; — fig. 6, stami dello stesso fiore, isolati per mostrare il loro filamento affetto da erinosi, ingr. $^{5}/_{1}$; — fig. 7, superficie di detto filamento, ingr. $^{60}/_{1}$.

dalla loro normale evoluzione. Per contrario a proposito della galla provocata dal *Phytoptus Malpighianus*, l' infezione dell' infiorescenza deve essere avvenuta allorchè i primordi degli organi del fiore, sebbene fossero ancora nella fase meristematica, avevano però raggiunto un certo grado di sviluppo, vale a dire in un epoca durante la quale la loro differenzazione si era gia effettuata. Perciò gli anzidetti organi anche dopo essere stati influenzati dal parassita, conservavano ancora traccie più o meno manifeste del loro carattere morfologico.

In altre parole e concludendo, sembra ammissibile che le differenze notate fra le due milbogalle in discussioae, oltrechè dalla diversità specifica (come sembra) dei rispettivi cecidiozoi, e del loro stimolo cecidiogeno, si debba forse attribuire in parte almeno, ancora al diverso stadio o fase evolutiva nella quale trovavansi le infiorescenze al momento della loro infezione.

Prima di finire questo articolo ed a complemento del suesposto, aggiungerò, che sull' alloro venne di recente dal Geisenheyner (Conf. *Houard, Zoocécid. Pl. Europ. et Bassin Méditerr.* vol. III, p. 1341, n. 6666) descritto un terzo acarocecidio, rappresentato da gibbosità, di circa 1 mill. di diametro, esistenti sulla pagina superiore delle foglie, negli angoli delle nervature, alle quali gibbosità, sul rovescio del lembo fogliare, corrisponde una depressione tappezzata da peli; come sembra questa galla differirebbe perciò poco dagli acarodomazi che incontransi qua e là normalmente sulle foglie di questa stessa specie di pianta.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 18 aprile 1918)

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1917-918 - Tomo LXXVII - Parte seconda.

RIGATE SVILUPPABILI CON ASSEGNATO CONO DIRETTORE O CON ASSEGNATA DIRETTRICE

C. BURALI-FORTI

(presentata dal prof. T. Levi-Civita, s. c., nel maggio 1918)

Non trovo fatta la ricerca di *tutte* le *rigate* sviluppabili aventi a *comune*, o un assegnato *cono direttore*, oppure una assegnata *direttrice* e credo quindi non inutile trattare le questioni che si presentano nei due problemi. La maggior parte di queste questioni richiedono il sussidio analitico, ma tutte si trattano assai facilmente con i metodi vettoriali (1).

Siano P un *punto*, **u** un *vettore* funzioni della variabile numerica t ed O un punto fisso. La retta P**u** descrive, col variare

(1) Con gli ordinari metodi analitici alcune di esse richiedono la considerazione, in ogni punto di una linea, di ben *diciassette* numeri e l'uso delle *nove* formule cartesiane di Frenet; è forse per questo che le questioni indicate non sono ancora state trattate.

Dovrò citare i lavori seguenti.

C. Burali-Forti et R. Marcolongo. — *(a) Éléments de calcul vectorielle* (A. Hermann, Paris, 1910).

G. Burali-Forti. — *(b) Geometria analitico proiettiva* (G. B. Petrini, Torino, 1912). — *(c) Linee in ogni cui punto è assegnato una direzione invariabilmente collegata al triedro principale* (Atti Accademia Torino, vol. LIII, 1918). — *(d) Equivalenti omografiche delle formule di Frenet* (Idem. vol. LII, 1917).

G. Darboux. — *(e) Leçons sur les systèmes orthogonaux et les coordonnes curvilignes* (Gauthier-Villars, Paris, 1910).

L. Bianchi. — *(f) Lezioni di Geometria differenziale* (E. Spoerri, Pisa, 2a ediz., vol. I).

di t, una *superficie rigata* della quale la linea P è una *direttrice* e il cono descritto da O**u** è un *cono direttore.*

È noto [cfr. ([b]) p. 142] che la rigata P**u** è *sviluppabile* solamente quando

$$(1) \qquad P' \times \mathbf{u} \wedge \mathbf{u}' = 0$$

ove con gli apici si indichino, come faremo in generale, le derivate rispetto a t.

I due problemi che abbiamo indicati si riducono a questi. *Dato il vettore* **u**, *risolvere la* (1) *rispetto a* P, *cioè individuare tutte le possibili direttrici. Data la linea* P, *risolvere la* (1) *rispetto ad* **u**, *cioè individuare tutti i possibili coni direttori.* In ciò che segue risolveremo i due problemi in generale.

Rigate sviluppabili con assegnato cono direttore.

Si suppone dato **u**, non nullo, funzione di t.

Il cono direttore, O**u**, si riduce ad una *retta* solamente quando **u** ha direzione fissa, cioè quando [cfr. ([1]), pag. 64] $\mathbf{u} \wedge \mathbf{u}' = 0$ per ogni t. In tal caso le rigate sono *cilindri* e la direttrice P può esser fissata del tutto ad arbitrio.

E poichè il caso $\mathbf{u} \wedge \mathbf{u}' = 0$, per ogni t, è ovvio, supporremo, in ciò che segue, $\mathbf{u} \wedge \mathbf{u}' \neq 0$, per ogni t, non occupandoci di quelle generatrici singolari per le quali, e per valori particolari di t, si ha $\mathbf{u} \wedge \mathbf{u}' = 0$.

Ci sarà utile, in alcune questioni, considerare un vettore unitario parallelo ad **u**; porremo

$$(2) \qquad \mathbf{t}_0 = \mathbf{u} \,/\, \mathrm{mod}\, \mathbf{u}, \quad m = \mathrm{mod}\, \mathbf{u}, \quad \text{quindi} \quad \mathbf{u} = m\, \mathbf{t}_0$$

Insieme al vettore $\mathbf{t}_0$ ci conviene pure considerare la linea descritta dal punto P_0 definito dalla equazione differenziale

$$(3) \qquad P'_0 = \mathbf{t}_0 \,,$$

linea completamente determinata [$P_0 = A + \int_0 \mathbf{t}_0\, dt$ con A punto fisso arbitrario], a meno della posizione, della quale t è l'*arco* e della quale possimo considerare i soliti elementi $\mathbf{n}_0$, $\mathbf{b}_0$, ρ_0, τ_0

[cfr. (″) (‴)] e le formule vettoriali di Frenet senza bisogno di dare ulteriori spiegazioni.

1. — È ben noto [cfr. (‴)] che i piani tangenti alla rigata e al cono direttore lungo le generatrici corrispondenti (per uno stesso valore di t) $P\mathbf{u}$, $O\mathbf{u}$ sono paralleli ed entrambi normali al vettore $\mathbf{u} \wedge \mathbf{u}'$ che, per ipotesi, non è nullo. Allora la determinazione geometrica di tutte le rigate aventi un dato cono direttore può farsi, almeno a parole, molto semplicemente così: *ogni rigata è l' inviluppo di un sistema* ∞^1 *di piani paralleli ai piani tangenti al cono direttore, le cui distanze da questi si stabiliscono con legge arbitraria.* Ma la qeustione è risolta geometricamente più a parole che di fatto, perchè la legge con la quale devono variare le considerate distanze deve, in generale, esser tradotta in legge *analitica;* e se è legge *grafica* rimane l' impossibilità di costruire il sistema completo (continuo, infinito) delle generatrici della rigata altro che per approssimazione.

La risoluzione analitico - geometrica (vettoriale) è semplice. Sia p, funzione di t, la distanza del piano del sistema dal piano tangente al cono lungo la generatrice $O\mathbf{u}$, ovvero $O\mathbf{t}_0$. Per il punto P_1 dello spigolo di regresso si avrà

$$(\alpha) \qquad P_1 = O + p\mathbf{b}_0 + x\mathbf{t}_0 + y\mathbf{n}_0$$

con x, y funzioni tali di t che $P'_1 \wedge \mathbf{t}_0 = 0$. Ora derivando con le formule vettoriali di Frenet si ha subito

$$P'_1 = (x' - y/\rho_0)\,\mathbf{t}_0 + (y' + p/\tau_0 + x/\rho_0)\,\mathbf{n}_0 + (p' - y/\tau_0)\,\mathbf{b}_0\,;$$

i coefficienti di $\mathbf{n}_0$, $\mathbf{b}_0$ devono esser nulli e quindi

$$y = p'\tau_0\,, \quad x = -\rho_0 \left\{ p/\tau_0 + (p'\tau_0)' \right\}\,.$$

Sostituendo nella (α), il punto P_1 è determinato, *senza quadrature*, mediante la funzione p che esprime la legge di variazione dei piani del sistema.

2. — Che l' individuare tutte le sviluppabili, aventi il dato cono direttore $O\mathbf{u}$, con la legge espressa da p sia artificioso e quindi poco opportuno, risulta osservando che delle sviluppabili

in questione possono ottenersene subito, sia pure con una quadratura, gli *spigoli di regresso.*

Intanto la linea P_0 definita dalla (3) è lo *spigolo di regresso* di una delle rigate [cfr. (*), n. 1]. Volendo lo spigolo di regresso P_1 di una qualunque delle altre basta, evidentemente, definire P_1 mediante l'uquazione differenziale

$$(3') \qquad P'_1 = q\,\mathbf{t}_0 \quad (\text{o, se si vuole, } P'_1 = q\,\mathbf{u})$$

con q funzione arbitraria di t, avendosi subito P_1 con una quadratura.

La funzione p considerata nel n. 1 è ora determinata; per essa si ha $p = (P_1 - O) \times \mathbf{b}_0$ poichè è la distanza del punto P_1 dal piano tangente al cono direttore lungo $O\mathbf{t}_0$, piano che è normale a $\mathbf{b}_0$ [cfr. (*), n. 1].

Si osservi che per gli elementi s_1, ρ_1, τ_1, $\mathbf{t}_1$, $\mathbf{n}_1$, $\mathbf{b}_1$ della linea P_1 si ha, essendo ε il segno si q, [cfr. (*), n. 4] $ds_1 = \varepsilon q dt$, $\rho_1 = \varepsilon q \rho_0$, $\tau_1 = \varepsilon q \tau_0$, $\mathbf{t}_1 = \varepsilon \mathbf{t}_0$, $\mathbf{n}_1 = \mathbf{n}_0$, $\mathbf{b}_1 = \varepsilon \mathbf{b}_0$ cioè, se si vuole, che ogni linea P_1 è una trasformata di Combescure della linea P_0.

Sono così ottenute, mediante il loro spigolo di regresso, *tutte* le rigate sviluppabili aventi a comune il dato cono direttore.

3. — Individuiamo ora le rigate mediante una direttrice P. Essendo, per ipotesi, $\mathbf{u} \wedge \mathbf{u}' \neq 0$ la (1) esprime che P' e complanare con $\mathbf{u}$ e $\mathbf{u}'$, ovvero con $\mathbf{t}_0$ e $\mathbf{n}_0$, cioè che P' si esprime linearmente mediante questi due vettori. Si risolve dunque la (1) rispetto a P ponendo

$$(4) \qquad P' = l\,\mathbf{u} + k\,\mathbf{u}', \text{ ovvero } P' = r\,(\cos\varphi\,\mathbf{t}_0 + \cos\varphi\,\mathbf{n}_0)$$

essendo l, k, ovvero r, φ funzioni *arbitrarie* (numeri reali) di t. In particolare φ dà, in radianti, l'angolo che la generatrice $P\mathbf{u}$ fa con la tangente in P alla direttrice. È poi ovvio che dalle formule (4) si ha con una quadratura

$$(4') \qquad \begin{aligned} &P = A + \int_0^t (l\,\mathbf{u} + k\,\mathbf{u}')\,dt\,, \\ &\quad \text{ovvero, } P = A + \int_0^t r\,(\cos\varphi\,\mathbf{t}_0 + \operatorname{sen}\varphi\,\mathbf{n}_0)\,dt \end{aligned}$$

e le direttrici P sono determinate a meno della posizione.

La relazione tra le l, k, r, φ che dànno una stessa direttrice è espressa da

$$lm + km' = r \cos \varphi \,, \quad km = \rho_0 \, r \operatorname{sen} \varphi \tag{5}$$

poichè si ha dalla prima delle (4) e dalle (2)

$$P' = lm \, \mathbf{t}_0 + k \, (m \, \mathbf{t}_0') = lm \, \mathbf{t}_0 + km' \, \mathbf{t}_0 + (km/\rho_0) \, \mathbf{n}_0 \; .$$

Ovvero: osservando che [cfr. ($''$), p. 64]

$$m' = (\mathbf{u} \times \mathbf{u}')/m \,, \; \mathbf{t}'_0 = \{ (\mathbf{u} \wedge \mathbf{u}') \wedge \mathbf{u} \} / m^3 \,,$$
$$\operatorname{mod} \mathbf{t}'_0 = 1/\rho_0 = \operatorname{mod} (\mathbf{u} \wedge \mathbf{u}')/m^2$$

si può dare alle (5) la forma seguente non contenente esplicitamente ρ_0 ed m ma soltanto $\mathbf{u}$, l, k, r, φ

$$\begin{aligned} & l \, \mathbf{u}^2 + k \, \mathbf{u} \times \mathbf{u}' = r \operatorname{mod} \mathbf{u} \, . \cos \varphi \,, \\ & k \operatorname{mod} (\mathbf{u} \wedge \mathbf{u}') = r \operatorname{mod} \mathbf{u} \, . \operatorname{sen} \varphi \; . \end{aligned} \tag{5'}$$

Esaminiamo ora come si devono fissare le funzioni, in generale arbitrarie l, k, r, φ, per ottenere particolari direttrici.

a) *La linea* P *è spigolo di regresso solamente quando* $k = 0$, *ovvero* $\operatorname{sen} \varphi = 0$, poichè è solo in tal caso che (dalla (4)) $P' \wedge \mathbf{u} = k \, \mathbf{u}' \wedge \mathbf{u}$ è nullo.

b) *Se il cono direttore si riduce ad un piano normale ad un vettore costante* $\mathbf{a}$, *allora* l, k *sono arbitrarie, come* r, φ, *la linea* P *sta in un piano normale ad* $\mathbf{a}$ *e la rigata si riduce ad una parte di piano*, poichè essendo $\mathbf{u} \times \mathbf{a} = 0$ per ogni t si ha pure, derivando, $\mathbf{u}' \times \mathbf{a} = 0$ e quindi per la (4) $P' \times \mathbf{a} = 0$, formula che esprime [cfr. (^{b})] che la linea è piana ecc.

c) *Se il cono direttore non si riduce ad un piano, allora la direttrice* P *sta in un piano normale al vettore costante* $\mathbf{a}$, *dato, solamente quando*

$$l/k = - \mathbf{u}' \times \mathbf{a} / \mathbf{u} \times \mathbf{a} \,, \; \textit{ovvero} \; \operatorname{ctg} \varphi = - \mathbf{n}_0 \times \mathbf{a} / \mathbf{t}_0 \times \mathbf{a} \tag{6}$$

con r *arbitrio*, poichè dovendo essere $P' \times \mathbf{a} = 0$ le (4) dànno appunto le (6).

d) *Se il cono direttore è di rotazione con l' asse parallelo al vettore unitario costante* **a**, *allora la direttrice* P *stà in un piano normale ad* **a** *solamente quando*

$$(7) \qquad l/k = -\mathbf{u}\times\mathbf{u}'/\mathbf{u}^2\,,\ \textit{ovvero},\ \cos\varphi = 0$$

con r *arbitrario e in tal caso la linea* P *è traiettoria ortogonale delle generatrici.*

Invero. Nelle ipotesi fatte $(\mathbf{u}/\mathrm{mod}\,\mathbf{u})\times\mathbf{a} = \text{cost.}$, ovvero $\mathbf{t}_0\times\mathbf{a} = \text{cost.}$ [1] e derivando $(\mathbf{u}\wedge\mathbf{u}')\wedge\mathbf{u}\times\mathbf{a} = \mathbf{u}^2 . \mathbf{u}'\times\mathbf{a} - \mathbf{u}\times\mathbf{u}' . \mathbf{u}\times\mathbf{a} = 0$, ovvero, $\mathbf{n}_0\times\mathbf{a} = 0$ il che per le (6) dà appunto le (7). Inoltre dalle (4) si ha subito $\mathrm{P}'\times\mathbf{u} = l\mathbf{u}^2 + k\mathbf{u}\times\mathbf{u}'$ e per le (7) $\mathrm{P}'\times\mathbf{u} = 0$ il che prova che la linea P è traiettoria ortogonale.

In particolare, riferendoci alla prima forma (4) di P′ si ha che: *se il cono è di rotazione con l' asse parallelo ad* **a** *e* **u** *è di modulo costante (cioè* $\mathbf{u}\times\mathbf{u}' = 0$ *per ogni* t) *allora la linea* P *sta in un piano normale ad* **a** *solamente per* $l = 0$ *essendo* k *arbitrario*, come risulta subito dalla prima delle (7).

e) Assegnando φ, allora la seconda forma (4) di P′ dà *le dirittrici* P *che formano, in* P, *l' angolo assegnato* φ *con la generatrice* P **u**, e se $\varphi = \text{cost.}$ queste direttrici sono *traiettorie sotto l' angolo* φ *delle generatrici.*

La relazione tra l e k affinchè φ risulti assegnato è, per quanto si è ora detto e per la (5′),

$$(8) \qquad \frac{l}{k} = \frac{\mathrm{mod}\,(\mathbf{u}\wedge\mathbf{u}')}{\mathbf{u}^2}\,\mathrm{ctg}\,\varphi - \frac{\mathbf{u}\times\mathbf{u}'}{\mathbf{u}^2}\,.$$

f) *La linea* P *è una geodetica della rigata solamente quando*

$$(9) \qquad \left\{\begin{array}{l} \dfrac{l}{k} = -\dfrac{\mathrm{mod}\,(\mathbf{u}\wedge\mathbf{u}')}{\mathbf{u}^2}\,\mathrm{ctg}\displaystyle\int\frac{\mathrm{mod}\,(\mathbf{u}\wedge\mathbf{u}')}{\mathbf{u}^2}\,dt - \frac{\mathbf{u}\times\mathbf{u}'}{\mathbf{u}^2} \\ \textit{ovvero}\ \varphi = -\displaystyle\int\frac{dt}{\rho_0}\,. \end{array}\right.$$

---

[1] Il che esprime [cfr. (*b*), Cap. II, § 4] che la linea P_0 è una *elica* di un cilindro con le generatrici parallele ad **a**. Le sviluppabili che si cercano sono, in tal caso, degli *elicoidi*.

Infatti. Derivando $\cos\varphi\,\mathbf{t}_0 + \operatorname{sen}\varphi\,\mathbf{n}_0$ con le formule di Frenet si ha subito

$$(\beta)\qquad \begin{aligned}&(\cos\varphi\,\mathbf{t}_0 + \operatorname{sen}\varphi\,\mathbf{n}_0)' =\\ &= \left(\varphi' + \frac{1}{\rho_0}\right)(-\operatorname{sen}\varphi\,\mathbf{t}_0 + \cos\varphi\,\mathbf{n}_0) - \frac{\operatorname{sen}\varphi}{\tau_0}\,\mathbf{b}_0\ ;\end{aligned}$$

ma il vettore (β) è parallelo alla normale principale in P e quindi, se P deve essere una geodetica, è necessario e sufficiente che il vettore (β) sia parallelo a $\mathbf{b}_0$ cui è normale il piano tangente lungo $P\mathbf{u}$, cioè deve valere la seconda delle (9). Da questa, dalla (8) e dal valore di $1/\rho_0$ già calcolato per ottenere la (5′), si ha la prima delle (9).

Giova notare che: *sviluppando il cono direttore in un piano, l'angolo che la posizione della generatrice generica* $O\mathbf{u}$ *fa con la posizione della generatrice corrispondente* ad es., *a* $t = 0$ *è appunto l'angolo* φ *dato dalla seconda* (9) [cfr. (^{c}), n. 1].

Notiamo ancora che: *se la linea* P *è una geodetica della rigata, allora* $ds = r\,dt$ *e* $\mathbf{t}$, $\mathbf{n}$, $\mathbf{b}$ *sono paralleli a* $\cos\varphi\,\mathbf{t} + \operatorname{sen}\varphi\,\mathbf{n}_0$, $\mathbf{b}_0$, $\operatorname{sen}\varphi\,\mathbf{t}_0 - \cos\varphi\,\mathbf{n}_0$. Si potrebbero calcolare [cfr. (^{c}), (^{b})] ρ, τ, come pure mediante le (5) o (5′), gli elementi della linea P possono essere espressi in funzione di l, k, $\mathbf{u}$; si ottengono formule complesse.

g) *Affinchè la linea* P *sia un'elica tracciata in un cilindro con le generatrici parallele al vettore unitario costante* $\mathbf{a}$, *dato, è necessario e sufficiente che* φ *sodisfi alla equazione differenziale*

$$(10)\qquad \left(\varphi' + \frac{1}{\rho_0}\right)(\operatorname{sen}\varphi\,\mathbf{t}_0 \times \mathbf{a} - \cos\varphi\,\mathbf{n}_0 \times \mathbf{a}) + \frac{\operatorname{sen}\varphi}{\tau_0}\,\mathbf{b}_0 \times \mathbf{a} = 0\ .$$

Invero deve essere [cfr. (^{b})] $(\cos\varphi\,\mathbf{t}_0 + \operatorname{sen}\varphi\,\mathbf{n}_0) \times \mathbf{a} = \text{cost.}$, che per derivazione e per la (β) dà subito la (10).

Per ogni φ sodisfacente alla (10) risulta determinata l'inclinazione dell'elica P rispetto ad $\mathbf{a}$.

Se la linea P_0 è essa stessa un'elica di inclinazione θ rispetto ad $\mathbf{a}$ allora [cfr. (^{b})] la (10) assume la forma più semplice

$$(10')\qquad \varphi' = -1/\rho_0 - (dg\,\theta)/\tau_0$$

che dà φ con una quadratura.

4. — È interessante determinare lo *spigolo di regresso* P_1 della rigata individuata dalla linea P che abbiamo ottenuta nel n. 3.

Lo spigolo di regresso della rigata $P\mathbf{u}$, *essendo* P *definito dalle* (4), *è descritto dal punto*

$$P_1 = P - k\mathbf{u}\,, \quad \textit{ovvero} \quad P_1 = P - r\rho_0 \operatorname{sen}\varphi \,.\, \mathbf{t}_0 \tag{11}$$

avendosi per il vettore P_1'

$$P_1' = (l - k')\,\mathbf{u}\,, \quad \textit{ovvero} \quad P_1' = \{ r\cos\varphi - (r\rho_0 \operatorname{sen}\varphi)' \}\, \mathbf{t}_0 \tag{12}$$

e per l'arco s_1

$$ds_1 = \pm (l - k') \operatorname{mod} \mathbf{u} \,.\, dt\,, \qquad \textit{ovvero} \quad ds_1 = \pm \{ r\cos\varphi - (r\rho_0 \operatorname{sen}\varphi)' \}\, dt\,. \tag{13}$$

Invero. Deve essere $P_1 = P + x\mathbf{u}$ con $P_1' \wedge \mathbf{u} = 0$; ma $P_1' = P' + x'\mathbf{u} + x\mathbf{u}'$, ovvero per la (4), $P_1' = (l + x')\,\mathbf{u} + (k + x)\,\mathbf{u}'$ e quindi $x = -k$ che dimostra le prime forme delle formule (11), (12), (13). Analogamente per la seconda forma.

Ecco alcune conseguenze di questo teorema.

a) Assegnate due funzioni arbitrerie l, k, la (4) determina una linea P; si ottiene una linea P^* assegnando le funzioni l^*, k^* Però le rigate $P\mathbf{u}$, $P^*\mathbf{u}$ possono essere eguali (da farsi coincidere con una *traslazione*). Ciò avviene, come è evidente, solo quando gli spigoli di regresso P_1, P_1^* sono eguali, cioè hanno a comune l'*arco* e le *curvature*. Dunque dalla (13) e da quanto se è esposto nel n. 2 riguardo ai vari spigoli di regresso si ha:

La rigata determinata dalle funzioni l, k *è identica alla rigata determinata dalle funzioni* l^*, k^* *solamente quando*

$$l - l^* = (k - k^*)'\,. \tag{14}$$

In altri termini: *tutte le rigate eguali a quella individuata da* l^*, k^* *sono date dalle funzioni* l, k *definite ponendo*

$$l = l^* + u'\,, \quad k = k^* + u \tag{14'}$$

con u funzione arbitraria di t [1].

---

(1) Si noti che se h è funzione arbitraria di t la rigata determinata da $l = hl^*$, $k = hk^*$ non è (salvo che per $h = 1$) eguale alla rigata determinata da l^*, k^* perchè lo spigolo P_1 [cfr. n. 2] non è eguale allo spigolo P_1^* ma semplicemente una trasformata di Combescure di P_1^*.

Cosa analoga può farsi per r e φ ma si ottengono forme complicate e quindi inutili.

b) Risulta subito dalla prima delle (12) che; *la rigata si riduce ad un cono, un suo cono direttore,* $[P_1' = 0$ *per ogni* $t]$ *solamente quando* $k' = l$, *cioè fissata* l *ad arbitrio si assume per* k *il valore* $k = \int l dt$.

Si osservi anche che per $k' = l$ si ha dalla (4) $P' = k'\mathbf{u} + k\mathbf{u}' = (k\mathbf{u})'$ e quindi $P = A + k\mathbf{u}$ che conferma il risultato precedente.

c) Operando per r e φ come si è operato in *b*) per l e k, dalla seconda delle (12) si ha facilmente che: *la rigata si riduce ad un cono solamente quando, dato* φ *ad arbitrio, si assume il numero* r *tale che*

$$\log \frac{r}{a} = \int_0 \frac{\cos\varphi - \rho_0' \operatorname{sen}\varphi - \rho_0 \varphi' \cos\varphi}{\rho_0 \operatorname{sen}\varphi} dt$$

con a *costante arbitraria.*

Rigate sviluppabili con assegnata direttrice.

Si intende data la linea P, direttrice, e si deve risolvere la (1) rispetto ad $\mathbf{u}$, cioè trovare il *cono direttore.*

Alcune soluzioni particolari della (1) sono ovvie. — Per $\mathbf{u} =$ cost., o semplicemente $\mathbf{u} / \operatorname{mod} \mathbf{u} =$ cost. (è costante la direzione di $\mathbf{u}$) la (1) è verificata, perchè [cfr. (*)] si ha sempre $\mathbf{u} \wedge \mathbf{u}' = 0$; le rigate sono *cilindri.* — Per $\mathbf{u} = m(P - O)$, con O punto fisso e m numero reale funzione di t, si hanno i *coni di vertici* O. — Per $\mathbf{u} = m P'$, cioè $\mathbf{u} \wedge P' = 0$, si ha la *sviluppabile osculatrice di* P.

5. — Eccettuato il caso $\mathbf{u} \wedge P' = 0$, per ogni t, della *osculatrice*, che è ovvio e ben noto, in tutti gli altri casi la (1) equivale a dare $\mathbf{u}'$ espresso linearmente mediante i vettori, non paralleli per ipotesi, $\mathbf{u}$, P'.

Supposto dunque $\mathbf{u} \wedge P' \neq 0$, per ogni t, la (1) equivale alla condizione, generale,

$$\mathbf{u}' = \frac{h'}{h}\mathbf{u} + \frac{1}{k}P' \tag{15}$$

essendo h, k fuzioni *arbitrarie* di t, purchè *non nulle.*

La (15) è una equazione differenziale lineare del 1° ordine in $\mathbf{u}$, che moltiplicata per il fattore integrante $1/k$ dà subito, come integrale generale,

$$\mathbf{u} = h \left\{ \mathbf{a} + \int_0 d\,P/(h\,k) \right\} \tag{16}$$

con $\mathbf{a}$ vettore *costante arbitrario.*

Sono così determinate, e con minimi mezzi, tutte le rigate sviluppabili aventi la linea P come direttice, esclusa la *osculatrice* di P ($\mathbf{u}$ parallelo a P') che conviene considerare a parte non essendo compresa nelle (15), (16).

Giovano le osservazioni seguenti.

a) Il k della (15) è identico al k della (4). Per la funzione l della (4) in relazione con la funzione h della (15) si ha facilmente $hl = -h'k$.

Dunque dal n. 4, *a*) si ha per lo *spigolo di regresso* P_1 della rigata

$$P_1 = P - k\mathbf{u}\,, \quad P_1' = -\left\{ (hk)'/h \right\} \mathbf{u} \tag{17}$$

essendo $\mathbf{u}$ dato dalla (16).

b) Dalla seconda (17) segue subito che: *Tutte le rigate che sono coni si ottengono per* $hk =$ cost. — Per hk costante la quadratura della (16) si effettua subito e si ha $k\mathbf{u} = hk\mathbf{a} + P - O$ essendo O il punto della linea P che si ottiene per $t = 0$, e quindi, per la (17), il vertice del cono è $P_1 = O - hk\mathbf{a}$.

c) Invece: *Tutte le rigate che sono cilindri si ottengono per* $1/k = 0$ *e* h *arbitraria*, perchè $\mathbf{u}$ ha direzione costante solo quando (dalla (15)) $\mathbf{u} \wedge \mathbf{u}' = (1/k)\,\mathbf{u} \wedge P' = 0$ il che avviene per $1/k = 0$ essendo, per ipotesi, $\mathbf{u} \wedge P' \neq 0$.

6. — Volendo che $\mathbf{u}$, sodisfacente alla (1), sia *unitario*, allora si può determinare $\mathbf{u}$ *senza quadrature* introducendo una sola funzione di t; e con minimi mezzi.

Notiamo anzitutto che se $\mathbf{u}$ indica ancora il vettore $\mathbf{u}$ reso unitario, allora la (1) assume ancora la forma

$$(1') \qquad P' \times \mathbf{u} \wedge \mathbf{u}' = 0$$

come è facile verificare cambiando nella (1) $\mathbf{u}$ in $m\mathbf{u}$.

Per la linea P si considerino i soliti elementi s, ρ, τ, $\mathbf{t}$, $\mathbf{n}$, $\mathbf{b}$ [cfr. (^{a}), (^{b})], si considerino tutti gli elementi, $\mathbf{u}$ compreso, funzioni di s e si indichino con gli apici le derivate rispetto ad s.

Il vettore unitario $\mathbf{u}$ sarà dato da

$$(18) \qquad \mathbf{u} = \cos\varphi\,\mathbf{t} + \operatorname{sen}\varphi\,(\cos\lambda\,\mathbf{n} + \operatorname{sen}\lambda\,\mathbf{b}) \,,$$

con palese significato geometrico di φ, λ, esendo φ, λ numeri funzioni di s che devono esser scelte in modo che $\mathbf{u}$, dato dalla formula (18), sodisfi alla (1′).

Derivando la (18) con le formule vettoriali di Frenet si ha, dopo un calcolo che non presenta difficoltà,

$$(19) \qquad \mathbf{t} \times \mathbf{u} \wedge \mathbf{u}' = \operatorname{sen}^2\varphi \,.\left\{ \lambda' - \frac{1}{\tau} - \frac{\operatorname{sen}\lambda}{\rho}\operatorname{cotg}\varphi \right\} .$$

Dovendo valere la (1′), ove ora P′ vale $\mathbf{t}$, si avrà: $\operatorname{sen}\varphi = 0$ e si ottiene la *osculatrice* della linea P; e in tutti gli altri casi

$$(20) \quad \lambda' = \frac{1}{\tau} + \frac{\operatorname{sen}\lambda}{\rho}\operatorname{ctg}\varphi \,, \quad \text{cioè} \quad (20') \quad \operatorname{ctg}\varphi = \left(\lambda' - \frac{1}{\tau}\right)\frac{\rho}{\operatorname{sen}\lambda}$$

che *determina* φ, *una volta fissata ad arbitrio la funzione* λ, *senza quadrature* (1). Il problema è così risoluto.

Esaminiamo alcune proprietà.

a) Per $\lambda = \text{cost.}$ si ha, dalla (20′), $\operatorname{ctg}\varphi = -\rho/(\tau\operatorname{sen}\lambda)$ e quindi: φ *è costante non nulla insieme a* λ, *solamente quando la direttrice* P *è un' elica.*

---

(1) Se si vuole assumere φ come funzione arbitraria allora la (20) individua λ mediante una equazione differenziale che col cambiamento di variabile $\operatorname{tg}(\lambda/2) = x$ si riduce ad una equazione di Riccati.

Per $\lambda = \pi / 2$, dalle (18), (20′), risulta $\mathbf{u}$ parallelo a $\rho \mathbf{t} - \tau \mathbf{b}$ e quindi: *la rigata è la rettificante di* P.

Per $\lambda = 0$ si ha pure $\cos \varphi = 0$ e si ritrova la *osculatrice* della linea P.

Per $\lambda = \int ds/\tau$ si ha $\varphi = \pi/2$ e viceversa e quindi si ottengono *tutte le rigate sviluppabili delle quali la linea* P *è traiettoia ortogonale delle generatrici* e in tal caso: *la linea descritta da* $P + a\mathbf{u}$, *con* $a =$ cost. *è una linea parallela alla linea* P [cfr. (^{d})], [1].

b) Se nella espressione di $\mathbf{u}'$ ricavata dalla (18) si pone al posto di λ' il valore (20) si ha

$$(21) \quad \mathbf{u}' = \left(\varphi' + \frac{\cos\lambda}{\rho}\right)\left\{ -\operatorname{sen}\varphi\,\mathbf{t} + \cos\varphi\,(\cos\lambda\,\mathbf{n} + \operatorname{sen}\lambda\,\mathbf{b})\right\} = \\ = \left(\varphi' + \frac{\cos\lambda}{\rho}\right)\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \varphi} .$$

Lo spigolo di regresso è descritto da $P_1 = P + x\mathbf{u}$ con $P_1' = \mathbf{t} + x'\mathbf{u} + x\mathbf{u}'$ parallelo ad $\mathbf{u}$ e quindi normale ad $\mathbf{u}'$; avendosi allora $P_1' \times \mathbf{u}' = \mathbf{t} \times \mathbf{u}' + x\mathbf{u}'^2 = 0$ dalla (21) si ha

$$-\left(\varphi' + \frac{\cos\lambda}{\rho}\right)\operatorname{sen}\varphi + x\left(\varphi' + \frac{\cos\lambda}{\rho}\right)^2 = 0$$

e quindi: *lo spigolo di regresso è descritto dal punto*

$$(22) \qquad P_1 = P + \frac{\rho \operatorname{sen}\lambda}{\rho\varphi' + \cos\lambda}\,\mathbf{u} \;;$$

derivando e tenendo conto della (21) si ha

$$(23) \qquad P_1' = \left\{ \cos\varphi + \left(\frac{\rho\operatorname{sen}\lambda}{\rho\varphi' + \cos\lambda}\right)' \right\}\mathbf{u} \text{ [2]}$$

---

(1) Volendo che la linea P sia *traiettoria delle generatrici sotto l'angolo costante* α, allora eccorre integrare la (20) ove al posto di φ si pone α. Cfr. la nota precedente.

(2) Se nella (15), ove al posto di $\mathbf{u}$ e P′ si ponga $\mathbf{u}$ e $\mathbf{t}$, si sostituiscono i valori (18), (21) e si eguagliano i coefficienti di $\mathbf{t}$, $\mathbf{n}$, $\mathbf{b}$ si hanno due sole relazioni distinte dalle quali si ricava subito
$\dfrac{h'}{h} = \left(\varphi' + \dfrac{\cos\lambda}{\rho}\right)\operatorname{ctg}\varphi$, $\quad k = -\dfrac{\rho\operatorname{sen}\varphi}{\rho\varphi' + \cos\lambda}$ e quindi (n. 5), $l = \cos\varphi$; dunque le (22), (23) si ottengono, per questa via indiretta, anche delle formule (11), (12).

c) *Se* α *è numero funzione di* s, *il punto* $Q = P + x\mathbf{u}$ *descrive una linea, tracciata sulla rigata, e che taglia in* Q *la generatrice* $P\mathbf{u}$ *sotto l'angolo di* α *radianti, solo quando* x *è numero funzione di* s *sodisfacente alla equazione differenziale lineare*

$$(24) \qquad x' + \cos\varphi = \pm \left\{ x\left(\varphi' + \frac{\cos\lambda}{\rho}\right) - \operatorname{sen}\varphi \right\} \operatorname{ctg}\alpha \ .$$

Invero. $Q' = \mathbf{t} + x'\mathbf{u} + x\mathbf{u}'$ e quindi, da (18), (21),

$$Q' \times \mathbf{u} = x' + \cos\varphi \ ,$$

$$Q'^2 = (x' + \cos\varphi)^2 + \left\{ x\left(\varphi' + \frac{\cos\lambda}{\rho}\right) - \operatorname{sen}\varphi \right\}^2$$

e poichè deve essere $Q' \times \mathbf{u} = \operatorname{mod} Q' . \cos\alpha$, quadrando e dopo semplici trasformazioni, si ha appunto la (24).

c') Per $\alpha = \text{cost.}$ si hanno delle *traiettorie* della rigata.

In particolare per $\alpha = \pi/2$, *troiettorie ortogonali*, la (24) dà $x' + \cos\varphi = 0$ e quindi: *le traiettorie ortogonali delle generatrici della rigata sono descritte dal punto*

$$(25) \qquad Q = P - \left(\int \cos\varphi \, ds\right) \mathbf{u} \ ,$$

per il quale, derivando e tenendo conto delle (18), (21), i ha subito

$$(26) \qquad Q' = - \operatorname{sen}\varphi \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \varphi} \ .$$

d) Volendo le rigate $P\mathbf{u}$ (elicoidi) che sono osculatrici di eliche tracciate in cilindri con le genetrici parallele al vettore $\mathbf{a}$ unitario costante, dato, (cicè il cono direttore sia di rotazione con l'asse parallelo ad $\mathbf{a}$) allora da $\mathbf{u} \times \mathbf{a} = \text{cost.}$ si ha $\mathbf{u}' \times \mathbf{a} = 0$ che per la (21) dà (escludendo $\varphi' + (\cos\lambda)/\rho = 0$ che dà $\mathbf{u} = \text{cost.}$)

$$\operatorname{ctg}\varphi = \mathbf{t} \times \mathbf{a} \,/\, (\cos\lambda \, \mathbf{n} \times \mathbf{a} + \operatorname{sen}\lambda \, \mathbf{b} \times \mathbf{a}) \ .$$

Eguagliando al secondo membro della (20') si ottiene una equazione differenziale in λ; determinata λ, la (20') dà φ e la formula (18) dà $\mathbf{u}$ e l'elicoide è così determinato.

7. — Sia r un numero reale assegnata funzione di s e si voglia che per li punto P_1 dello spigolo di regresso della rigata $P\mathbf{u}$, essendo la linea P data, determinata dalle (18), (20′) si abbia

$$P_1 = P + r\mathbf{u} \;.$$

Allora nessuna delle due funzioni φ, λ può essere fissata ad arbitrio, ma esse, per le (20′) e (22), debbono sosdisfare alle due equazioni differenziali

$$\lambda' = \frac{1}{\tau} + \frac{\operatorname{sen}\lambda}{\rho}\operatorname{ctg}\varphi \;, \quad \varphi' = \frac{\operatorname{sen}\varphi}{r} - \frac{\cos\lambda}{\rho} \;. \tag{27}$$

Le linee $P_1 = P + r\mathbf{u}$ che si ottengono integrando il sistema (27) sono, evidentemente, *le traiettorie ortogonali del sistema* ∞' *di sfere aventi centro* P *e raggio* r. Di queste traiettorie se ne conoscono notevoli proprietà geometriche [cfr. ([e])] ottenute con procedimento analitico ma che segue abbastanza da vicino il concetto geometrico; le formule (27) corrispondono a quelle che si ottengono con procedimento analitico [cfr. ([f])], ma sono notevolmente più semplici di queste perchè gli angoli φ, λ sono relativi agli elementi intrinseci $\mathbf{t}$, $\mathbf{n}$, $\mathbf{b}$ e non ad una terna fissa arbitraria del tutto estranea al sistema di sfere. In altra nota spero potermi occupare delle traiettorie in questione ottenendole con procedimento assoluto semplicissimo indipendente anche dal procedimento, pure assoluto, del quale ho fatto uso nel n. 6. [Cfr. *Traiettorie ortogonali di un sistema* ∞^1 *di superficie sferiche,* Rend. R. Istituto Lombardo, 1918].

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 18 giugno 1918*)

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI.
Anno accademico 1917-918 - Tomo LXXVII - Parte seconda.

La varietà rigata, di dimensione, ordine e classe $n+1$, nello spazio $[2n+1]$, per lo studio dell'omografia spaziale.

PROF. GIOVANNI BORDIGA, M. E.

(pervenuta all' Istituto nel gennaio 1918)

Il prof. BERTINI, nel suo Trattato, dimostra che due spazî S_n ed S'_n, omografici ed indipendenti, sono prospettivi e per la dimostrazione costruisce una varietà ad $n+1$ dimensioni, la quale — com' egli dice — può considerarsi *generalizzazione, in un certo senso, della rigata quadrica dello spazio ordinario* (1).

Scopo della presente ricerca è lo studio generale di quella varietà, che sarà denominata *varietà modello d' indice n*, della quale la quadrica rigata è caso particolare per $n=1$ e la quale era già stata considerata in un mio precedente lavoro (2).

Data la genesi della varietà V_{n+1} e dimostrato che essa non può avere rette trisecanti, considero le varietà d' indice $< n$ e gli spazî lineari che essa contiene per dedurre poi il suo ordine $n+1$, il sistema dei suoi spazî direttori e il modo della sua generazione mediante la proiettività che questi spazî determinano sulle generatrici.

La ripetizione di qualche teorema preliminare, che con poche varianti si trova anche nel suddetto Trattato, è scusata dal desiderio di unità e chiarezza nel lavoro, il quale conduce dalla genesi V_{n+1} allo studio dei due sistemi di curve razionali normali descritte sulla varietà, alle relazioni che intercedono tra il loro ordine e l'in-

(1) BERTINI. *Introduzione alla Geometria Projettiva degli iperspazi*, Pisa, Spoerri, 1907, pag. 50.
(2) *Atti del R. Ist. Veneto 1897.*

dice della varietà, ed al modo in cui il luogo dei punti d'intersezione dei raggi corrispondenti complanari di due stelle proiettive può scomporsi in spazî lineari di varia dimensione ed in una curva normale residua.

Considerate poi le varie specie di spazî lineari tangenti e determinata la classe della varietà, eguale al suo ordine ed alla sua dimensione, ho dato la formula che lega tra loro l'indice il numero e le dimensioni degli spazî lineari secondo cui la varietà stessa può essere segata da un $[n]$.

Per mostrare più intimamente il legame tra una quadrica rigata e la V_{n+1} ho dato la rappresentazione di questa su un $[n+1]$ mediante la sua proiezione da un $[n-1]$ situato in uno spazio direttore, ed ho esteso alla sezione iperpiana di V_{n+1} il teorema di Pascal sulle coniche.

Da ultimo ho applicato le proprietà precedenti allo studio dell'omografia in sè di uno spazio ad n dimensioni, deducendone così per via sintetica tutti i teoremi noti più importanti. Nel dare la classificazione delle diverse omografie, la quale risulta immediata dai diversi modi di intersezione di uno spazio ad n dimensioni con V_{n+1}, mi è parso opportuno distinguere tra loro alcune omografie particolari, che le classificazioni del PREDELLA e del SEGRE raccolgono in un solo simbolo.

1. — **Generazione della varietà rigata V_{n+1} di indice n.** — In uno spazio lineare fondamentale σ_{2n+1} siano dati tre spazi lineari indipendenti S'_n, S''_n, S'''_n, che si diranno *direttori*. Da un punto qualunque di uno di essi si può condurre una ed una sola retta incidente agli altri due; la quale è l'intersezione degli spazî $[n+1]$ che da quel punto proiettano i due spazi direttori considerati. (Da ora innanzi una retta generica incidente ai tre S_n sarà indicata con a; l'indice col quale sarà individuata una a darà nome alle sue tracce sugli S_n; così ad es. con a_m si rappresenterà una retta che ferisce rispettivamente S'_n, S''_n, S'''_n nei punti M', M'', M''').

Il luogo delle ∞^n rette a è una varietà rigata V_{n+1} di dimensione $n+1$, che diremo *modello d' indice n;* le a sono le sue *generatrici.*

La V_{n+1} può anche considerarsi come luogo delle rette che

congiungono le coppie di punti omologhi nella prospettività la quale si ottiene tra due qualunque dei tre spazi direttori, segandoli cogli $[n+1]$ che passano per il terzo.

2. — *Si può sempre porre una corrispondenza prospettiva tra due spazî indipendenti S'_n ed S''_n di un σ_{2n+1}, nella quale $n+2$ punti indipendenti di S'_n siano gli omologhi di altrettanti indipendenti in S''_n.* Si costruiscano le $n+2$ rette determinate da codeste $n+2$ coppie di punti. Per un punto M''', preso su una qualunque di queste rette ma fuori di S'_n e di S''_n, si conducano gli $n+1$ spazi distinti che contengono n tra le $n+1$ rette rimanenti. Ognuno di essi taglia la retta esclusa in un punto X; e tutti insieme si tagliano in un S'''_n di dimensione $2n(n+1) - n(2n+1) = n$, che è quello che contiene M''' e gli $n+1$ punti, come X, rispettivamente determinati su ognuna delle $n+1$ rette.

Ora da S'''_n, quale spazio-centro di proiezione, S'_n ed S''_n sono proiettati l'uno sull'altro con la condizione voluta.

Lo S'''_n, così costruito, non può incontrare S'_n nè S''_n. Perchè se, ad es., S'''_n ed S'_n avessero un punto comune B, il loro spazio comune di appartenenza $[2n]$ — nel quale dovrebbero essere pur contenute tutte le $n+2$ rette, dacchè queste sono incidenti tanto ad S'_n quanto ad S''_n — taglierebbe S''_n in uno spazio ad $n-1$ dimensione, in cui dovrebbero stare tutte le tracce delle rette stesse su S''_n; il che val quanto dire che gli $n+2$ punti presi su S''_n non sarebbero indipendenti tra loro; e ciò contro l'ipotesi ammessa.

Il ragionamento vale anche nella supposizione che B sia su una delle $n+2$ generatrici date; perchè allora lo spazio $[2n]$ di appartenenza di S'''_n ed S'_n potrebbe bensì non contenere la generatrice a_i passante per B, ma conterrebbe di certo tutte le altre $n+1$; le cui tracce su S''_n starebbero perciò nello spazio $[n-1]$, intersezione di quello $[2n]$ con S''_n; quindi allora fra gli $n+2$ punti dati in S''_n ve ne sarebbero $n+1$ situati in uno spazio di dimensione $< n$; in altre parole anche allora gli $n+2$ punti dati in S''_n non sarebbero indipendenti.

In ogni caso, perciò, S'''_n non può incontrare S'_n nè S''_n.

3. — *Due generatrici qualunque non possono essere complanari;* se no, il loro piano comune taglierebbe due spazi direttori secondo due rette, il cui punto comune sarebbe comune ai due spazi medesimi; onde allora questi sarebbero incidenti, contro il supposto.

4. — **Varietà modello, d'indice minore, situate su V_{n+1}.** Si supponga che il punto M' descriva in S'_n uno spazio lineare S'_i $(i < n)$. (In generale indicheremo con $S^{(i)}_m$ uno spazio lineare $[m]$ situato nello spazio direttore $S^{(i)}_n$). Gli spazi $[n + i + 1]$, che da S''_n e da S'''_n proiettano S'_i, si tagliano in uno spazio σ_{2i+1}; il quale sega rispettivamente S''_n ed S'''_n in due spazi S''_i ed S'''_i.

Le generatrici di V_{n+1} che sono in σ_{2i+1} si comportano, rispetto ai tre S_i, come tutte le generatrici di V_{n+1} rispetto ai tre S_n; formano cioè una varietà modello V_{i+1} d'indice i. (Col simbolo σ indicheremo, da ora innanzi, lo spazio d'appartenenza di una varietà modello).

Le varietà modello d'indice 1 sono le quadriche rigate.

5. — *Lo spazio σ_{2i+1} non è incidente ad alcuna altra generatrice di V_{n+1}.* Se una a_x incontrasse σ_{2i+1} in un punto X, questo anzitutto non potrebbe essere su V_{i+1}, perchè allora incontrerebbe quivi una generatrice di V_{i+1}, cioè di V_{n+1}, il che non può accadere (3). Se dunque la a_x esistesse, la sua traccia X' su S'_n dovrebbe essere fuori di S'_i, perchè tutte le generatrici incidenti ad S'_i sono quelle di V_{i+1}. In tal caso, X' ed S'_i formerebbero un S'_{i+1}, che sarebbe la traccia su S'_n dello spazio $[2\,i + 2]$ determinato da σ_{2i+1} e da a_x. Lo stesso $[2i + 2]$, analogamente, dovrebbe tagliare S''_n in un S''_{i+1} ed S'''_n in un S'''_{i+1}. Allora S'_{i+1} ed S''_{i+1}, giacendo in uno stesso $[2\,i + 2]$ si incontrerebbero in un punto, che sarebbe comune ad S'_n ed S''_n; i quali invece, per ipotesi, non sono incidenti.

Da tutto ciò che precede si deduce: 1° che la varietà modello V_{n+1} di indice n contiene infinite varietà modello di indice i $(n > i \geqq 0)$ (le generatrici possono considerarsi come varietà di indice zero); 2° che due varietà modello V_{k+1}, V_{l+1}, situate su V_{n+1}, si tagliano almeno in una varietà modello di indice $k + l - n$ $(k + l \geqq n)$; in generale, l'indice della varietà modello, eventualmente comune a più varietà modello situate su V_{n+1}, è eguale

alla dimensione dello spazio eventualmente comune agli spazi di S'_n, che sono direttori delle diverse varietà date; 3° che lo spazio comune di appartenenza di diverse varietà modello situate su V_{n+1} è di dimensione $2m+1$, se m è la dimensione in S'_n dello spazio comune di appartenenza di tutti i direttori delle varietà medesime.

6. — **Spazi lineari situati su V_{n+1}** — *Una retta trisecante di V_{n+1} è situata su questa.* Sia l la retta; B, C, D siano i punti in cui essa incontra V_{n+1}; e si escluda che questi siano su un medesimo spazio direttore o siano rispettivamente sui tre spazi direttori, perchè allora l è situata in quello spazio direttore od è una generatrice; cioè allora la proprietà che si vuol dimostrare è evidente. Si escluda altresì che la trisecante l ferisca uno soltanto dei tre spazi direttori: perchè se ad es. l incontrasse S'_n in B e non incontrasse S''_n nè S'''_n, allora lo spazio $[n+2]$, che da S'''_n proietta l e che contiene di certo le generatrici incidenti ad l in C e in D, taglierebbe in un piano quello $[n+1]$ che da S'_n proietta pure l e che contiene le due medesime generatrici, le quali dovrebbero così trovarsi su quel piano; il che è assurdo. Ed infine, con ragionamento analogo, si esclude l'ipotesi che la trisecante l ferisca due soltanto dei tre spazi direttori; perchè se ad es. l ferisse S'_n in B, S''_n in C e non in contrasse S'''_n, allora lo spazio $[n+1]$ che da S'_n proietta l e quello $[n+2]$ che da S'''_n proietta l conterrebbero ambedue le generatrici passanti per C e per D, le quali perciò starebbero sul piano comune ai due spazi medesimi; il che è pure assurdo.

Si consideri dunque la trisecante l non situata su alcuno dei tre spazi direttori e non incidente ad alcuno di questi, e siano $a_b\ a_c\ a_d$ le tre generatrici di V_{n+1} passanti per i tre punti B, C, D. Esse stanno nello σ_3 secondo il quale si tagliano gli $[n+2]$ che proiettano l da due spazi direttori. Lo σ_3 taglia rispettivamente i tre S_n in tre rette S'_1, S''_1, S'''_1 direttrici della quadrica V_2 passante per $a_b\ a_c\ a_d$; la l trisecante di V_2 sta quindi su V_2 e quindi è situata su V_{n+1}, come si doveva dimostrare.

7. — *Uno spazio lineare α_n, che seghi V_{n+1} in* $n+2$ *punti indipendenti tra loro e tali che non appartengano ad una varietà modello d'indice minore, è situato su V_{n+1}.*

Questo teorema per $n = 1$ coincide col precedente. Dimostriamolo ora per il caso di $n = 2$. Si supponga adunque che B, C, D, E siano quattro punti di una V_3, situati in posizione indipendente su di un piano α_2. Con ciò si esclude che i quattro punti siano su uno dei tre piani direttori, cioè che α_2 coincida con uno di questi, perchè il teorema sarebbe di per sè evidente. Si esclude pure che α_2 incontri in un punto uno dei tre piani direttori; perchè se ad es. B fosse su S_2', allora lo spazio a quattro dimensioni che da S_2' proietta α_2 taglierebbe S_2'' ed S_2''' secondo due rette direttrici di una quadrica rigata V_2 situata in uno spazio ordinario, nel quale ultimo dovrebbe essere pure contenuto α_2; sicchè α_2 taglierebbe V_3 in una linea del secondo ordine di una varietà d' indice minore appartenente a V_3; ciò che fu escluso dal teorema; ed allora anzi il piano α_2 sarebbe incidente ad ognuno dei tre piani direttori.

Ciò premesso, si costruiscano su α_2 le rette $BC \equiv l$, $DE \equiv q$ ed il punto $lq \equiv P$. Le generatrici a_b, a_c, a_d, a_e feriscano rispettivamente i tre piani direttori nei punti $B' \ldots E'$; $B'' \ldots E''$; $B''' \ldots E'''$. Sul piano S_2' si costruiscano le rette $B'C' \equiv l'$, $D'E' \equiv q'$ ed il punto $l'q' \equiv P'$. Analogamente sugli altri due piani direttori S_2, S_3''' si determinino i punti P'', P'''. I tre punti P', P'', P''' sono sulla generatrice a_p.

I due spazi $(a_b\ a_c)$, $(a_d\ a_e)$ si debbono tagliare in una retta, perchè in generale due spazî ordinari di uno σ_5 si tagliano in una retta. Non potrebbero tagliarsi in un piano, perchè questo, ad es. incontrerebbe la retta $B'C'$ (1), vale a dire incontrerebbe il piano direttore S_2', ciò che più sopra fu dimostrato non ammissibile dalle ipotesi del teorema. Nè quegli spazî potrebbero essere coincidenti perchè, se così fosse, lo spazio di coincidenza, cioè lo spazio delle quattro generatrici $a_b \ldots a_e$, conterrebbe ad es. i quattro punti distinti $B' \ldots E'$ del piano S_2' ed i quattro punti distinti $B'' \ldots E''$ del piano S_2''; ed allora ognuna di queste quaderne di punti dovrebbe essere allineata, se no S_2' ed S_2'' sarebbero incidenti, contro l' ipotesi; e, quando pur fossero allineate, ne risulterebbe che quello spazio ordinario taglierebbe V_3 secondo

(1) Il piano che si considera forma uno spazio ordinario colle generatrici $a_b\ a_c$.

una quadrica rigata, passante per le quattro generatrici $a_b \dots a_e$; onde il piano α_2 taglierebbe V_3 in quattro punti di una V_2, contro l'ipotesi.

I due spazî ordinari suddetti $(a_b\, a_c)$, $(a_d\, a_e)$ si tagliano dunque in una retta; ne segue che il punto P deve essere situato sulla generatrice a_p, cioè appartenere a V_3.

Poichè la retta $l \equiv$ BC incontra V_3 in tre punti, essa è situata su V_3. Egualmente si concluda per tutti i lati del quadrangolo BCDE. Ne risulta che per un punto qualunque M di α_2 si può sempre condurre una retta ad incontrare tre lati del quadrangolo medesimo, cioè trisecante di V_3, cioè situata su V_3. Quindi il piano α_2 è tutto situato su V_3. Il teorema è quindi dimostrato per $n = 2$.

Per dimostrarlo nel caso generale, supponiamo che esso sia vero per le varietà modello d'indice $n - 1$ e proviamo che esso è allora verificato per quelle d'indice n.

Si considerino su V_{n+1} $n + 2$ punti B_i $(i = 1 . 2 \dots (n + 2))$ supposti situati in posizione indipendente sopra uno spazio α_n e tali che non appartengano ad una varietà modello V_{k+1} di indice $k < n$. Sia l uno spigolo dell'$(n + 2)$-edro (B_i); con Ω_{n-1} si indichi la faccia opposta e si determini il punto $P \equiv l\, \Omega_{n-1}$. Le generatrici, che passano per i due vertici di (B_i) situati su l, stanno in uno σ_3, che contiene una V_2, la quale ha per direttrici le rette l', l'', l'''; quelle che passano per gli n vertici di (B_i), situati su Ω_{n-1}, stanno in un σ_{2n-1}, che contiene (4) una V_n, la quale ha per spazî direttori gli spazî Ω'_{n-1}, Ω''_{n-1}, Ω'''_{n-1}; σ_3 e σ_{2n-1} hanno in comune una retta la quale passa per P ed è la generatrice a_p. Ciò si prova con un ragionamento analogo a quello fatto per $n = 2$, considerando le tracce B'_i, B''_i, B'''_i sui tre spazî direttori delle generatrici che passano per i punti B_i (1). Ne segue che P è su V_{n+1} e quindi che la faccia Ω_{n-1} del poliedro (B_i) possiede $n + 1$ punti tutti situati sulla varietà V_n d'indice $n - 1$ testè considerata; e quindi infine, nella ipotesi che il

(1) In un σ_{2n+1}, un σ_{2n-1} ed un σ_3 si tagliano di certo in una retta. Si escluderà che σ_3 tagli σ_{2n-1} in un piano, o che sia contenuto in σ_{2n-1}; perchè se no si contraddirebbe all'ipotesi del teorema.

teorema sia verificato per la V_n, segue subito che la faccia Ω_{n-1} è tutta situata su V_n.

Naturalmente il teorema applicato alla V_n include la supposizione che Ω_{n-1} non sia sezione di una varietà modello V_k d'indice $k-1 < n-1$. Se così fosse, il suo spazio direttore in S'_n sarebbe non più Ω'_{n-1} ma un Ω'_{k-1} di dimensione minore; in tal caso Ω'_{k-1} ed l', che hanno in comune il punto P', starebbero in uno spazio S'_k di dimensione $k < n$ e quindi le $n+2$ generatrici passanti per i vertici B_i starebbero su una varietà modello d'indice $< n$, contro l'ipotesi ammessa dal teorema.

Ripetendo la costruzione e i ragionamenti precedenti per le altre facce dell'$(n+2)$-edro B_i si verifica che queste sono situate sulle rispettive V_n, analogamente costruite come la precedente.

Per un punto qualunque M dello spazio α_n si possono condurre infinite rette incidenti a tre di quelle facce, cioè trisecanti di V_{n+1} cioè situate su V_{n+1}; da ciò segue che lo spazio α_n è tutto situato su V_{n+1}.

È dunque provato il teorema per V_{n+1} nel caso che esso sia verificato per una V_n; ma poichè è stato dimostrato per $n=2$, così esso rimane dimostrato in generale.

Si noti che lo spazio α_n può coincidere con uno dei tre spazi direttori, ove gli $n+2$ punti siano presi in uno di questi.

Da tutto ciò, riepilogando, si conclude: *uno spazio lineare* α_n, *il quale seghi* V_{n+1} *in* $n+2$ *punti indipendenti, o coincide con uno dei tre spazi direttori; o non incontra alcuno di questi ed è tutto situato su* V_{n+1}; *od infine è contenuto nello spazio d'appartenenza di una varietà modello* V_{k+1}, *di indice* $k < n$, *situata su* V_{n+1}, *e sega questa in infiniti punti.*

8. — **Ordine di V_{n+1}** — Uno spazio generico Σ_n, dovendo incontrare la varietà V_{n+1} in un numero discreto di punti, nè potendo segarla in $n+2$ punti indipendenti senza essere tutto situato su di essa, o senza contenere infiniti punti di essa ed $n+1$ punti generici di V_{n+1} individuando uno spazio Σ_n, si deduce senz'altro che i punti di intersezione di un generico Σ_n con V_{n+1} sono, al più, $n+1$; cioè *la varietà modello d'indice* n *è dell'ordine* $n+1$.

9. — Il sistema degli spazi direttori — Altri modi di generazione della varietà V_{n+1}. — Ora possiamo dimostrare che V_{n+1} possiede ∞^1 spazi direttori S_n, tra i quali sono compresi i tre spazi S'_n, S''_n, S'''_n che fino a quì hanno servito a costruirla. Infatti per ogni punto di una qualsiasi generatrice, non appartenente ad alcuno dei tre spazi direttori suddetti, si può sempre condurre (2) uno ed uno solo spazio ad n dimensioni, che indicheremo con S_n, incidente ad $n+1$ generatrici generiche, le quali cioè non siano situate insieme con la precedente in una stessa varietà modello d' indice $< n$. Lo spazio S_n è allora tutto situato su V_{n+1} (7). Per quel punto non possono passare due spazi distinti come S_n; perchè, se così accadesse, il loro spazio comune di appartenenza sarebbe un $[2n]$ ed i tre spazi direttori sarebbero a due a due incidenti, contro l' ipotesi.

Così *su* V_{n+1} *sono situati* ∞^1 *spazi* S_n, *ognuno dei quali incontra in un punto ogni generatrice e tali che due qualunque di essi non possono essere incidenti.*

Da ciò segue che *la varietà modello d' indice* n *può considerarsi come luogo delle* ∞^n *rette generatrici* a, *che incontrano tre qualunque spazi direttori* S_n; *o anche come luogo degli* ∞^1 *spazi direttori, che incontrano* n + 2 *generatrici indipendenti.*

Le generatrici tagliano due qualunque spazi direttori in punti che si corrispondono in una prospettività. Gli spazi direttori tagliano due qualunque generatrici in punteggiate proiettive. Onde *la* V_{n+1} *può anche considerarsi come luogo delle rette che congiungono i punti corrispondenti di due* S_n *prospettivi; o come luogo degli* S_n, *che congiungono i punti omologhi di* n + 1 *rette generatrici* (*non situate in uno stesso* Σ_{n+1}) *le cui punteggiate sono poste tra loro in corrispondenza proiettiva.*

Per un punto qualunque di V_{2n-1} passa un solo spazio direttore e passa una sola generatrice.

Non è necessario ricordare che questa ultima proprietà e la doppia generazione sono, per $n = 1$, le note proprietà della quadrica rigata.

10. — Sistemi di curve razionali normali situate su V_{n+1} — Uno spazio generico Σ_{n+1} seghi V_{n+1} nella curva irriducibile γ dell' ordine $n+1$.

La generazione di V_{n+1} dimostra che *le sezioni generiche di* V_{n+1} *con gli spazi ad* n + 1 *dimensioni sono curve razionali normali.* Queste curve non possono bisecare le generatrici; se no, si scomporrebbero nel sistema delle generatrici bisecate e di una linea d'ordine minore di $n+1$.

11. — Vogliamo ora cercare quali condizioni deve verificare una curva razionale normale irriducile γ^k, supposta situata su V_{n+1}, non bisecante di alcuna generatrice e per la quale evidentemente è verificata la relazione: $(n+1 < k \leq 2n+1)$.

La γ^k incontri uno spazio direttore, ad es. S_n, in m punti indipendenti ($m \leq n+1$, perchè uno spazio ad n dimensioni non può segare in più di $n+1$ punti una curva razionale normale di ordine $n+1$).

La superficie rigata, luogo delle generatrici incidenti a γ^k, sega un altro spazio direttore, ad es. S'_n, in una curva razionale normale δ', dell'ordine $k-m$.

Invero la curva δ' è razionale, perchè è in corrispondenza biunivoca con γ^k, ed è dello stesso ordine della curva δ in cui la rigata taglia S_n, perchè δ e δ' sono omologhe nella prospettività che intercede tra S_n ed S'_n; δ' poi è dell'ordine $k-m$, perchè essa è proiezione univoca di γ^k su di S'_n da S_n, il quale sega γ^k in m punti, ed essa è situata nello spazio S'_{k-m}, che è l'intersezione di S'_n con lo spazio $[k+n-(m-1)]$ d'appartenenza comune di S_n e di Σ_n.

Come dallo spazio S_n proiettando la curva γ^k su S'_n si ottiene δ' di S'_{k-m}, così dallo spazio S'_n proiettando γ^k su S_n si trova δ; e poichè δ' è dell'ordine $k-m$, si conclude che γ^k incontra δ in m punti.

Gli spazi omologhi S_{k-m} ed S'_{k-m} sono direttori di una varietà modello V_{k-m+1} sulla quale appunto è situata la γ^k; lo spazio di appartenenza di questa varietà è $\sigma_{2(k-m)+1}$. In questo spazio un suo iperpiano passante per S_{k-m} taglia la curva δ' di S'_{k-m} in $k-m$ punti, e perciò contiene $k-m$ generatrici; vale a dire quell'iperpiano di $\sigma_{2(k-m)+1}$ taglia la rigata considerata passante per γ^k nella curva δ ed in $k-m$ generatrici; cioè la rigata medesima è dell'ordine $2(k-m)$.

Riepilogando si conclude che *se una curva* γ^k, *unisecante delle generatrici, razionale e normale, sega uno spazio direttore in* m *punti, essa sega tutti gli altri spazi direttori in* m *punti, ed è situata su una varietà modello di indice* k — m; *la rigata luogo delle generatrici ad essa incidenti è dell'ordine* 2 (k — m).

La curva γ^k è situata in $\sigma_{2(k-m)+1}$; deve quindi essere:

$$k \leq 2(k - m) + 1 \;;$$

lo spazio S_{k-m} appartiene ad S_n; si ha perciò:

$$k - m \leq n \;.$$

Da queste due relazioni si ottiene:

$$2m - 1 \leq k \leq n + m \;; \qquad (a)$$

la quale, per $m = n + 1$, dà: $k = 2n + 1$; $n = \frac{k-1}{2}$; cioè: *le curve razionali normali* γ^{2n+1} *di ordine massimo, situate sulla varietà* V_{k+1} *ed unisecanti delle generatrici, sono* n + 1 - *secanti di tutti gli spazi direttori.*

Inversamente, dalla $k \leq n + m$ si ricava che l'indice della varietà modello, passante per γ^k, è minimo quando è massimo il numero m dei punti in cui γ^k è segata da ogni spazio direttore. In particolare, se k è pari ($k = 2s$) la relazione (a) si trasforma nella seguente:

$$2m - 1 \leq 2s \leq m + n \;,$$

la quale dà s per valore massimo di m ed s per valore minimo di n, cioè:

$$2s - 1 \leq 2s \leq 2s \;.$$

Se k è dispari ($k = 2s + 1$) la relazione (a) si trasforma invece nella seguente:

$$2m - 1 \leq 2s + 1 \leq m + n \;,$$

la quale è soddisfatta dal valore massimo $m = s + 1$ e dal minimo $n = s$;

$$2(s + 1) - 1 \leq 2s + 1 \leq 2s + 1 \;.$$

Onde si conclude che *la varietà modello d' ordine minimo passante per una curva razionale normale* γ^k, *unisecante delle generatrici, è dell' indice* $\frac{k}{2}$ *per* k *pari e dell' indice* $\frac{k-1}{2}$ *per* k *dispari. Nel primo caso ogni spazio direttore sega* γ^k *in* $\frac{k}{2}$ *punti; nel secondo caso la sega in* $\frac{k+1}{2}$ *punti. In ambo i casi l' ordine della curva vale il numero dei suoi punti d' intersezione con uno spazio direttore, aumentato dell' indice della varietà* [1].

12. — Ora supponiamo che su V_{n+1} esista una curva razionale normale β^k, di ordine k, bisecante di tutte le generatrici alle quali essa è incidente: sia Γ la superficie rigata, luogo di queste generatrici, e Σ_k lo spazio di appartenenza di γ^k ($k \leq 2n+1$). La traccia di Γ su uno spazio direttore S'_n sia una curva φ' di ordine $p\,(p \geqq q)$ situata nello spazio S'_q in cui S'_n è ferito da $\Sigma_k\,(q \leq n)$. La rigata Γ è dunque situata nello spazio σ_{2q+1} che ha per direttori lo spazio S'_q ed i suoi omologhi in tutti gli S_n. La curva β^k, che è una curva razionale normale dentro σ_{2q+1}, è dunque dell' ordine $k \leq 2q+1$.

Un iperpiano $[2q]$ di σ_{2q+1} passante per S'_q taglia la curva φ'' di S''_q in p punti; quindi contiene p generatrici di Γ; conseguentemente essa sega β^k: 1° nei $2p$ punti su queste p generatrici; 2° negli m punti di β^k situati sulla curva φ''; in totale quindi quello spazio $[2n]$ sega β^k in $2p+m$ punti; cioè si ha: $k = 2p + m$.

Nella $k = 2p + m$ si sostituisca a p il numero $q \leq p$; si ha quindi:

$$2q + m \leq k \leq 2q + 1 \;,$$

la quale relazione dimostra che deve essere $m = 1$; cioè deve essere $k = 2q + 1$.

---

(1) L' esistenza sulla varietà delle curve γ^k e di quelle di cui si discorre in seguito si vedrà (28) nella rappresentazione della varietà stessa su di Σ_{n+1}.

Ancora si noti che le eguaglianze $k = 2q + 1 = 2p + m$, per il fatto che $m = 1$, dànno per risultato $p = q$.

L' iperpiano $[2q]$ testè considerato sega la rigata Γ nella curva φ'' di ordine $p = q$ ed in $p = q$ generatrici; sicchè essa è dell' ordine $2p = 2q$.

Si conclude adunque *che* V_{n+1}, *oltre al sistema delle curve razionali normali* γ^k, *unisecanti delle generatrici ed* m - *secanti degli spazî direttori, possiede il sistema delle curve razionali normali* β^k *unisecanti degli spazî direttori e bisecanti delle generatrici. Le curve* β^k *sono d'ordine dispari* $k = 2q + 1 \leq 2n + 1$, *giacciono su una varietà d' indice* $q \leq n$ *appartenente a* V_{n+1}; *le generatrici, che sono corde di una* β^k, *formano una rigata razionale dell' ordine* $2q$, *la quale sega ogni spazio direttore in una curva razionale normale d' ordine* q.

13. — Scomposizione delle curve razionali e loro proprietà. — Uno spazio Σ_{n+1}, che non contenga alcuna generatrice di V_{n+1}, la sega in generale, come fu veduto (10), in una curva razionale normale γ^{n+1}. Esso non può segarla in due curve distinte o sovrapposte, perchè, ognuna di queste dovendo essere incidente a tutti gli spazî direttori, nello spazio della loro comune appartenenza si troverebbero le ∞^1 rette che congiungono i loro punti d' intersezione con un medesimo spazio direttore; e perciò Σ_{n+1} sarebbe sezione di una varietà di dimensione $< n + 1$.

Uno spazio Σ_{n+1}, pur non contenendo alcuna generatrice di V_{n+1}, può tuttavia segare la varietà in una curva razionale normale γ^{k+1} d' ordine $< n + 1$. Basta considerare una γ^{k+1} situata su una V_{k+1} di V_{n+1} ed m suoi punti M_{i_j} $(j = 1 . 2 \ldots m)$. Per ogni punto M_{i_j} si conduca lo spazio direttore $S_n^{(i_j)}$ nel quale si trova lo spazio $S_k^{(i_j)}$ direttore di V_{k+1}; per M_{i_j} stesso, dentro $S_n^{(i_j)}$ e fuori di $S_k^{(i_j)}$, si conduca uno spazio $S_{p_j}^{(i_j)}$ di dimensione p_j. Tutti gli spazî $S_{p_j}^{(i_j)}$ così costruiti siano indipendenti nel senso altrove indicato (27). La dimensione dello spazio comune d' appartenenza di tutti gli $S_{p_j}^{(i_j)}$ e della γ^{k+1} è $\sum_1^m p_j + k + 1$; onde si deve avere $n + 1 \geq \Sigma p_j + k + 1$ ossia : $n \geq \Sigma p_j + k$.

Se si tien conto degli elementi reali o immaginari o sovrapposti, si può dire che *la sezione di uno spazio* Σ_{n+1} *che non passa*

per alcuna generatrice può essere formata da una curva razionale normale e da m *spazî di varia dimensione situati rispettivamente in* m *spazi direttori e tali che l' indice della varietà eguaglia la somma dell' ordine della curva e delle dimensioni di questi spazî diminuita di un' unità.*

La sezione di V_{n+1} così ottenuta collo spazio Σ_{n+1} non può contenere punti della varietà, oltre quelli situati sugli m spazî e sulla curva residua. Invero, se così fosse, uno spazio generico Σ_n di Σ_{n+1}, condotto per uno di quelli ulteriori punti, segherebbe rispettivamente gli spazi $S_{r_j}^{(j)}$ in spazî $S_{r_j-1}^{(j)}$ e la curva γ^{k+1} in k punti indipendenti; onde conterrebbe in totale gli spazi S_{r_j-1} e $k+1$ punti. Si proverà più tardi (27) che ciò non può accadere.

14. — La varietà V_{n+1} è il luogo delle rette intersezioni degli spazi $[n+1]$ corrispondenti tra loro in due forme proiettive fondamentali di σ_{2n+1} le quali hanno per sostegno due qualunque spazî direttori. Di qui risulta, ove si seghino le due forme con un $[n]$ di un $[n+1]$, 1° *che una curva razionale normale* γ^{n+1} *è il luogo dei punti d' intersezione dei raggi corrispondenti complanari di due stelle proiettive;* 2° *che essa è proiettata da due suoi punti qualunque secondo raggi corrispondenti di stelle proiettive;* 3° *infine, che il suo luogo può scomporsi in* m *spazi lineari di varie dimensioni ed in una curva razionale normale irriducibile, incidente in un sol punto, essa ed il proprio spazio, ad ognuno di quegli* m *spazi e tale che la somma dell' ordine di questa curva e delle dimensioni di tutti gli* m *spazî suddetti eguagli* $n+1$.

15. — **Spazî tangenti a V_{n+1}** — Uno spazio T_{n+1} condotto per un S_n taglia V_{n+1} in una sua generatrice a_m e non contiene altri punti di V_{n+1}; ciò risulta dalla costruzione di V_{n+1} (1). Onde, se M è un punto generico della varietà, per esso passa un solo T_{n+1} che la taglia nella generatrice e nel direttore condotti per M. Naturalmente passano per M infiniti spazî come T_{n+1} e sono quelli formati dalla generatrice a_m e da uno spazio direttore qualsiasi; ma in uno solo, che è quello considerato, la generatrice a_m e il direttore in esso contenuti si tagliano in M.

Una retta l di T_{n+1}, passante per M, che non sia a_m e non sia situata su S_n, determina con a_m un piano δ, il quale sega S_n in una retta r distinta da l. Il piano δ sega così V_{n+1} nelle rette a_m ed r, le quali si tagliano in M; onde la retta l, situata su δ, ha comune con V_{n+1} due punti coincidenti in M, vale a dire essa è *tangente* a V_{n+1} in M. Lo spazio T_{n+1} è dunque *tangente* a V_{n+1} in M; e tangenti altresì in M sono tutti gli spazî lineari, situati in T_{n+1}, passanti per M; come pure tutti gli spazî lineari, di dimensione $> n+1$, passanti per T_{n+1}.

16. — Gli spazî ad i dimensioni ($i \leq n$) tangenti in M, cioè passanti per M e situati in T_{n+1}, sono dunque così distinti: 1° quelli, che diremo *di prima specie*, che passano per a_m e segano S_n in un S_{i-1}; 2° quelli, che diremo *di seconda specie*, che non passano per a_m e segano pure S_n in un S_{i-1}; 3° quelli, che diremo di *terza specie*, che coincidono con un S_i di S_n.

In particolare sono *piani tangenti di prima specie* in M, quelli che segano V_{n+1} nella generatrice a_m ed in una retta r di S_n passante per M; *piani tangenti di seconda specie* quelli che, pur essendo contenuti in T_{n+1}, tagliano V_{n+1} *soltanto* secondo una retta passante per M e situata in S_n; *piani tangenti di terza specie* tutti i piani di S_n che passano per M.

17. — Uno spazio T_i ($2n+1 > i > n+1$) tangente a V_{n+1} in M, cioè passante per T_{n+1}, sega ulteriormente la varietà in una V_{i-n} di indice $i-n-1$, la quale ha per direttore in S_n uno S_{i-n-1} passante per M. Ognuna delle generatrici a_x di V_{i-n} forma con S_n uno spazio T_{n+1} tangente a V_{n+1} nel punto X, in cui a_x ferisce S_n; questo punto X è situato su S_{i-n-1}. Cioè: *uno spazio lineare* T_i ($i > n+1$) *passante per uno spazio direttore* S_n, *è tangente alla varietà* V_{n+1} *in tutti i punti di uno spazio* S_{i-n-1} *situato su* S_n *e taglia ulteriormente* V_{n+1} *in una varietà modello* V_{i-n}.

In particolare, un iperpiano tangente a V_{n+1} la sega in uno spazio direttore S_n ed in una varietà modello V_n; il luogo dei punti di contatto è quello S_{n-1} di S_n che è direttore di V_n.

18. — **Sezioni di V_{n+1} con spazî di dimensione arbitraria.** — Si consideri la V_{n+1} come generata dalla corrispondenza pro-

spettiva tra S''_n ed S'_n. Uno spazio generico Σ_{n+i+1} sega i due direttori rispettivamente in Δ'_i e D''_i, che in generale non si corrispondono nella prospettività suddetta.

Sia Δ''_i l'omologo di Δ'_i; se $i \geq \frac{n}{2}$, Δ''_i e D''_i si tagliano in un S''_{2i-n}. La varietà modello V_{2i-n+1} che ha per direttori S'_{2i-n} e S''_{2i-n} è tutta situata in Σ_{n+i+1}. Questo spazio non contiene alcuna altra generatrice di V_{n+1}; se no taglierebbe S'_n ed S''_n secondo due spazi omologhi, di dimensione $> 2i - n$, conterrebbe cioè una varietà modello d'indice $> 2i - n$, e non sarebbe uno spazio generico. Si conclude che *uno spazio generico* Σ_{n+i+1} $\left(i \geq \frac{n}{2}\right)$ *taglia* V_{n+1} *secondo la serie di* ∞^1 *spazi lineari* $[i]$, *sulla quale sta una varietà modello d'indice* $2i - n$. *Se lo spazio segante* Σ_{n+i+1} *assume posizioni particolari, l'indice della varietà modello che esso contiene aumenta di quanto diminuisce la dimensione degli spazi lineari della serie.*

19. — **Classe di V_{n+1}.** — Uno spazio generico Σ_n incontra (7) la varietà in $n + 1$ punti al più; cioè incontra, al più, $n + 1$ spazi direttori, ognuno in un sol punto; esso forma quindi un iperpiano tangente a V_{n+1} con ognuno di questi $n + 1$ spazi direttori. In altre parole, per Σ_n passano al più $n + 1$ iperpiani tangenti a V_{n+1}. *La classe della varietà* V_{n+1} *è dunque eguale al suo ordine e alla sua dimensione* $n + 1$.

20. — **Sistema delle corde e delle rette unisecanti di V_{n+1}. Proiezione di V_{n+1} da un punto fuori di essa.** — Due spazi T_{n+1} si tagliano in generale in una retta. Le rette dello spazio fondamentale σ_{2n+1} sono ∞^{4n} e le rette intersezioni di due T_{n+1} sono $\infty^{2(n+1)}$; quindi, eccettuato il caso di $n = 1$, non in ogni retta di σ_{2n+1} possono incontrarsi due T_{n+1}. Solo le corde di V_{n+1} godono di tale proprietà, come ora vedremo.

Si consideri una retta l, non situata su V_{n+1}, che incontri questa in due punti distinti M ed N'; sia S_n lo spazio direttore passante per M ed S'_n quello per N'. La generatrice a_m passante per M sega S'_n in un punto M', il quale deve essere distinto da N', se no $l \equiv$ M N' $\equiv$ M M' coinciderebbe con a_m, cioè sarebbe

una generatrice, contro il supposto. Analogamente la generatrice a_n passante per N′ sega S_n in un punto N distinto da M. Lo spazio $T_{n+1} \equiv S'_n l$ è tangente in M′; M′ ed N appartengono a due diversi direttori e non possono perciò coincidere. La retta $l' \equiv$ M′N è dunque una corda di V_{n+1}.

La costruzione precedente è sempre possibile, dato che l incontri V_{n+1} in due punti distinti; quindi, in tal caso, per l passano sempre due spazi tangenti T_{n+1} e T'_{n+1}. È assurdo supporre che ne possa passare un terzo, ad es. T''_{n+1}. Infatti, se così fosse, lo spazio direttore S''_n contenuto in T''_{n+1} dovrebbe allora ferire l in un punto P; il quale non potrebbe coincidere con M o con N′, perchè ivi si incontrerebbero due direttori; e nemmeno potrebbe P essere distinto da M o da N′, perchè allora l sarebbe trisecante di V_{n+1}, cioè situata su V_{n+1}, contro l'ipotesi.

La costruzione inversa conduce, data la corda M′N, a determinare la corda MN′.

21. — Se la retta l è tangente a V_{n+1} in un punto M, cioè se essa è situata nello spazio $T_{n+1} \equiv S_n a_m$ (che contiene il direttore S_n e la generatrice a_m, passanti per M) senza però che essa sia contenuta in S_n, allora per l non passa alcun altro spazio tangente $[n+1]$; perchè, se un altro ne passasse, e fosse ad es. T'_{n+1}, distinto da T_{n+1}, allora — per ciò che fu detto sopra — l segherebbe V_{n+1} in un punto N′ distinto da M, cioè allora $l \equiv$ MN′ sarebbe segante di V_{n+1}, contro il supposto. Il ragionamento vale anche se la retta l anzichè tangente è unisecante di V_{n+1}.

Inversamente: se per l, non situata su V_{n+1}, passa un solo spazio tangente T_{n+1}, la l è unisecante o tangente a V_{n+1}. Invero T_{n+1} contiene S_n che deve tagliare l in un punto X: esso contiene altresì una generatrice a_m che incontra S_n in M, ed in esso non vi sono altri punti di V_{n+1}: quindi la retta l potrebbe ancora eventualmente incontrare V_{n+1} in un altro solo punto A di a_m, distinto da X; ma se ciò accadesse l sarebbe bisecante di V_{n+1} e per essa passerebbero due spazi $[n+1]$ tangenti, contro il supposto. Dunque non esiste il punto A o, se esiste, esso coincide con X: in altre parole l è unisecante o tangente a V_{n+1}.

Si distinguono i due casi dicendo che, se la retta è unisecante, per essa passa un solo T_{n+1} o, se è tangente, ne passano due coincidenti.

22. — Infine si dimostra, per esclusione, che se una retta l non incontra la V_{n+1}, per essa non passa alcuno spazio tangente $[n+1]$; perchè se uno o due ne passassero, essa sarebbe — per ciò che fu dimostrato più sopra — bisecante o tangente od unisecante.

Viceversa: se per l non passa alcuno spazio tangente $[n+1]$ essa non può avere alcun punto comune con V_{n+1}; perchè se ne avesse uno o due o infiniti, passerebbero per essa uno o due o infiniti spazi tangenti T_{n+1}.

Si conclude, riepilogando, che *per una retta* l *dello spazio di appartenenza di* V_{n+1} *passano tanti spazi tangenti* T_{n+1}, *distinti o coincidenti, quanti sono rispettivamente i punti, distinti o coincidenti, che* l *ha comune con* V_{n+1}. *E viceversa.*

23. — Si può anche dire che *il sistema* Δ *delle corde di* V_{n+1} *è il sistema delle rette in cui si tagliano a due a due i suoi spazi tangenti* T_{n+1}.

Abbiamo veduto che, data una corda l, resta individuata la corda l'; e viceversa. Le due corde sono coniugate rispetto alla quadrica V_2, che è determinata dalle due generatrici a_m ed a_n passanti rispettivamente per i due punti M ed N′ in cui l sega V_{n+1}; cioè *le corde di* V_{n+1} *sono accoppiate tra loro involutoriamente.*

Dalle proprietà della quadrica si deduce altresì che, in codesta corrispondenza involutoria, ad ogni tangente a V_{n+1} in un punto M corrisponde una tangente a V_{n+1} nello stesso punto M: due tangenti così accoppiate involutoriamente sono coniugate, dentro lo spazio T_{n+1} tangente in M, in una omologia armonica della stella (M), la quale omologia ha per asse la generatrice a_m e per sostegno della stella di raggi uniti lo spazio direttore S_n.

Alle rette che da M proiettano V_{n+1} corrispondono, nell'involuzione su Δ, le rette dello spazio T_{n+1} tangente in M, che sono incidenti allo spazio direttore S_n ed alla generatrice a_m.

24. — *Per un punto generico O dello spazio fondamentale passano ∞^2 corde di V_{n+1}, le quali stanno in uno spazio ordinario; quelle tra esse che sono tangenti a V_{n+1} formano un cono quadrico tangente a V_{n+1} lungo una conica.*

Si consideri la V_{n+1} come generata dalle rette che congiungono le coppie di punti omologhi di S'_n ed S''_n. Per un punto generico O di σ_{2n+1} passa una sola retta l incidente ad S'_n e ad S''_n, siano A′ e B″ i rispettivi punti d'intersezione; e siano A″ l'omologo di A′ in S''_n e B′ l'omologo di B″ in S'_n.

Le rette omologhe $S'_1 \equiv A'B'$, $S''_1 \equiv A''B''$ sono direttrici di una quadrica V_2 appartenente a V_{n+1} e situata nello spazio $\sigma_3 \equiv S'_1 S''_1$ passante per O.

Tutti i raggi della stella (O) situati in σ_3 sono dunque corde di V_{n+1}. Esse sono le sole che passano per O. Invero si supponga che una retta r uscente da O, distinta da l, ferisca V_{n+1} in due punti M ed N, e su di essa non si faccia alcuna altra ipotesi. Il piano lr taglia V_{n+1} in quattro punti indipendenti, quindi (6) contiene una linea del secondo ordine di V_{n+1} (1). In tal caso lo spazio $[n+2]$ che da S'_n projetta il piano lr sega S''_n in una retta direttrice di una quadrica V'_2 di V_{n+1} la quale deve contenere tutte le generatrici incidenti a quella linea del secondo ordine; contiene quindi, in particolare, non solo le generatrici condotte per M ed N, ma anche quelle condotte per A e B; ne segue che V'_2 coincide con V_2, donde, infine, si deduce che la retta r, su cui non fu fatta alcuna ipotesi, è una corda di V_2, cioè giace in σ_3, come si voleva dimostrare.

Dal teorema segue che *la V_{n+1} è proiettata sopra un iperpiano, da un punto generico dello spazio fondamentale, in una varietà ad* n + 1 *dimensioni, la quale possiede un piano doppio. Su questo piano esiste una conica cuspidale.*

25. — **Spazi lineari non tangenti che segano la varietà V_{n+1} secondo spazi lineari.** — Consideriamo anzitutto uno spazio lineare Σ_n, non tangente a V_{n+1} il quale seghi uno spazio direttore, ad es. S_n, secondo un S_{n-1}. Allora lo spazio Σ_{n+1} di appar-

(1) Non è tutto situato su V_{n+1} perchè O è supposto esterno a V_{n+1}.

tenenza di Σ_n e di S_n contiene una sola generatrice a_m (1) la quale taglia Σ_n in un sol punto.

Se a_m fosse situata su Σ_n, questo sarebbe tangente, ciò che fu escluso. Che poi Σ_n non possa avere due punti di V_{n+1} fuori di S_{n-1}, lo si deduce dalla considerazione che, in tal caso, la retta di questi due punti incontrerebbe S_{n-1} in un punto distinto dai precedenti; sarebbe cioè una trisecante, vale a dire una generatrice di V_{n+1}, e quindi Σ_n sarebbe tangente. Si conclude adunque che *uno spazio* Σ_n, *non tangente a* V_{n+1}, *il quale seghi uno spazio direttore secondo un* $[n-1]$, *deve incontrare ulteriormente la varietà in uno ed in un solo punto.*

Se Σ_n è tangente a V_{n+1} e non coincidente con uno spazio direttore S_n, può essere (16) di prima specie, cioè non contenere una generatrice, ed allora Σ_n non incontra ulteriormente V_{n+1} cioè l'ulteriore punto d'intersezione coincide col punto di contatto: o può essere di seconda specie, cioè contenere una generatrice, ed allora questo è il luogo di tutti gli ulteriori punti d'intersezione di Σ_n con V_{n+1}.

26. — Il teorema precedente si estende nel modo che segue allo spazio Σ_k di dimensione $k < n$, il quale non sia tangente a V_{n+1} e tagli uno spazio direttore S_n secondo uno spazio a $k-1$ dimensione. Si conduca per Σ_k uno spazio Σ_n che seghi S_n secondo un S_{n-1}. Lo spazio Σ_n, che non è tangente a V_{n+1} (se no, contro il supposto, dovrebbe essere pure tangente Σ_k in esso contenuto) oltre ad S_{n-1} contiene un solo punto M di V_{n+1}. Lo spazio Σ_k, che non può essere dentro S_{n-1}, e che anzi taglia S_{n-1} secondo un Σ_{k-1} può passare o no per il punto M; quindi si conclude che *uno spazio lineare* Σ_k (k < n), *il quale tagli uno spazio direttore* S_n *secondo un* $[k-1]$ *e non sia tangente a* V_{n+1}, *può non incontrare ulteriormente* V_{n+1} *o la incontra in un sol punto.*

27. — Si considerino r spazi lineari S_{i_j}, rispettivamente di dimensioni i_j ($j = 1 . 2 \dots r$), rispettivamente situati in r diversi spazi direttori e che siano tra loro *indipendenti* (1). Il loro spazio

---

(1) Gli spazi S_{i_j}, appartenendo rispettivamente ad r spazi direttori e questi non essendo incidenti, sono di certo indipendenti tra loro nello

comune di appartenenza Σ_n sia ad n dimensioni; le loro singole dimensioni, tutte od anche in parte eguali tra loro, anche tutte o in parte nulle, sono legate dalla relazione:

$$n = \sum_{j=1}^{j=r} i_j + (r-1) \qquad (i_j \leq n)$$

la quale risulta dal fatto che gli S_{i_j} sono indipendenti tra loro in Σ_n.

Dimostriamo ora che, per $r \geq 2$ e per $i_j \neq 0$, Σ_n non può incontrare ulteriormente V_{n+1}. Proviamo cioè che è assurdo supporre che Σ_n incontri V_{n+1} in un punto M, fuori degli r spazi direttori considerati. Invero il punto M, con tutti gli spazi S_{i_j}, eccettuato uno di essi, eccettuato, ad es., S_{i_1}, forma uno spazio Δ_{n-i_1} di dimensione.

$$\sum_1^r i_j - i_1 + r - 1 = (n - r + 1) \qquad i_1 + r - 1 = n - i_1 \text{ (1)},$$

il quale sega S_{i_1} in un sol punto perchè $\{i_1 + (n - i_1)\} - n = 0$.

Si possono dunque in Σ_n costruire r spazi Δ_{n-i_j}, tutti passanti per M, ognuno dei quali contiene $r-1$ degli spazi dati S_{i_j} ed incontra l'ultimo in un punto solo. Tutti gli r spazi Δ così costruiti si tagliano in uno spazio D_{r-1} di dimensione

$$\sum_{j=1}^{j=r} (n - i_j) - (r-1)\,n = n\,r - \sum_{j=r}^{j=r} i_j - r\,n + n = n - \sum i_j = r - 1.$$

Questo spazio D_{r-1} evidentemente passa per M e per i punti così individuati su ogni S_{i_j}; cioè D_{r-1} contiene $r+1$ punti di V_{n+1}. Poichè questi $r+1$ punti sono indipendenti tra loro, si

---

spazio fondamentale σ_{2n+1}. Ma quì con la parola *indipendenti* vogliamo dire di più, che non uno degli spazi S_{i_j} contenga l'omologo di un altro nella corrispondenza prospettiva che la V_{n+1} determina sugli spazi direttori; vogliamo dire cioè che dentro uno spazio generico direttore S_n siano indipendenti tra loro gli omologhi di tutti gli S_{i_j}; o in altre parole, che nessuna coppia degli spazi dati S_{i_j} sia attraversata da una generatrice di V_{n+1}.

(1) Si sommano le dimensioni di tutti gli spazi col numero di questi diminuito di uno. Quì, col punto M, gli spazi che formano Δ_{n-i_1} sono r.

deduce (7) che D_{r-1} contiene infiniti punti di V_{n+1}, anzi è incidente ad ogni spazio direttore [1].

Le r generatrici di V_{n+1} che passano per i punti in cui D_{r-1} ferisce gli spazi S_{i_j} stanno nella V_{r-1} il cui spazio direttore S_{r-2} in S_n è determinato dalla intersezione con S_n dello spazio $[n+r-1]$, formato da D_{r-1} e da un altro direttore S'_n. Ne segue che nello spazio S_{r-2} sono contenuti tutti gli spazi che sono omologhi agli r spazi S_{i_j}; cioè dentro S_n gli r spazi omologhi suddetti non sono indipendenti; il che è contro l'ipotesi ammessa. È dunque assurdo supporre, data l'ipotesi, che lo spazio Σ_n contenga un punto M oltre gli r spazi S_{i_j}.

La dimostrazione del teorema vale solo per $i_j \neq 0$. Se tutti i valori di i_j sono nulli, cioè se Σ_n incontra V_{n+1} in $n+1$ punti indipendenti, il teorema è verificato per ciò che fu detto nel n.° 8.

Se alcuni, non tutti i valori di i_j sono nulli, cioè se tra gli r spazî S_{i_j} alcuni sono punti, allora lo spazio D_{r-1} si ritrova con la costruzione che segue. Siano, ad es., k i punti suddetti, cioè quegli spazî S_{i_j} con dimensione zero ($i_1 = i_2 = \ldots = i_k = 0$) ed $r-k$ siano gli altri spazî S_{i_j} ($j = k+1, k+2, \ldots r$) con dimensione non nulla. Il punto M coi k punti determina un $[k]$, il quale projetta tutti gli altri S_{i_j}, eccettuato uno, eccettuato ad es. $S_{i_{k+1}}$, secondo uno spazio di dimensione

$$\left[k + i_{k+2} + i_{k+3} + \ldots + i_r + r - 1 = \sum_1^r i_j + r - 1 - i_{k+1} = n - i_{k+1}\right]$$

il quale sega $S_{i_{k+1}}$ in un solo punto. Si trova quindi ancora, come nella costruzione precedente, uno spazio D_{r-1} che passa per tutti i k punti e per M, il quale sega ognuno degli altri S_{i_j} in un solo punto. Valgono quindi, anche nel caso che si considera, le conclusioni del caso precedente.

Quindi, riepilogando, si ha che *uno spazio Σ_n, il quale non incontri tutti gli spazî direttori, incontra V_{n+1} al più in* r *spazî lineari indipendenti, le cui dimensioni (che possono essere tutte o*

---

[1] Non può essere situato tutto in uno spazio direttore, se no in questo starebbero le sue intersezioni cogli r S_{i_j}: ciò che è assurdo, perchè gli spazi direttori non sono incidenti.

anche in parte eguali tra loro, tutte o in parte nulle od immaginarie) sono legate dalla relazione:

$$n = \sum_{j=r}^{j=r} i_j + (r-1) \ .$$

28. — **Rappresentazione univoca della V_{n+1} su di uno spazio lineare ad $n+1$ dimensione.** — Si consideri in uno spazio direttore S_n uno spazio lineare S_{n-1}.

Ogni spazio non tangente Σ_n, che passi per questo S_{n-1}, deve incontrare V_{n+1} in un punto (25). Se dunque si fissa nello spazio fondamentale uno spazio generico Σ_{n+1}, la V_{n+1} viene univocamente proiettata su questo dallo spazio S_{n-1}; ed ogni punto di Σ_{n+1} rappresenta in generale un punto di V_{n+1}.

Sono *elementi eccezionali nella rappresentazione:* 1° il punto 0, che è traccia di S_n su Σ_{n+1} e che rappresenta tutti i punti di S_n; 2° lo spazio 0_{n-1}, traccia su Σ_{n+1} di quello σ_{2n-1} che è lo spazio di appartenenza della varietà modello W_n della quale è direttore S_{n-1}; su questo 0_{n-1} ogni punto è la traccia di uno spazio proiettante $[k]$ che contiene una ed una sola generatrice di W_n.

Tutte le generatrici di V_{n+1} sono quindi rappresentate dai raggi della stella (0) ed, eccezionalmente, quelle di W_n sono rappresentate dai punti dello spazio 0_{n-1}. Tutti gli spazî direttori sono rappresentati dagli spazî $[n]$ del fascio (0_{n-1}) ed, eccezionalmente, S_n è rappresentato dal punto 0.

Una varietà generica V_k di V_{n+1}, la quale abbia per direttore un S_{k-1} di S_n, è rappresentata in Σ_{n+1} da uno spazio Σ_k passante per 0; sono *elementi eccezionali della rappresentazione di V_k su Σ_k* il punto 0 e lo spazio 0_{k-2}, in cui Σ_k sega 0_{n-1}.

Le curve razionali γ^{n+1}, sezioni spaziali di V_{n+1}, sono rappresentate da curve razionali γ_1 di Σ_{n+1} che passano semplicemente per 0 e segano ogni spazio $[n]$ del fascio (0_{n-1}) in un sol punto; perchè lo spazio d'appartenenza di γ^{n+1} sega S_n ed ogni spazio direttore in un sol punto. Onde le γ_1 hanno per n-segante lo spazio fondamentale 0_{n-1}.

Più generalmente le curve razionali γ^k $(k \leq 2n+1)$ unisecanti delle generatrici ed m-secanti degli spazî direttori sono

rappresentate da curve razionali di ordine k che hanno in 0 un punto m-plo e che hanno per $(k-m)$-segante lo spazio 0_{n-1}.

L'ordine di una γ_1 diminuisce del numero eguale a quello dei punti che eventualmente γ ha comune con S_n. In particolare le γ^{n+1} che sono incontrate in n punti da S_{n-1} sono rappresentate da rette.

Le curve razionali normali β^{2p+1}, bisecanti delle generatrici, sono rappresentate in generale da curve razionali β_1 dell'ordine $2p+1$, passanti semplicemente per 0 e trisecanti le generatrici di un cono razionale normale dell'ordine p il cui vertice è in 0. Infatti un generico $[n+1]$ passante per S_n contiene p generatrici della β^{2p+1} ognuna delle quali porta due punti di β: quindi quelle generatrici di V_{n+1}, che sono anche corde di β, si proiettano su Σ_{n+1} nelle generatrici di un cono razionale dell'ordine p, che ha il vertice in 0. Ogni generatrice di questo cono porta, fuori di 0, due punti della curva β_1; e poichè β_1 passa per 0 segue che β_1 è trisecante di ogni generatrice del cono suddetto. Una curva β deve essere unisecante di ogni spazio direttore; ne risulta che β_1 non solo passa per 0 ma, incontrando in un punto solo ogni spazio $[n]$ del fascio (0_{n-1}), deve incontrare 0_{n-1} in $2p$ punti.

Ancora si osservi che lo spazio S_p, in cui quello di appartenenza di β sega S_n, taglia S_{n-1} in un S_{p-1}; il quale, a sua volta, taglia in p punti la curva che è traccia su S_n delle generatrici bisecanti β. Ne segue che vi sono p di queste generatrici le quali sono rappresentate da p punti di 0_{n-1}; in altre parole, i $2p$ punti suddetti si raccolgono in p punti doppi. Si conclude che le curve β_1 sono in generale dell'ordine $2p+1$, passano semplicemente per 0, incontrano ancora in due punti ogni generatrice del cono d'ordine p suddetto ed hanno p punti doppi su 0_{n-1}.

La sezione di V_{n+1} con un $\Sigma_r\,(r>n+1)$ è una varietà F_{r-n} ad $r-n$ dimensioni: ogni spazio direttore ed, in particolare, S_n taglia F_{r-n} in un S_{r-n-1}; il quale, a sua volta, taglia lo S_{n-1}, direttore della W_n, in un S_{r-n-2}, che è direttore di una W_{r-n-1}, situata su W_n e giacente pure in F_{r-n}. Onde la proiezione di F_{r-n} sullo spazio Σ_{n+1} è una varietà φ_{r-n} che passa per 0, che taglia tutti gli spazî del fascio (0_{n-1}) secondo spazî 0_{r-n-2} di (0_{n-1}): cioè la φ_{r-n} è un cono. La varietà F_{r-n}, che è dell'ordine $n+1$,

ha in comune con S_{n-1} lo spazio S_{r-n-2} e quindi è proiettata su Σ_{n+1} in una varietà dell' ordine

$$n+1-\{(r-n-2)+1\}=2n-r-2 .$$

Riassumendo si conclude che *le sezioni di* V_{n+1} *con gli spazi generici* Σ_r $(r > n+1)$ *sono rappresentate in* Σ_{n+1} *da varietà coniche* φ_{r-n}^{2n-r-2} *di dimensione* r — n *e di ordine* n — r + 2, *che hanno per vertice uno spazio* 0_{r-n-2}.

In particolare $(r=2n)$ le sezioni generiche iperpiane di V_{n+1} sono rappresentate dai coni iperquadrici di Σ_{n+1} formati da ∞^1 spazî $[n-1]$ che passano per un 0_{n-2} di 0_{n-1}.

29. – *Il sistema* Δ *delle corde di* V_{n+1} (20) viene rappresentato dal sistema delle coppie di punti di Σ_{n+1}: una corda incontra V_{n+1} in due punti che sono proiettati in due punti di Σ_{n+1}; e viceversa, dati due punti di Σ_{n+1}, è individuata una corda di V_{n+1}. Come le corde di V_{n+1} sono accoppiate tra loro involutoriamente, così involutoriamente sono coniugate tra loro le coppie di punti in Σ_{n+1}.

Per esempio accenniamo a codesta rappresentazione nel caso di $n=2$; cioè alla rappresentazione sovra un piano Σ_2 delle rette di uno spazio σ_3, considerate quali corde di una quadrica rigata V_2. Nella immagine della quadrica su Σ_2 siano 0 ed 0′ i punti singolari.

Ogni coppia $\overline{A_1 A_2}$ di Σ_2 è l' immagine di una retta di σ_3. Nella involuzione la coppia $\overline{A_1 A_2}$ è coniugata alla coppia $\overline{A_1' A_2'}$ che si ottiene dalla intersezione delle quattro rette che da 0 e da 0′ proiettano A_1 ed A_2.

Ogni tangente a V_2 in un suo punto generico è rappresentata da una coppia di punti coincidenti in un punto A_1 su di una retta a del piano Σ_2. La tangente coniugata è rappresentata dalla coppia di punti coincidenti in A_1 sulla retta a_1, armonicamente separata da a mediante i punti 0 ed 0′.

Tutte le rette di un piano di σ_3 sono rappresentate dalle coppie di punti di una conica passante per i due punti 0 ed 0′.

Le rette di un complesso lineare speciale sono rappresentate dalle coppie di punti che sono su una conica qualunque di un fascio di coniche di cui due punti base sono 0 ed 0′.

Le rette di una congruenza lineare sono rappresentate dalla ulteriore coppia di punti in cui si tagliano due coniche appartenenti a due fasci, i quali hanno in comune due punti base 0 ed 0′.

Nel caso generale le ∞^n tangenti in un punto generico A di V_{n+1} sono rappresentate dalle ∞^n coppie formate dal punto A_1, immagine di A su Σ_{n+1}, e da ognuno degli ∞^n punti ad esso infinitamente vicini. Le coppie di tangenti coniugate sono date dalle coppie di rette che si corrispondono nell'omologia stellare la quale ha per asse $0 A_1$ e per spazio d'omologia lo spazio $A_1\ 0_{n-1}$.

30. — **Estensione del teorema di Pascal sulle coniche alle sezioni iperpiane di V_{n+1}.** — Si consideri su V_{n+1} la figura, che per brevità diremo *esagonale*, costituita da tre generatrici a, b, c e da tre spazi direttori α, β, γ, disposti alternativamente tra loro in ordine ciclico: $a\ \alpha\ b\ \beta\ c\ \gamma$. Ogni generatrice è opposta ad uno spazio direttore. Due *elementi* consecutivi della figura determinano un *vertice*; così si hanno i vertici $(a\,\alpha)$, $(a\,\beta)\ldots(\gamma\,a)$. Due elementi consecutivi determinano altresì una *faccia*, che è uno spazio tangente a V_{n+1}; così si hanno le facce $(n+1)$-dimensionali: $T_{a\alpha}$, $T_{\alpha b}$, $T_{\gamma a}$. Determinano spazi tangenti anche le coppie di elementi opposti; così si hanno gli spazi $T_{a\beta}$, $T_{\alpha c}$, $T_{b\gamma}$. Si denominino rispettivamente A_1, B_1, C_1 i punti di intersezione di due elementi opposti; cioè $C_1 \equiv (a\,\beta)$; $B_1 \equiv (c\,\alpha)$; $A_1 \equiv (b\,\gamma)$. Si dimostrerà ora il teorema: *le tre coppie di facce opposte della figura esagonale considerata si tagliano in tre rette di un medesimo piano*

Invero $T_{a\alpha}$ e $T_{\beta c}$ hanno in comune la retta $(a\,\beta)\,(c\,\alpha) \equiv C_1\,B_1$; analogamente $T_{\alpha b}$ e $T_{\gamma c}$ si tagliano nella retta $B_1\,A_1 \equiv (c\,\alpha)\,(b\,\gamma)$; $T_{b\beta}$ e $T_{\gamma a}$ si tagliano nella retta $A_1\,C_1 \equiv (b\,\gamma)\,(a\,\beta)$. Le tre rette così costruite sono i lati del triangolo $A_1\,B_1\,C_1$ ed il teorema è quindi dimostrato. Evidentemente i tre punti non possono esser in linea retta, se no la loro retta sarebbe una generatrice di V_{n+1} ed essa incontrerebbe le tre generatrici date a, b, c; ciò che è assurdo.

31. — Ora si consideri un iperpiano generico Σ_{2n}. Esso taglia le generatrici a, b, c e gli spazi direttori α, β, γ della figura esa-

gonale rispettivamente nei punti A′, B′, C′ e negli spazi ad $n-1$ dimensione α', β', γ'. Resta così costruita in Σ_{2n} una nuova *figura esagonale* $A'\alpha'B'\beta'C'\gamma'$ formata da sei elementi, punti e spazi, disposti alternativamente tra loro in ordine ciclico; per brevità denomineremo *lati* gli spazi $[n]$ che contengono due elementi consecutivi, cioè gli spazi $A'\alpha'$, $\alpha'B'$, ..., $\gamma'A'$.

Si noti che, data in un Σ_{2n} una figura come $A'\alpha'\ldots\gamma'$, conducendo rispettivamente per A′, B′, C′ le generatrici a, b, c e per α', β', γ' gli spazi direttori α, β, γ, si ricostruisce la figura esagonale precedentemente osservata (30). Ricostruita la quale, si considerino due lati opposti di $A'\alpha'\ldots\gamma'$, come ad es. $A'\alpha'$ e $\beta'C'$; essi sono spazi $[n]$ situati in un $[2n]$ e quindi si tagliano in un punto M; ma $A'\alpha'$ è contenuto in $T_{a\alpha}$ e $C'\beta'$ è in $T_{c\beta}$; $T_{a\alpha}$ e $T_{c\beta}$ si tagliano nella retta $(a\beta)(c\alpha)\equiv C_1B_1$; quindi M è un punto di C_1B_1. Analogamente si prova che i lati opposti $\alpha'B'$ e $C'\gamma'$ si tagliano in un punto N di A_1B_1; e che $B_1\beta_1$ e $\gamma'A'$ si tagliano in un punto Q di A_1C_1; poichè l'intersezione di Σ_{2n} con il piano $A_1B_1C_1$ è una retta, si conclude che M_1, N_1, Q_1, sono in linea retta.

Si ha dunque il seguente teorema, che si può considerare come estensione alle sezioni iperpiane di $V_{n,1}$ del teorema di Pascal per le coniche: *In una sezione iperpiana generica di $V_{n,1}$ si consideri una figura costituita da sei elementi, spazi $[n-1]$ e punti, disposti alternativamente tra loro e in ordine ciclico, costituita cioè da tre spazi $[n-1]$ situati in tre diversi spazi direttori e da tre punti, fuori di questi direttori e situati su tre diverse generatrici; si denominino* lati *di codesta figura gli spazi* [n] *determinati da due suoi elementi consecutivi; le coppie di lati opposti si tagliano in punti di una medesima retta.*

Con tre punti e tre $[n-1]$ di una sezione iperpiana di $V_{n,1}$ si possono costruire $\dfrac{2!\,3!}{2}=6$ diverse figure esagonali. Una sezione iperpiana di $V_{n,1}$ è individuata da due suoi punti e tre spazi $[n-1]$ che non si appartengano; oppure da tre punti e due $[n-1]$.

32. — Omografia (n + 1) - aria in uno spazio lineare [n] — Si considerino tre spazi direttori S'_n, S''_n, S'''_n di una varietà mo-

dello V_{n+1}, ed uno spazio α_n, non appartenente a V_{n+1} e non incidente a quei tre spazî direttori.

Sia V'_{n+1} la varietà modello individuata da S'_n, S'''_n, α_n e sia V''_{n+1} quella individuata da S''_n, S'''_n, α_n. Le generatrici di V'_{n+1} proiettano S'''_n su α_n da S'_n; quelle di V''_{n+1} proiettano S'''_n su α_n da S''_n: onde su α_n è stabilita una corrispondenza omografica Ω, nella quale sono omologhe le tracce delle generatrici di V'_{n+1} e di V''_{n+1} che si incontrano su S'''_n. Gli elementi uniti di Ω sono quindi dati dalle tracce di quelle che sono comuni a V'_{n+1} e a V''_{n+1}: cioè dalle tracce su α_n delle generatrici di V_{n+1}. Queste appartengono evidentemente anche alla varietà modello W_{n+1} che ha per direttori S'_n, S''_n, α_n.

Un' omografia qualunque Ω su di uno spazio lineare α_n può sempre ottenersi nel modo suddetto. Perchè, qualunque sia Ω, essa può essere individuata da $n+2$ punti scelti in modo indipendente nell' una forma e dai loro omologhi nell' altra

$$\Omega \equiv \begin{vmatrix} A'_1 & A'_2 & \dots & A'_{n+2} \\ A''_1 & A''_2 & \dots & A''_{n+2} \end{vmatrix};$$

e individuata che sia in tal modo l' omografia Ω in α_n, si può sempre condurre per α_n uno spazio σ_{2n+1} ed in questo determinare uno spazio indipendente S'''_n, sul quale si possono segnare $n+2$ punti indipendenti B_1, B_2, ... B_{n+2}. Le $n+2$ rette $A'_i B_i$ servono a costruire V'_{n+1}; le $n+2$ rette $A''_i B_i$ servono a costruire V''_{n+1}. Si prende quindi su V' uno spazio direttore S'_n e su V'' uno spazio direttore S''_n; ed infine si costruisce la V_{n+1} che ha per direttori gli spazî S'_n, S''_n, S'''_n.

Si può dunque concludere che *le varie specie di una omografia* (n + 1) - *aria* Ω, *su di uno spazio lineare* α_n, *sono tutte e soltanto quelle che si ottengono dalle varie specie di intersezione che* α_n *può avere con una varietà modello di indice* n; *esse sono date dalle diverse posizioni che* α_n *può avere rispetto a* V_{n+1}.

In particolare la omografia Ω è l' identità, se α_n è uno spazio direttore di V', perchè allora V' e V'' coincidono colla V.

33. — Affinchè l' omografia Ω non sia degenere, occorre che non siano degeneri le V; è quindi necessario che α_n non

incontri tutti i direttori di $V_{n,1}$. Le caratteristiche delle varie specie di un' omografia $(n+1)$-aria non degenere sono perciò quelle sole che si possono dedurre dalla relazione:

$$(1) \qquad n = \sum_{i=1}^{i=r} i_i + (r-1),$$

nella quale gli spazi fondamentali possono essere reali, immaginari o sovrapposti.

Poichè gli r spazî fondamentali sono le intersezioni di α_n con r direttori di $V_{n,1}$ e poichè questi sono indipendenti tra loro in σ_{2n+1}, risulta subito il teorema di Segre: *gli spazî fondamentali di una omografia di uno spazio in se sono indipendenti* (1).

34. — Una omografia $(n+1)$-aria è detta *particolare* se i suoi spazî fondamentali appartengono ad uno spazio di dimensione $< n$. Ora una posizione particolare di α_n rispetto a $V_{n,1}$ può considerarsi come caso limite di una posizione generale dello spazio medesimo; cioè può accadere che α_n, il quale in generale incontra più spazi direttori distinti, incontri due o più spazî direttori infinitamente vicini tra loro, cioè che due o più spazî fondamentali di Ω siano infinitamente vicini tra loro; da questa osservazione si deduce immediatamente l' altro noto teorema di Bertini: *ogni omografia particolare può considerarsi come caso limite di una omografia generale, nella quale gli spazî fondamentali vengono in vario modo a sovrapporsi.*

Il fatto che alcuni degli spazî direttori di $V_{n,1}$ incidenti ad α_n, per la posizione speciale di α_n, siano infinitamente vicini tra loro o che le intersezioni di α_n con $V_{n,1}$ sieno immaginarie, non altera, come fu detto, la relazione (1); quindi si ha il teorema: *per una omografia qualunque (generale o particolare) la somma delle dimensioni degli spazi fondamentali (reali, immaginari o sovrapposti), accresciuta del numero degli spazi stessi, è eguale alla dimensione dello spazio ambiente aumentato di una unità.*

(1) Per tutte le notizie bibliografiche rimando al citato Trattato del Bertini: per il teorema ora ricordato e per i seguenti sull' omografia, veggasi in particolare pag. 63 e seguenti del Trattato medesimo.

35. — Nella costruzione dell' omografia Ω abbiamo veduto che essa è il prodotto di due prospettività; la prima si ha proiettando da S_n lo spazio α_n, considerato come luogo dei punti A'_1, $A'_2 \ldots$, sullo spazio S'''_n; la seconda si ha proiettando S'''_n da S''_n sullo spazio α_n, considerato come luogo dei punti A''_1, $A''_2, \ldots$ È quindi evidente che *una omografia generale è individuata dai suoi spazi fondamentali e dagli invarianti assoluti.* Ciò risulta dal fatto che dare un' omografia binaria coi due punti fondamentali e il suo invariante assoluto, vale quanto dire che le due punteggiate sovrapposte sono proiezioni di una terza; e viceversa: dare i due punti fondamentali di una proiettività tra due punteggiate sovrapposte e supporre contemporaneamente che le due punteggiate siano proiezioni di una terza, vale quanto dare anche l' invariante assoluto della proiettività. Ora in Ω due punteggiate proiettive sovrapposte, il cui sostegno congiunga due punti di due distinti spazî fondamentali di Ω, sono sempre proiezioni di una stessa punteggiata di S'''_n dai due centri S'_n ed S''_n.

36. — La totalità delle omografie generali di α_n, che hanno gli stessi spazî fondamentali, è quindi funzione del numero dei loro invarianti assoluti indipendenti; o viceversa, questo numero dipende da quella totalità. Cerchiamo dunque quante omografie generali si possano costruire in α_n, dati che siano gli r spazi fondamentali $S_{i_j}^{(\alpha)}$ $(j = 1 . 2 \ldots r)$.

Nello spazio σ_{2n+1} si costruiscano i due spazî indipendenti S'''_n ed S'_n e la varietà V'_{n+1} che ha per direttori S'''_n, S'_n, α_n. Su questa giaceranno le r varietà che hanno rispettivamente per direttori $S_{i_j}^{(\alpha)}$ ed i loro omologhi in S'''_n ed S'_n. Qualsivoglia spazio $[n]$ direttore di V'_{n+1} sega ognuna di quelle r varietà in un suo spazio direttore.

Si prenda uno spazio S''_n che seghi ognuna delle r varietà medesime secondo un suo spazio direttore, ma che però non sia spazio direttore di V'_{n+1}. Può sempre costruirsi uno spazio siffatto perchè gli spazi d'appartenenza delle r varietà sono indipendenti tra loro e perchè, le omografie di α_n essendo supposte generali, deve sempre essere $n = \Sigma\, i_j + r - 1$; la totalità degli spazî S''_n così costruibili è ∞^r, potendosi associare tra loro r spazi scelti ad arbitrio ognuno da ogni serie degli ∞^1 direttori delle r varietà.

Le due proiezioni di S_n da S'_n e da S''_n determinano su α_n una delle omografie volute; ogni S''_n determina una V''_{n+1}; però vi sono ∞^1 S''_n che determinano una stessa V''_{n+1}; e sono tutti gli spazî direttori di questa, esclusi α_n ed S'''_n. Si possono dunque costruire ∞^{r-1} diverse varietà come V''_{n+1}. Cioè vi sono ∞^{r-1} omografie in α_n che hanno gli r spazi fondamentali $S^{(\alpha)}_{ij}$; o in altre parole, *una omografia generale* Ω *con* r *spazi fondamentali ha* r - 1 *invarianti assoluti indipendenti.*

37. — Nella costruzione indicata (32) dell'omografia Ω si osservi: che un punto A di S'''_n è proiettato da S'_n e da S''_n rispettivamente in due punti A' ed A'' di α_n che sono omologhi in Ω; che $A'A$ è una generatrice di V'_n e ferisce S'_{n+1} in un punto $A^{(1)}$; analogamente $A''A$ è una generatrice di V''_{n+1} la quale ferisce S''_n in un punto $A^{(2)}$; che $A^{(1)}A^{(2)}$ è una generatrice di W_{n+1} incidente ad $A'A''$; che anzi $A'A''$ è la proiezione di $A^{(1)}A^{(2)}$ su α_n dallo spazio S'''_n; si conclude che le rette che congiungono due punti corrispondenti di Ω sono proiezioni delle generatrici di W_{n+1} dallo spazio S'''_n su α_n.

Si osservi ancora che, se $S^{(\alpha)}_{ij}$ è uno spazio fondamentale di Ω, ogni suo punto è traccia di una generatrice, la quale è comune alle quattro varietà V', V'', V''', W; resta quindi determinato in S'''_n uno spazio $S^{(3)}_{ij}$ per il quale passa uno spazio direttore Σ_n di W_{n+1}. Questo spazio direttore Σ_n è proiettato da S'''_n su α_n in uno spazio $\Sigma^{(\alpha)}_{n-i_j-1}$ che contiene tutti gli spazî fondamentali di Ω, eccettuato $S^{(\alpha)}_{ij}$ perchè Σ_n è incidente a tutte le generatrici di W_{n+1} e quindi anche a tutte quelle che determinano gli spazi fondamentali contenuti in $\Sigma^{(\alpha)}_{n-i_j-1}$. In altre parole ogni sostegno $\Sigma^{(\alpha)}_{n-i_j-1}$, coniugato ad uno spazio fondamentale $S^{(\alpha)}_{ij}$, è proiezione da S'''_n su α_n di uno spazio direttore di W_{n+1}.

Combinando le due osservazioni precedenti colla proprietà che gli spazi direttori di W_{n+1} segano le generatrici in punteggiate proiettive, si deduce il teorema di Bertini che *tutte le punteggiate formate da due punti corrispondenti in* Ω *e dagli* r *punti, ove la loro congiungente taglia gli spazi coniugati a quelli fondamentali, sono proiettive tra loro.*

38. — Se il punto A descrive in S''_n uno spazio S''_{i_j+1} passante per S''_{i_j}, i punti A' ed A'' descrivono rispettivamente due spazi $[i_j+1]$ di α_n omologhi tra loro in Ω; i quali perciò sono posti tra loro in corrispondenza prospettiva. Il centro di prospettività è sullo spazio $\Sigma^{(\alpha)}_{n-i_j-1}$; e mentre questo centro si muove su $\Sigma^{(\alpha)}_{n-i_j-1}$ ognuno degli spazî $[i_j+1]$ suddetti descrive una forma proiettiva allo spazio punteggiato descritto da quel centro. Resta così verificato il teorema di SEGRE: *due spazî corrispondenti* $[i_j+1]$ *nella omografia* Ω, *che passano per uno spazio fondamentale* S_{i_j} *sono prospettivi da un punto dello spazio coniugato* S_{n-i_j-1} *ed esiste proiettività tra le forme descritte dall' uno o dall' altro di quei due* $[i_j+1]$ *e quelle descritte dal loro corrispondente centro di prospettività.*

39. — In uno spazio Σ_{3n+2} siano dati tre spazî indipendenti α_n, β_n, S''_n. Nello spazio $\sigma_{2n+1} \equiv \alpha_n S_n$ si possono costruire come precedentemente (32) due spazî S'_n ed S''_n dai quali i punti di S''_n sono proiettati su α_n nelle coppie di punti omologhi di una omografia Ω. Gli spazi fondamentali di Ω sono rispettivamente proiettati tanto da S'_n quanto da S''_n negli spazî $S^{(\alpha)}_{i_j}$ di S''_n.

Se ora vien data in uno spazio generico β_n una omografia π, colle stesse caratteristiche e coi medesimi invarianti assoluti della Ω, si possono costruire nello spazio $\sigma'_{2n+1} \equiv \beta_n S''_n$, nel modo precedentemente indicato (36), due spazî Σ'_n e Σ''_n dai quali i punti di S''_n sono proiettati su β_n nelle coppie di punti corrispondenti di π.

La costruzione precedente suppone che α_n e β_n siano indipendenti. Se invece lo spazio β_n coincide od è incidente ad α_n, allora lo si proietta da uno spazio generico $[n]$ su uno spazio generico β'_n; la omografia π vien proiettata in una omografia π' di β'_n; e si può ripetere per questa la costruzione indicata più sopra.

Si conclude che le due omografie Ω e π, in ogni caso, sono proiettivamente identiche perchè sono trasformate l' una nell' altra mediante operazioni elementari: cioè *due omografie qualunque, aventi le stesse caratteristiche e gli stessi invarianti assoluti, sono proiettivamente identiche.*

La dimostrazione ora data vale anche se le omografie Ω e π sono particolari; lo stesso dunque dicasi del teorema ora enunciato.

40. — Siano date due omografie Ω e π in uno spazio σ_n, proiettivamente identiche. La prima sia ottenuta proiettando uno spazio S'_n da due centri; ed analogamente sia ottenuta la seconda come proiezione di uno spazio S''_n da altri due centri. I due spazî S'_n ed S''_n possono essere supposti non incidenti. Una corrispondenza proiettiva che trasformi Ω in π determina una corrispondenza omografia tra S'_n ed S''_n; e viceversa. Ne segue che la totalità delle omografie distinte che trasformano Ω in π è data dalla totalità delle omografie che legano S'_n ad S''_n; o a meglio dire, dalla totalità dei modi diversi in cui si possono mettere in corrispondenza prospettiva due spazî non incidenti S'_n ed S''_n situati in un σ_{2n+1}. La omografia Ω ottenuta mediante una doppia proiezione da S'_n determina in questo j spazî S'_{i_j} $(j = 1 . 2 \ldots r)$ ognuno dei quali rispettivamente è proiezione comune, dai due centri dati, degli spazî caratteristici $S_{i_j}^{(\Omega)}$ della omografia Ω. Analogamente in S''_n sono determinati gli spazî S''_{i_j}, corrispondenti agli $S_{i_j}^{(\pi)}$ della π.

Come la trasformazione di Ω in π, fa corrispondere ordinatamente tra loro gli spazî fondamentali $S_{i_j}^{(\Omega)}$ ed $S_{i_j}^{(\pi)}$, così la prospettività tra S'_n ed S''_n deve far corrispondere ordinatamente gli spazi S'_{i_j} agli spazî S''_{i_j}. Uno spazio S'_{i_j} ed il corrispondente S''_{i_j} sono messi in relazione di prospettività quando, presi $i_j + 2$ punti indipendenti di S'_{i_j}, si assegni come corrispondente ad ognuno di essi un punto generico di S''_{i_j}; indi si costruiscano le $i_j + 2$ rette che congiungono le coppie di punti assegnati come corrispondenti; e si prenda poi per centro di proiezione uno degli ∞^1 spazî Σ_{i_j} incidente a tutte codeste rette.

Se in tal modo si costruiscono r spazi $\Sigma_{i_1}\ \Sigma_{i_2} \ldots \Sigma_{i_r}$ lo spazio della loro comune appartenenza Σ_n metterà in corrispondenza prospettiva nel modo voluto S'_n ed S''_n.

Dalla costruzione di uno spazio Σ_{i_j} indicata precedentemente si deduce che ogni coppia $S'_{i_j}\ S''_{i_j}$ è messa in corrispondenza prospettiva in $\infty^{(i_j+2)\, i_j}$ modi diversi. D'altronde uno spazio Σ_n si può costruire in ∞^r modi diversi, perchè ognuno degli r spazî Σ_{i_j}

si può prendere in ∞^1 modi diversi; però si noti che ∞^1 posizioni di Σ_n danno la medesima proiezione di S'_n su S''_n; quindi la totalità delle diverse prospettività è $\infty^{\Sigma (i_j + 2) i_j + r - 1}$.

Se si tien conto che $\sum_1^r (i_j + 1)^2 = \Sigma (i_j + 2) i_j + r$, si conclude in definitiva il teorema noto che *due omografie proiettivamente identiche sono trasformate l'una nell'altra in* $\infty^{\sum_1^r (i_j + 1)^2 - 1}$ *modi diversi*. Il teo rema vale anche se le omografie sono particolari.

41. — Ciò che siamo venuti dicendo fin qui si può riassumere nella proprietà che *un'omografia qualunque di uno spazio* α_n *in sè si ottiene proiettando su questo una varietà* V_{n+1} *irriducibile da due spazî direttori della varietà stessa; od anche proiettando su* α_n *una curva razionale normale* γ^{n+1}, *irriducibile o no, situata in uno spazio* [n + 1] *passante per* α_n, *da due punti generici della curva stessa;* la quale seconda proprietà è conseguenza immediata del fatto che uno spazio Σ_{n+1} passante per α_n sega la varietà in una curva irriducibile o no di ordine $n + 1$.

Se l'omografia è particolare lo spazio α_n sega V_{n+1} in punti o spazî alcuni dei quali infinitamente vicini tra loro e quindi contiene rette o spazî, di dimensione $< n$, che sono tangenti alla varietà. Od anche si può dire che se l'omografia è particolare e se essa si considera ottenuta da una curva γ^{n+1} possono accadere due casi: 1° la curva è irriducibile ed allora i punti fondamentali dell'omografia diventano punti di contatto di rette tangenti o di piani osculatori o di spazî iperosculatori alla curva; 2° la curva è decomposta in una curva d'ordine $< n + 1$ ed in spazî incidenti in un solo punto ad essa ed al suo spazio d'appartenenza ed allora vi possono essere punti fondamentali dell'omografia situati come i precedenti sulla curva e possono esservi anche spazî non contenuti nello spazio d'appartenenza della curva e che hanno contatto con questa; essi segano o passano per gli spazi dati incidenti alla curva.

Sono questi spazi tangenti alla V_{n+1} od alla curva γ^{n+1} che sono denominati dal Predella *spazi caratteristici* delle omografie particolari. Su di essi sono venuti a coincidere in vario modo alcuni spazi fondamentali.

42. — Diamo un esempio colla classificazione delle varie specie di omografie non degeneri di uno spazio ordinario in sè.

La formola $n = \Sigma\, i_j + (r-1)$ applicata al caso di $n = 3$ dà le soluzioni possibili seguentii :

$$\begin{array}{lll} r=4 & \Sigma\, i_j = 0 & i_1 = i_2 = i_3 = i_4 = 0 \\ r=3 & \Sigma\, i_j = 1 & i_1 = 1 \quad i_2 = 0 \quad i_3 = 0 \\ r=2 & \Sigma\, i_j = 2 & i_1 = 1 \quad i_2 = 1 \\ & & i_1 = 2 \quad i_2 = 0 \\ r=1 & \Sigma\, i_j = 3 & i_j = 3\ . \end{array}$$

Adottando i simboli del PREDELLA con le denominazioni pure adottate dal BERTINI, si hanno le omografie della prima classe $(r = 4)$: $[0\,0\,0\,0]$, $[(0\,0)\,0\,0]$, $[(0\,0)\,(0\,0)]$, $[(0\,0\,0)\,0]$, $[(0\,0\,0\,0)]$, $[0\,0\,0_i\,0_i]$, $[0_i\,0_i\,(0\,0)]$, $[0_i\,0_i\,0_i\,0_i]$.

Esse sono ottenute nel modo che segue: lo spazio ordinario α_3 sega V_4 di σ_7 in quattro punti distinti e si ha l'omografia di simbolo $[0\,0\,0\,0]$; 2° o la tocca in un punto e la sega in due altri distinti e si ha la $[(0\,0)\,0\,0]$; lo spazio contiene allora la retta tangente a V_4 nel punto di contatto, la qual tangente è una retta caratteristica dell'omografia particolare; 3° ovvero α_3 tocca V_4 in due punti distinti e si ha la $[(0\,0)\,(0\,0)]$ la quale contiene allora come spazi caratteristici le due rette tangenti; 4° ovvero α_3 oscula V_4 in un punto e la sega altrove e si ha la $[(0\,0\,0)\,0]$; il piano osculatore è piano caratteristico. E così via dicendo per i casi 5°, 6°, 7°, 8° in cui α_3 abbia un contatto di terzo ordine con V_4; o tagli V_4 in punti immaginari.

Per $r = 3$ le varie specie di omografie della seconda classe si ottengono come segue: 1° α_3 sega V_4 in una retta e in due punti situati rispettivamente su tre spazî direttori distinti e si ha la $[1\,0\,0]$; 2° o i due spazi in cui si trovano i due punti sono immaginari e si ha la $[1\,0_i\,0_i]$; 3° od α_3, pur segando V_4 in una retta, la tocca altrove in un punto e si ha la $[1\,(0\,0)]$; allora la tangente in quel punto è situata in α_3 ed è una retta caratteristica della omografia; 4° o dei due punti in cui α_3 sega ulteriormente V_4 uno solo è infinitamente vicino alla retta d'intersezione ed allora l'omografia particolare di caratteristica $[(1\,0)\,0]$ ha per piano caratteristico il piano che passa per la retta medesima e per il punto

suddetto che le è infinitamente vicino, il qual piano è contenuto in α_3 ed è tangente a V_4; 5°, 6° e 7°, se il piano α_3 taglia V_4 in una retta e in due punti che sono infinitamente vicini a questa, potranno accadere due casi; cioè che i due punti siano tra loro infinitamente vicini o no; e se questi sono infinitamente vicini possono tuttavia essere distinti o no i due piani caratteristici.

Per esaminare in modo più chiaro questi tre ultimi diversi casi possiamo immaginare che l'omografia sia ottenuta dalla intersezione di α_3 con una quartica scomposta in una cubica γ^3 di uno spazio ordinario ed in una retta a, fuori di questo spazio ordinario, ma incidente a γ^3 in un punto A e passante per un punto B′ infinitamente vicino ad un altro punto B di γ^3.

Lo spazio α_3 tagli la cubica in B ed in A ed in un punto infinitamente vicino ad A.

Se B è distinto da A, l'omografia possiede due piani caratteristici distinti, passanti per a; l'uno è tangente a γ^3 in A: l'altro è tangente a V_4 in B ma non a γ^3 (V_4 è la varietà su cui è costruita la quartica considerata). Adottiamo per questa omografia il simbolo [(1 0 0)].

Se B è infinitamente vicino ad A, pur restando a fuori dello spazio ordinario di γ^3, ancora i due piani caratteristici possono rimanere distinti come nel caso precedente. Adottiamo per questa omografia il simbolo [(1 (0 0))].

Se i due piani divengono infinitamente vicini si ha una più particolare omografia che si può rappresentare col simbolo $[(1\overline{00})]$.

Nella classificazione del Predella i tre casi precedenti sono rappresentati insieme dal solo simbolo [(1 0 0)].

La costruzione della [(1 0 0)] o della [(1 (0 0))] si può ottenere nello spazio ordinario α_3 con due omologie su due piani distinti, le quali abbiano in comune l'asse ed i cui centri, distinti o no, siano sull'asse medesimo.

La costruzione della $[(\overline{100})]$ si ottiene con un'omologia su di un piano α che abbia per asse una retta a e per centro un punto O di a; con una proiettività parabolica tra i piani del fascio (a) la quale abbia α per piano unito, ed infine con due rette sghembe corrispondenti passanti rispettivamente per due punti omologhi distinti dell'omologia piana data su α.

Per $r=2$, $i_1=1$, $i_2=1$, si hanno le omografie della terza

classe; le quali si costruiscono in uno spazio α_3 che tagli due spazî direttori di V_4, reali od immaginari, o coincidenti, rispettivamente in due rette; quindi si hanno le tre caratteristiche $[1\ 1]$, $[(1\ 1)]$, $[1_i\ 1_i]$.

Per $r=2$, $i_1=2$, $i_2=0$, si hanno le due omografie della quarta classe, costruite in uno spazio α_3 che tagli due spazi direttori, distinti o coincidenti, l'uno in un piano e l'altro in un punto; onde le due caratteristiche della omologia spaziale: $[2\ 0]$, $[(2\ 0)]$.

Per $r=1$ lo spazio α_3 è uno spazio direttore di V_4 e l'omografia è l'identità $[3]$.

Riepilogando, si possono distinguere le omografie dello spazio ordinario, con i simboli e le denominazioni seguenti:

prima classe: $[0\ 0\ 0\ 0]$, $[(0\ 0)\ 0\ 0]$, $[(0\ 0)\ (0\ 0)]$, $[(0\ 0\ 0)\ 0]$,
$[(0\ 0\ 0\ 0)]$, $[0\ 0\ 0_i\ 0_i]$, $[0_i\ 0_i\ (0\ 0)]$, $[0_i\ 0_i\ 0_i\ 0_i]$.

seconda classe: $[1\ 0\ 0]$, $[1\ 0_i\ 0_i]$, $[1\ (0\ 0)]$, $[(1\ 0)\ 0]$, $[(1\ (0\ 0))]$,
$[(1\ 0\ 0)]$, $[(\overline{1\ 0\ 0})]$.

terza classe e prima specie: $[1\ 1]$, $[(1\ 1)]$, $[1_i\ 1_i]$.

terza classe e seconda specie: $[2\ 0]$, $[(2\ 0)]$,

quarta classe: $[3]$.

43. — Diamo ancora un altro esempio colla classificazione delle omografie di uno spazio di quattro dimensioni in sè.

La nota formula dà le soluzioni:

1ª classe		$r=5$	$\Sigma_{i_j}=0$	$i_1=i_2=\ldots=i_5=0$
2ª classe		$r=4$	$\Sigma_{i_j}=1$	$i_1=1 \quad i_2=i_3=i_4=0$
3ª classe	(1ª specie)	$r=3$	$\Sigma_{i_j}=2$	$i_1=1 \quad i_2=1 \quad i_3=0$
„	(2ª specie)	$r=3$	$\Sigma_{i_j}=2$	$i_1=2 \quad i_2=i_3=0$
4ª classe	(1ª specie)	$r=2$	$\Sigma_{i_j}=3$	$i_1=1 \quad i_2=2$
„	(2ª specie)	$r=2$	$\Sigma_{i_j}=3$	$i_1=3 \quad i_2=0$
5ª classe		$r=1$	$\Sigma_{i_j}=4$	$i_1=4$.

Le omografie della *prima classe* hanno i simboli:

$[0\ 0\ 0\ 0\ 0]$, $[0\ 0\ 0\ (0\ 0)]$, $[0\ 0\ (0\ 0\ 0)]$, $[0\ (0\ 0\ 0\ 0)]$,
$[(0\ 0\ 0\ 0\ 0)]$, $[0\ (0\ 0)\ (0\ 0)]$, $[(0\ 0)\ (0\ 0\ 0)]$, $[0\ 0\ 0\ 0_i\ 0_i]$,
$[0\ 0_i\ 0_i\ 0_i\ 0_i]$, $[0\ 0_i\ 0_i\ (0\ 0)]$, $[0_i\ 0_i\ (0\ 0\ 0)]$

e si ottengono dalle diverse sezioni che si possono fare su una quintica razionale normale irriducibile con uno spazio a quattro dimensioni.

Le omografie della *seconda classe* hanno i simboli che si distribuiscono in quattro gruppi nel modo che segue:

$$[1\,0\,0\,0],\quad [1\,0\,(0\,0)],\quad [1\,(0\,0\,0)],\quad [1\,0\,0_i\,0_i]$$

$$[(1\,0)\,0\,0],\quad [(1\,0)\,(0\,0)],\quad [(1\,0)\,0_i\,0_i]$$

$$[(1\,0\,0)\,0],\quad [(1\,(0\,0))\,0].\quad [(\overline{1\,0\,0})\,0]$$

$$[(1\,0\,0\,0)],\quad [(1\,(0\,0)\,0)],\quad [(1\,(0\,0\,0))],\quad [(\overline{1\,0\,0}\,0)],\quad [(\overline{1\,0\,0\,0})].$$

Quelle del primo gruppo si ottengono segando una linea del 5º ordine di uno spazio a cinque dimensioni, la quale sia composta di una quartica razionale normale γ^4 e di una retta a che la incontra in un punto A, con uno spazio a quattro dimensioni condotto per a e che tagli o tocchi la curva in punti non infinitamente vicini ad A.

Quelle del secondo gruppo si ottengono invece con spazi a quattro dimensioni passanti per a e per la tangente a γ^4 in A ma che non hanno con la curva altri punti comuni infinitamente vicini ad A.

La costruzione di quelle del terzo e quarto gruppo si può fare associando un' omografia della terza classe di uno spazio ordinario con una omologia piana; o, direttamente, nel modo che segue.

Siano β, γ, δ tre piani distinti dello spazio α_4, passanti per una medesima retta s e non appartenenti ad un medesimo spazio ordinario. Su ognuno di essi sia data un' omologia coll' asse s.

Se dei tre centri delle omologie uno solo è situato fuori di s e gli altri due sono distinti o coincidenti su s, si hanno rispettivamente in α_4 le omografie $[(1\,0\,0)\,0]$ ed $[(1\,(0\,0))\,0]$.

Se tutti i tre centri sono su s si hanno le omografie $[(1\,0\,0\,0)]$, $[(1\,(0\,0)\,0)]$, $[(1\,(0\,0\,0))]$ corrispondenti rispettivamente ai casi in cui i tre centri siano distinti tra loro, o due o tutti tre coincidenti in uno.

Le omografie ora considerate $[(1\,(0\,0))\,0]$, $[(1\,(0\,0)\,0)]$ subordinano nel fascio determinato dai piani β e γ una proiettività iperbolica, la quale ha questi due piani come elementi uniti. Si

supponga che γ coincida con β e che la proiettività suddetta si trasformi in una proiettività parabolica con β unito. Allora le due omografie suddette si trasformano rispettivamente nella $[(\overline{1\,0\,0})\,0]$ e nella $[(\overline{1\,0\,0}\,0)]$.

Infine si supponga che nella $[(1\,0\,0\,0)]$ ambo le proiettività iperboliche $(\beta\,\gamma)$ e $(\beta\,\delta)$ si trasformino in paraboliche, ognuna con l' elemento unito β, per modo che insieme coincidano le tre omologie piane. In altre parole si consideri nel piano β un' omologia di asse s col centro 0 su s; per β si conducano due spazî ordinari in ognuno dei quali sia costruita nel fascio di piani di asse s una proiettività parabolica che abbia β come piano unito. Nell'uno e nell'altro spazio si considerino come omologhe due rette sghembe uscenti da due punti omologhi del piano β. Si costruirà così l' omografia $[(\overline{1\,0\,0\,0})]$.

Le omografie della *terza classe e di prima specie* hanno i simboli:

$$[1\,1\,0],\quad [(1\,1)\,0],\quad [(1\,0)\,1],\quad [(1\,1\,0)],\quad [1,\,1,\,0]\;;$$

esse si deducono dalle omografie $[1\,1]$, $[(1\,1)]$, $[1,\,1,]$ dello spazio ordinario. Associando ad esempio la $[1\,1]$, contenuta in uno spazio α_3, con la prospettività stabilita su due rette omologhe, situate fuori di α_3 ma concorrenti in un punto di un asse della $[1\,1]$, si determina la $[1\,(1\,0)]$. Analogamente dicasi di tutte le altre.

Le omografie della *terza classe e di seconda specie* hanno i simboli:

$$[2\,0\,0],\ [(2\,0)\,0],\ [2\,(0\,0)],\ [(2\,0\,0)],\ [(2\,(0\,0))],\ [(\overline{2\,0\,0})],\ [2\,0,\,0,]\,.$$

Esse sono ottenute da una quintica scomposta in un piano ed in una cubica sghemba unisecante del piano.

Direttamente, in uno spazio α_4 le $[2\,0\,0]$, $[2\,(0\,0)]$, $[2\,0,\,0,]$ si costruiscono associando la identità $[2]$ su di un piano ad una proiettività iperbolica, parabolica od ellittica $[0\,0]$, $[(0\,0)]$, $[0,\,0,]$ su di una retta non incidente a quel piano.

La $[(2\,0)\,0]$, la $[(2\,0\,0)]$ e la $[(2\,(0\,0))]$ si costruiscono direttamente con due omologie in due spazî ordinari α_3 e β_3 che hanno comune il piano d' omologia; nel primo caso una sola delle due omologie ha il centro sul piano; nel secondo caso i

due centri sono sul piano ma distinti tra loro; nel terzo sono anche coincidenti.

La omografia precedente [(2 (0 0))] subordina nel fascio $(\alpha_3\ \beta_3)$ una proiettività iperbolica che ha questi due spazî come elementi uniti. Se questa proiettività si fa parabolica e le due omologie spaziali in α_3 ed in β_3 si confondono in una sola, allora si ha l'omografia $[(\overline{2\,0\,0})]$.

Le omografie della *quarta classe e di prima specie* hanno i simboli:

$$[2\ 1]\,,\quad [(2\ 1)]\,.$$

La prima è costruita mediante le due identità [2] ed [1] situate rispettivamente su un piano ed una retta non incidenti ed è individuata da un invariante assoluto. La seconda si può costruire direttamente colla identità [2] su di un piano e con due proiettività paraboliche, su due rette distinte incidenti in punti diversi a quel piano ma non ambidue situate con esso in un medesimo spazio ordinario, le quali proiettività abbiano per punto unito il punto di incidenza sul piano.

Le omografie della *quarta classe e seconda specie* sono le omologie:

$$[3\ 0]\,,\quad [(3\ 0)]\,.$$

L'omografia della *quinta classe* è l'identità: [4].

44. — **La figura duale di V_{n+1}** — La V_{n+1}, considerata come luogo è duale di una varietà W_{n+1} dello stesso indice considerata come inviluppo. Alle generatrici punteggiate di V_{n+1}, intersezioni di due $[n-1]$ omologhi in due stelle proiettive, le quali hanno per centri due spazî direttori, corrispondono dualmente in W_{n+1} i fasci di iperpiani, che hanno per sostegno gli spazi σ_{2n-1} congiungenti due $[n-1]$ omologhi nella omografia stabilita tra due spazî direttori.

In generale, alle varietà modello di indice k di V corrispondono gli inviluppi che hanno per sostegno un $\sigma_{2(n-k)-1}$ e che tagliano gli spazi direttori di W in spazi omologhi $[n-k-1]$.

Agli iperpiani tangenti a V che passono per un T_{n+1} corrispondono i punti di un $[n-1]$ situato in uno spazio direttore di W. Ecc.

45. — **Correlazione di uno spazio lineare in sè.** — Dalle proprietà della V_{n+1} si possono dedurre quelle delle correlazioni di un S_n in sè nel modo stesso col quale furono dedotte quelle delle omografie.

Basta notare che una correlazione stabilita su due spazi direttori distinti S'_n ed S''_n è proiettata da un terzo direttore S'''_n sovra un generico α_n in una correlazione di questo ultimo spazio in sè.

Indichiamo l' argomento parendoci sufficiente alla sua trattazione quello che abbiamo particolarmente detto sull' omografia.

Venezia, gennaio 1918.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 22 Agosto 1918)

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1917-1918 - Tomo LXXVII - Parte seconda.

Stato linfatico della vescica urinaria

Nota anatomica del prof. G. CAGNETTO

(Memoria presentata alla Presidenza durante l'anno accademico 1917-18)

Nel paragrafo di istologia normale, che riguarda la struttura della vescica urinaria umana, vi è tuttora disparità di vedute intorno a due tra i costituenti della parete di quest'organo: le ghiandole mucipare, che da alcuni aa. sono, anche di recente, ammesse (Aeby (1), Gegenbaur (2), Szymonovicz (3), Sala (4)), da altri negate (Bichat (5), Sappey (6)) e da altri infine interpretate come semplici cripte o bottoni cellulari, generati qua e là dall'affondarsi nel corion di minimi tratti dell'epitelio di rivestimento (Testut (7), Bardeleben (8)); e il sistema linfatico, inteso come rete di vasi e sovra tutto come complesso di aggregati di elementi specifici.

La controversia culmina nell'esposizione di qualche vecchio

---

(1) Aeby - *Lehrbuch d. Anatomie des Menschen* - Leipzig 1881, pag. 582.

(2) Gegenbaur - *Traité d' Anat. humaine* - Trad. di Ch. Julin sulla 3. ediz. Parigi a pag. 141, 1889. La stessa affermazione è ripetuta. Pag. 665 della 7. ediz. del Trattato originale del 1910.

(3) Szymonowicz - *Lerhbuch der Histologie* - Würzburg 1909, pag. 254.

(4) Sala - *Trattato italiano di Anatomia Umana* - Milano, Vol. III, pag. 321.

(5) Bichat - *Traité d'Anat. descript.* - Paris, 1823, Tome V, pag. 147.

(6) Sappey - *Traité d'Anat. descript.* - Paris 1889, T. IV, pag. 537.

(7) Testut - *Traité d' Anat. humaine* - Paris 1895, T. III, pag. 421.

(8) Bardeleben - *Lehrbuch d. System. Anat. d. Menschen.* - Berlin 1896, pag. 515.

anatomico (Haller), ove il concetto di ghiandola mucipara e quello di ghiandola linfatica o di follicolo è, nei riflessi della vescica, così mal definito, da rimaner dubbio a qual componente s' intenda realmente accennare. Il Haller (cfr. Sappey l. c.) ricorda infatti la presenza nel collo vescicale di *follicoli semplici* e talvolta esclusivamente dei loro *orifici* ed adotta tale una qualifica di ciò che descrive, ch' è solo concesso alla grande autorità del Sappey l' arbitrio di giudicare, ch' egli intendesse alludere a fondi ciechi od otricoli epiteliari e non a cumuli o nidi linfatici provvisti d' insenatura centrale.

Per quanto la questione delle ghiandole mucipare della vescica urinaria non m' interessi di proposito, colgo tuttavia l'occasione al rilievo, che l' oncologia speciale, segnalando talora lo sviluppo di tumori primitivi dell' urocisti a struttura identica a quella degli adeno-carcinomi mucipari (cilindromi di Billroth), fornisce un argomento non privo d' importanza a favore dell' asserto, che le ghiandole in questione siano un fisiologico costituente della mucosa vescicale. Anche Bichat (l. c.), del resto, consente fin dai suoi tempi (1823) nel concetto, che le affezioni catarrali della vescica " devono far sviluppare le sue ghiandole mucose in modo sensibile ".

Il dissidio non è men grave allorquando dai tubuli ghiandolari si passi alla rappresentazione dottrinale del sistema linfatico vescicale.

In ordine a detto sistema convien distinguere la rete dei vasi linfatici della tonaca muscolare e della sierosa, da quella propria alla mucosa e, relativamente a quest' ultima, l' intreccio e distribuzione dei vasi, dalla topografia, ricchezza, costituzione e dimensioni degli accumuli cellulari aventi il carattere dei noduli linfatici.

Della rete capillare linfatica, universalmente ammessa per la tunica muscolare e per lo strato connettivale sottosieroso della vescica, è dai più negata l' esistenza per la membrana mucosa. Soltanto l' Albarran (1), il Testut (2) ed il Lendorf (3) si accor-

(1) Albarran - *Les tumeurs de la vessie* - Paris, 1892, pag. 35.
(2) Testut - *l. c.* pag. 426.
(3) Lendorf - *Anatom. - Häfte* 1901, Vol. XVII, pag. 55-179.

dano nel ritenere che la mucosa ne sia provvista per tutta la sua estensione, mentre Hoggan (1) ne limita la sede alla sola regione del trigono: ma l'Albarran parve in seguito ricredersi (2) per considerare come capillari sanguigni, piuttosto che come linfatici, quelli da lui dimostrati col metodo d'impregnazione di Hoggan. Le conclusioni in merito che il Gerota (3) enuncia dopo una serie metodica d'indagini, che trovarono conferma nelle osservazioni di Cunéo e Marcille (4), sono quanto di più attendibile la scienza sinora possiede: per esse l'A. esclude recisamente che la mucosa dell'urocisti sia percorsa da una rete di vasi linfatici ed ammette che il riassorbimento si effettui in quest'organo ad opera esclusiva dei capillari sanguigni. Ciò che parrebbe più in armonia con i postulati fisiologici: avere i linfatici dell'intera parete vescicale le loro radici tra gli stessi piani dell'epitelio di rivestimento (Lendorf), è invece, secondo Gerota, l'esponente di un erroneo apprezzamento sulla natura dei canalicoli riconoscibili dopo l'iniezione d'inchiostro di china.

Del pari profonda è la divergenza d'opinioni circa la parte che nella costituzione della mucosa gioca l'altro rappresentante del sistema, il nodulo linfatico. La maggioranza degli anatomici non accenna punto alla sua presenza (Bichat, Poirier-Charpy, Testut, Bardeleben, Bartels), il Sappey vi si sofferma per negarla e tra i moderni, ch'io sappia, si accordano nel considerare i follicoli linfatici come parte integrale della parete vescicale il Chiarugi (5) ed il Sala (l. c.).

Nel suo recente manuale il Chiarugi segnala che la mucosa vescicale " non di rado contiene piccoli noduli linfatici ". L'indeterminatezza di quest'espressione autorizza fra l'altro a sup-

---

(1) HOGGAN - *Journal of Anat. and. Physiol.* 1881, Vol. 15, pagg. 355-377.

(2) Cfr. P. BARTELS - *Das Lymphgefässsystem* - Jena 1909, pag. 211.

(3) GEROTA - *Anat. Anzeiger*, 1896, Vol. 12, pag. 89-94 - *Ib.* 1897, Vol. 13, pag. 605-696 - *Arch. für Anat. und Physiol. - Physiol Abth.* pag. 428-472.

(4) CUNÉO ET MARCILLE - *Bull. et Mem. de la Soc. Anat. de Paris* 1901, Vol. 76, Serie VI, T. 3, pag. 649-651.

(5) CHIARUGI - *Istituzioni di Anatomia dell' Uomo* - Milano, 1918, Vol. II°, Parte 1ª, pag. 412.

porre: 1.º che, allorquando vi esistono, i noduli linfatici possano anche trovarsi in numero rilevante; 2.º ch' essi, comunque, abbiano sede indifferente in qualsivoglia punto della superficie mucosa. Il Chiarugi, col negarne la costanza, implicitamente ammette che il reperto è in dipendenza dell' individualità, piuttosto che di un piano di sviluppo anatomico normale.

Dello stesso tenore è la definizione del Sala. " In vicinanza " dell' epitelio, egli scrive, s' incontra qua e là, in modo non co- " stante, del tessuto adenoide, che in qualche punto, e principal- " mente alla base, si raccoglie in piccoli noduli linfatici ". Onde dovremmo ritenere che normalmente, per quanto non in tutti i casi, vi sia nella mucosa vescicale la presenza non soltanto di follicoli, con sede elettiva verso il trigono, ma eziandio di tessuto citogeno a carattere diffuso e perciò non apprezzabile che al microscopio. Fino a qual grado poi si possa sincerarsi dell'esistenza di noduli linfatici con l' esame ad occhio nudo, non resulta da questi brevissimi cenni degli autori. Per mia esperienza nel maggior numero dei cadaveri nulla si vede, anche quando uno stato di generale iperplasia costituzionale del tessuto adenoide, com' è talora nell' infanzia, figuri come l' ambiente più adatto per una simile manifestazione locale. L' aver notato ciò per la prima volta su più che ottomila sezioni, non nella regione sola del fondo, ma su l' intera estensione della mucosa, con un' evidenza che ha del sorprendente ed all' infuori di un linfatismo individuale diffuso, se riveste il significato di una curiosità anatomica, giova, in termini più concreti, ad arricchire le nostre conoscenze sulla patologia della vescica di un fatto specifico, che può risparmiarci incertezze od errori di giudizio.

*
* *

Il singolare pezzo anatomico da me raccolto apparteneva ad una donna di 63 anni, suicida per impiccagione, i cui precedenti clinici mi sono completamente ignoti. Poichè altri in Venezia, a breve distanza di tempo e nella stessa epoca, avevano posto fine col suicidio alle angustie materiali e morali di uno stato di guerra così penoso pel nostro popolo, non è escluso nell' episodio un puro movente psichico, senza cioè la spinta di un particolare

malessere fisico. Credo infatti la condizione anatomica da me osservata per nulla incompatibile con una sufficiente integrità degli attributi fisiologici dello stesso organo leso, per quanto un simile rapporto tra struttura e compito funzionale non entri nell' ordine di ricerche, che formano oggetto di quest' annotazione. Il florido trofismo generale dell' infelice e l' ottima conservazione di tutti i suoi visceri confortano siffatto presupposto.

Ometto di trascrivere, come superfluo, l' intero verbale di autopsia, limitandomi a riferire il reperto anatomo-istologico della vescica urinaria, non senza ricordare due cose di speciale interesse e cioè: 1.° che nel cadavere il sistema ghiandolare linfatico superficiale e profondo non presentava alcun eccesso di sviluppo, che fosse in accordo col peculiare contegno di quest' organo; 2.° che vi mancavano segni pur che sia dubbi d' infezione tubercolare o sifilitica remota od in atto.

***

La vescica urinaria era moderatamente distesa da urina torbidiccia per decomposizione ammoniacale incipiente. La sua parete, di spessore affatto normale, presentava ben differenziati su di un taglio sagittale i due strati mucoso e muscolare, con quel rapporto di reciproco sviluppo, relativo ed assoluto, ch' è proprio allo stato fisiologico in una vescica semidilatata. La mucosa aveva color grigio-perlaceo uniforme e superficie lucente, senza arborizzazioni sanguigne come senza deposizioni essudative, e sarebbe parsa dovunque levigata *se non fosse stata disseminata in ogni sua parte da nodulini grigio-bianchicci, un po' gialletti verso il collo, più grigio-opachi verso l' apice, grossi in media come una testa di spillo ciascuno e rilevati così, da dare la sensazione tattile di una granulia minuta, quale provasi, ad esempio, scorrendo colle dita sulla mucosa di un colon infantile affetto da infiammazione nodulare.*

Nella metà superiore della vescica vedevansi in media quattro o cinque di simili noduletti nell' ambito di un cm.^{2}: verso il fondo ed ancor più nel collo vescicale andavano essi crescendo di numero, finchè in vicinanza all' orificio uretrale interno si toccavano reciprocamente coi margini, senza fondersi tra loro in veri plateaux ed anche senza impartire in tal regione alla mucosa quell' aspetto reticolato, ch' è così comune all' intestino entro ai confini di placche di Peyer ipertrofiche. Fra i noduletti sparsi isolatamente ve n' era taluno fornito di un aloncino bruno: i confluenti del collo erano nella gran maggioranza solo grigi o giallicci. La mucosa, nei tratti interposti tra i nodicini isolati, mostravasi sana. Pareva a tutta prima d' essere dinanzi ad una forma di cistite tuberco-

lare miliarica, se non fosse valso a distinguerla dal reperto della miliare la levigatezza squisita dei noduli, che tradivano perciò il loro intatto rivestimento epiteliare e l'integrità sotto ogni altro riguardo del piano mucoso, a parte la già mentovata inesistenza di qualsiasi focolaio specifico nell'economia. La mucosa dell'uretra nulla presentava di anormale. Le linfoghiandole regionali (vescicali anteriori, laterali e posteriori) come quelle dei distretti prossimi (inguinali e l ipogastriche) erano immodificate.

Dalla vescica appena estratta furono separati piccoli frammenti verso l'apice, in sul fondo e nel trigono, scegliendo località ove la distribuzione, le dimensioni e la ricchezza dei noduli erano diverse, così da permettere lo studio di simili formazioni presumibilmente in vario grado di sviluppo, dalle minime alle maggiori, e da consentire che l'indagine microscopica fosse portata anche sui tratti di mucosa interposti e di apparenza normale. I frammenti comprendevano la parete vescicale a tutto spessore, dalla tunica interna alla esterna, secondo piani condotti perpendicolarmente alla mucosa. La fissazione fu fatta in alcool, in soluzione di formolo al 10 % e nel liquido di Marchi per la dimostrazione del grasso, procedendo nei passaggi ulteriori con la massima rapidità, onde l'allestimento di buoni preparati non trovasse ostacolo nell'eccessivo indurimento dei pezzi e nell'imperfetta tingibilità delle parti cromatiche. L'inclusione in paraffina ed in celloidina e le colorazioni molteplici (ematossilina-eosina, carmallume, van Gieson, Unna-Taenzer-Livini ed Unna-Pappenheim) seguirono come di consueto.

Ad una prima osservazione, praticata a mezzo del microscopio semplice Koristka all'ingrandimento di soli trenta diametri e su sezioni seriate tinte con l'ematossilina-eosina, i nodulini grigi apparivano come produzioni tondeggianti, a confine abbastanza netto, più di rado evanescente, formate da una fitta aggregazione di puntolini cianofili separati in gruppi da minime fenditure artificiali. L'addensamento dei puntolini era, di solito, maggiore verso il centro di ogni nodulo nelle formazioni di piccolo diametro: al contrario negli ammassi più voluminosi la parte centrale offrivasi all'ispezione come una zona più chiara un po' per rarefazione elementare, un po' perchè le cellule costitutive erano meno rifrangenti. In qualche caso due noduletti vicini si fondevano tra loro per il segmento più prossimo del loro margine, senza che ne andasse però perduta la loro individualità. Del resto, nel maggior numero delle sezioni esaminate intercedevano tra nodulo e nodulo più o meno larghi tratti di mucosa indenne. Il loro rapporto con i vasi sanguigni maggiori era tale, per quanto potevasi giudicare ad un esame con la lente, da dover concludere ch'essi erano, dai vasi, indipendenti. Arteriole e venuzze, turgide di sangue, scorrevano nel derma mucoso ad una certa distanza dal confine dei noduli, solo eccezionalmente lo rasentavano: ed era cospicuo il numero dei vasi privi nelle loro vicinanze di siffatte produzioni.

Sede esclusiva degli ammassi era il corion mucoso o, per essere più esatti, il piano superficiale del corion mucoso. I noduletti minori occupavano questo solo strato; i maggiori si estendevano a tutto il corion ed in qualche punto superavano anche di poco il confine tra la mucosa e la sottile sottomucosa. Dovunque giacessero, essi creavano verso il confine vescicale altrettante piccole rilevatezze, di volume proporzionale alle loro dimensioni e insensibilmente declinanti verso le parti limitrofe, con un contegno analogo a quello dei follicoli solitari dell' intestino crasso nei casi di stato linfatico di quest' organo. Qua e là, a rendere ancor più manifesti gli anzidetti rilievi, contribuivano piccoli infossamenti reali della superficie mucosa, visibili presso il confine dei noduli: come anche ad assimilare ancor più gli ammassi con i follicoli solitari iperplastici dell' intestino pareva concorrere il reperto di una apparente depitelizzazione della mucosa in corrispondenza ai noduli più grossi e perciò più superficiali, onde sporgeva ognuno di essi quasi nudo verso il cavo vescicale, come eminenza talora lievissimamente ombellicata. Meritava però tale rapporto tra corion, epitelio di rivestimento e nodulini un esame più accurato con l' ispezione dei preparati a maggiore ingrandimento.

Per quanto riflette la struttura degli strati sottomucoso, muscolare ed esterno della vescica nulla di anormale si riusciva a percepire nello studio con la lente, a meno che non si volesse giudicare per tale quell' abbondante infiltrazione di adipe negli interstizi tra i vari fasci di fibro-cellule muscolari liscie visibile nei preparati alla Marchi e spinta fin proprio al piano d' appoggio della sottomucosa, che nei vecchi è proprietà costante della parete di alcuni organi cavi. I rapporti reciproci di sviluppo delle varie tuniche rispondevano del resto a quelli fisiologici: era, in particolare, così sottile come nel sano la sottomucosa, all' opposto che nelle forme di cronica cistite.

Ad un' osservazione a 100-300 diametri molti dei caratteri suelencati trovavano perfetta conferma. La mucosa era spessa da 150 a 250 micron nei punti privi di noduli e più del doppio nelle sedi di questi. La sottomucosa, ad eccezione che negli sproni tra i singoli fasci muscolari più superficiali, era proporzionalmente ridotta ad un terzo dello spessore della mucosa. L' epitelio di rivestimento era generalmente sottile e si limitava ad un solo ed incompleto piano cellulare al disopra dei noduli più grossi. Nel derma mucoso non erano rari i fibroblasti, specie nello strato sottoepiteliare.

A quest' ingrandimento appariva manifesto anche il turgore dei vasi sanguigni più minuti oltre che dei maggiori, dalla mucosa alla sierosa, evidente l' infiltrazione di grasso eziandio lungo i sepimenti più delicati del tessuto fondamentale della muscolare e sprovvisti del tutto d' infiltrato parvicellulare gli spazi interstiziali nelle vicinanze dei vasi della sottosierosa, della muscolare e della sottomucosa. Al contrario, nella compagine del derma mucoso si colpiva sui tagli in serie qualche raro va-

sellino incorniciato da un anello di piccole cellule rotonde o avente un piccolo nido degli stessi elementi solo da un lato, mentre la stragrande maggioranza dei vasi ed in ispecie i rami di calibro precapillare erano generalmente esenti da fatti d'infiltrazione. Sempre nello spessore del corion vuoi d'accanto ai ricordati gruppi di elementi rotondi, vuoi senza alcun rapporto con essi, si notavano blocchetti di un pigmento rugginoso o bruno-gialliccio, di natura ematica, come rivelava la reazione cupro-cloridrica. Ve n'era spesso nello strato periavventiziale dei maggiori vasi, ma la sede preferita dei blocchetti era nel contorno o tra gli elementi marginali dei nodulini incriminati. In riguardo ai quali resultava ora evidente ch'essi erano costituiti da cellule piccole, rotonde, di aspetto pressochè uniforme, con un solo nucleo circolare, intensamente e omogeneamente cianofilo e citoplasma annulare così scarso, da poter essere a malapena riconosciuto.

A parte la fine citologia dei noduli, di cui mi occuperò in appresso, resultava comunque chiara nei maggiori tra essi la distinzione in uno strato marginale di cellule mononucleari piccole, ed in un ammasso centrale di elementi con un nucleo pure unico, ma di diametro quasi doppio, a cromosomi sparsi e con protoplasma un po' meglio identificabile che nelle cellule marginali. Spesso anche nelle sezioni incluse in celloidina, alone periferico e centro staccavansi l'uno dall'altro, rivelando anche pel contegno di fronte ai liquidi conservatori la loro differenza di costituzione. In sostanza, mentre le cellule marginali erano tipici linfociti, quelle del centro ricordavano i linfoblasti e nel loro complesso i noduli così conformati non si differenziavano dai classici noduli linfatici. Per quanto stipati fossero in essi gli elementi, l'individualità di questi non veniva a soffrirne: avevano piuttosto, come si disse, la tendenza a raggrupparsi a nidi per effetto di quella coartazione del tessuto citogeno, che porta assai spesso i linfociti dei follicoli corticali delle linfoghiandole alla medesima ripartizione insulare. Però nessun focolaio appariscente di disgregazione elementare e nessun accenno ad un processo qualsiasi di necrobiosi nè verso il centro, nè verso il margine dei noduli. A quest'ingrandimento dimostravasi erronea l'impressione ricevuta nell'esame con la lente, che alcuni dei noduletti più grossi sporgessero liberamente nel cavo vescicale, quasi fossero esulcerati: la levigatezza della loro superficie libera notata alla necroscopia rispondeva alla condizione, che in ogni caso una lamina delicatissima del corion ed uno, eccezionalmente più piani d'epitelio pavimentoso, tappezzavano la sommità delle sporgenze follicolari. Lo straterello limitante era però, nel suo insieme, così atrofico da dare l'illusione di un confine nudo.

Nei nodulini minori serpeggiava tra le cellule qualche capillare sanguigno. I turaccioli di sangue obliteranti i vasi intra - e perinodulari non avevano l'aspetto di trombi: vi si trovavano pochissimi leucociti e le emazie integre e fitte come nel lume dei vasi congesti.

Nei preparati al van Gieson meglio che in altri spiccava in seno

ai noduli una trama di connettivo fibrillare delicatissima, le cui trabecole più appariscenti facevano capo ai ramoscelli sanguigni già ricordati. Da questi travicelli maggiori provvisti di nuclei fusati si dipartivano filamenti estremamente esili, che insinuandosi tra cellula e cellula, formavano con le loro anastomosi una rete simile a quella, che offre appoggio ai linfociti e linfogoni dei normali noduli linfatici. Anche verso il centro dei noduletti più voluminosi, ove pur stipatissime erano le cellule, qua e là nuclei fusati tradivano l'esistenza del reticolo di sostegno i cui tralci, nel raggiungere il margine d'ogni nodulo, si continuavano insensibilmente con i fasci di fibrille del corion mucoso. Non vi era perciò traccia di capsula limitante. L'elastico tra le fibrille della rete era più scarsamente rappresentato che nel corion: tuttavia una minor penuria di esso si osservava verso la periferia d'ogni nodulo ed era evidente il rapporto delle sue fibrille con la parete dei vasi.

Un particolare apprezzabile assai meglio nelle sezioni dei pezzi celloidinati, colorite con l'ematossilina-eosina, si era la presenza di un certo numero di cellule granulose basofile (Mastzellen) specialmente nella sottomucosa e nelle travate fibrose intramuscolari in immediata continuità con questo strato. Questi elementi non prediligevano i tratti vicini alla sede dei noduli piuttosto che i lontani, nè erano raccolti a gruppi, sibbene come di consueto sparsi isolatamente tra i fasci connettivi e qua e là anche nella compagine dei muscolari. Non si potevano dir numerosi: se ne vedevano tre o quattro al massimo per campo ad un ingrandimento di 300 diametri.

Lo studio delle sezioni in serie con i più forti sistemi (ocul. comp. 6, immers. omog. $^{1}/_{15}$) permetteva il rilievo di qualche altro dettaglio di fine morfologia cellulare a carico dei noduli della mucosa. Fra la gran massa dei loro elementi costitutivi, che ricordavano, come si disse, le cellule linfatiche germinali e le adulte, vi erano rarissimi leucociti a nucleo polimorfo e cellule col nucleo di diametro doppio di un'emazia, a contorno angoloso o sinuoso e cromatina interna a filamenti od a granuli radi e sparsi, le quali risaltavano chiaramente tra le altre anche per una certa abbondanza di citoplasma omogeneo. I nuclei di queste cellule erano di rado colti in fase di cariocinesi: però non pochi di essi avevano tendenza a formare in sul margine delle gibbosità munite di un grosso granulo cromatico e preludenti, con molta verisimiglianza, ad una ripartizione per gemmazione, ed altri presentavano addensamento e configurazione tali della cromatina e così irregolare il contorno, da far pensare più ad una loro fase progressiva, che ad un atteggiamento di regresso (cariorexi degenerativa). Del pari qualche rara figura cariocinetica esisteva nelle piccole cellule rotonde situate al centro dei noduli. E poichè gli elementi a grosso nucleo non erano di esclusiva spettanza dei noduli, essendovene qua e là disseminati per ogni dove nel derma mucoso, sia in rapporto che non con le lacune linfatiche, dovevasi inferire ch'essi appartenevano al reticolo di sostegno o ai linfatici

(endoteli), piuttosto che figurare come costituente specifico della formazione nodulare.

In vicinanza di queste grosse cellule, come del resto anche negli interstizi tra gli altri elementi del follicolo, si notavano granuli minutissimi simili a cocchi, sferule di 3-4 micron e formazioni a biscotto, a clava, a trifoglio od irregolari di una sostanza omogenea, colorabile ortocromaticamente con l'ematossilina Böhmer, in bruno-marrone con l'ematossilina ferrica di Heidenhain e successiva miscela di van Gieson sino a chiaro differenziamento nucleare, o in rosso-cupo a differenziazione molto spiccata e che nei preparati col Pappenheim alla pironina e verde di metile si tingeva intensamente in violetto. Con i colori del gruppo delle tiazine non si colorava metacromaticamente come le mucine. Bene spesso la forma assunta dalle deposizioni interelementari di questo prodotto era subordinata a quella dell'interstizio ch'esso colmava: da ciò il notevole polimorfismo con figure di transizione tra le varie immagini. Alcune cellule si mostravano circondate da siffatte minuscole gocciole di svariatissimo diametro, senza che ne fosse danneggiata la loro costituzione, mentre altre ne contenevano una o due, a mo' di paranuclei e contemporaneamente picnotico presentavasi in esse il nucleo e sinuoso il suo contorno. Pareva lecito argomentare da questo contegno che la sostanza in questione, dotata al postutto di alcune delle proprietà microchimiche delle nucleine (la tinta violetta, anzichè verde, della basicromatina nucleare con la miscela di Pappenheim è un fatto comune, dovuto ad un effetto sintetico di contrasto tra rosso e verde [1]) dovesse la sua origine a processi regressivi di sparse masse nucleari appartenenti a cellule in disintegrazione.

Nell'ambito dei noduli erano assai rare le plasmacellule: località preferita da esse il margine del follicolo, ov'erano confuse con i linfociti. Negli stessi preparati all'Unna-Pappenheim allestiti per la loro dimostrazione. le cellule granulose basofile (Mastzellen) spiccavano per il color rosso-granata del loro protoplasma.

*
* *

La questione capitale che s'impone, a complemento della trattazione morfologica, si è quella del significato fisio-patologico del reperto.

Trattasi in questo caso di banali focolai d'infiltrazione flogistica, rappresentati da cumuli di linfociti e linfoidociti, ovverosia di veri follicoli linfatici? È il nodulo, in altre parole, l'e-

(1) Cfr. CARAZZI e LEVI - *Tecnica microscopica* - Milano 1911, Ediz. 2ª, pag. 246.

sponente di un' infiammazione cronica della mucosa vescicale, od è invece l' espressione di un' anomalia di luogo e di proporzione nello sviluppo del tessuto linfatico?

Va da sè che questo quesito non può risolversi che col criterio della morfologia cellulare dei focolai e con quello della comparazione tra il contegno delle parti che li ospitano e l' aspetto di quelle che non ne hanno traccia.

Sotto quest' ultimo riflesso è degno di nota il fatto, che la maggior parte dei tratti di mucosa interposti fra i noduli non ha palesi quei caratteri di infiammazione, che inevitabilmente vi dovrebbero esistere, qualora i noduli avessero significato flogistico esclusivo, mentre non si saprebbe come concepire un processo di cistite cronica a focolai disseminati, contraddistinto da un reperto di tanto rilievo, senza la partecipazione evidente di tutta la mucosa vescicale. Nel campo dell' esame macroscopico il color grigio uniforme e la levigatezza di questa tonaca, anche nella sede delle rilevatezze follicolari, son nuovi elementi a sostegno di tale giudizio, ad infirmare il quale non basta la presenza di piccole concrezioni sanguigne in rapporto con vecchie emorragie puramente verso il margine dei noduli, dappoichè è risaputo con qual frequenza tali concrezioni si trovino laddove esistono accumuli linfatici e perchè il reperto potrebbe tutt' al più deporre per un risentimento peculiare ed esclusivo di queste formazioni.

Per quanto ha poi relazione con la costituzione intima dei noduli, è d' uopo segnalare che in essi e stroma e parenchima rispondono morfologicamente ai requisiti del reticolo e delle cellule parenchimali dei follicoli. Il loro tessuto di sostegno può essere precisamente identificato con la rete adenoidea dei noduli linfatici non soltanto per l' estrema delicatezza dei filamenti e per la ristrettezza delle maglie, capaci tutt' al più di contenere tre o quattro cellule, ma eziandio perchè esso abbonda ed ha più fine la trama alla periferia al confronto che al centro, come è appunto nei follicoli [1], ove l' addensamento cellulare del centro non consente sempre una chiara definizione del reticolo. In un qualsiasi nido amorfo di linfociti noi non troviamo un simile

---

(1) R. Fusari - *Trattato elementare di istologia generale* - Torino, 1909, pag. 405.

contegno ed è di assoluta spettanza dei follicoli linfatici quel notevole sviluppo della rete capillare sanguigna e quella preponderanza d'elastico alla periferia (1), ch'erano evidenti nei noduli vescicali di questo esemplare.

Le cellule che con la loro aggregazione formano i noduli, nulla hanno di diverso da quelle dei più tipici follicoli. Com'è riconoscibile in quasi tutti i follicoli un centro germinativo a cellule più voluminose e più chiare (linfogoni) ed uno strato marginale di elementi più piccoli ed a nucleo più tingibile (linfociti), così nella maggior parte dei noduli vescicali in istudio vi è la medesima distinzione cellulare. Non in tutti però, ma soltanto nei maggiori. D'altronde una tale conformazione non è costante neppure nei noduli linfatici normali, mancando essa spesso fisiologicamente negli individui di un'età ancor meno avanzata di quella della nostra suicida.

Oltre agli elementi cellulari a carattere linfoblastico e linfocitico esistevano nei noduli, come s'è già visto, ammassi pigmentali emosiderinici, qualche leucocita a nucleo polimorfo, pochissime cellule plasmatiche e dei blocchetti di una sostanza ialina intensamente cianofila, blocchetti generalmente liberi tra le cellule e che, per essere dotati di proprietà microchimiche non diverse dalle nucleine, potevano identificarsi con quelli che il Flemming definì " corpi tingibili „ dei noduli linfatici normali. Complessivamente, anche da questo lato, la costituzione dei noduli vescicali non ha adunque alcunchè di diverso da quella dei noduli linfatici, fatta forse astrazione dalla presenza di qualche plasmacellula in più di quanto solitamente si veda (2) e il cui significato di elemento di reazione è avvalorato dalla coesistenza di depositi di pigmento ematico. Difatti l'intera serie delle cellule bianche circolanti nel sangue può trovare sua rappresentanza nei follicoli linfatici come la trova, almeno in parte, nei nostri noduli vescicali; all'estrema povertà di tali cellule in condizioni fisiologiche, fa riscontro un leggero aumento delle stesse negli stati irritativi, per l'anormale permeabilità che le pareti dei ca-

---

(1) A. Kölliker - *Hand. d. Gewebelehre d. Menschen* - Lipsia, 1902, Vol. III, pag. 199.

(2) Dominici - *Comptes rendus de la Soc. des Anat.*, 1901, pag. 119.

pillari acquistano in circostanze simili: ed è da mettersi verosimilmente in conto di un risentimento lievissimo, ma specifico e limitato dei noduli in discussione, oltre alla ricordata comparsa di rare cellule plasmatiche, l' infiltrazione di leucociti neutrofili tra i mononucleari, nonchè quel moderato movimento di moltiplicazione, che constatammo a carico degli elementi fissi del reticolo e dei linfogoni del centro di qualche nodulo.

Da quanto sopra è riferito resulta giustificata l' opinione doversi la presente osservazione ascrivere non solo al gruppo di quelle iperplasie del sistema linfatico viscerale, che talora interessano, senza un apparente motivo, distretti limitati dell' economia (radice della lingua, pagina infer. dell'epiglottide, milza, intestino crasso, etc.) sibbene anche a quella categoria di eterotopie, per cui il tessuto in eccesso interessa località che di norma ne sono prive. È quindi insieme un' esagerazione primitiva di sviluppo che si accoppia ad un' anomalia di sede, giacchè non soltanto sono ingrossati i noduli linfatici della mucosa del trigono, ma per l' intera estensione della mucosa vescicale, quant' è ampia, noi troviamo noduli linfatici con la stessa evidenza e, per buon tratto, anche con la medesima stipatezza come nel trigono.

A definire questa singolare manifestazione anatomica non vi ha qualifica migliore che quella di *stato linfatico* della vescica urinaria.

Pel suo significato fisio-patologico il reperto non è certo meno importante di quanto si dimostri dal punto di vista della morfologia pura. È infatti assai probabile che in questo strano fenomeno di iperplasia di una parte del sistema linfatico vescicale, gli elementi cellulari che costituiscono i noduli più voluminosi e più vicini all' epitelio di rivestimento, migrino fin sulla sua superficie libera, mescolandosi all' urina, in accordo con la facoltà di traslazione propria ai linfociti delle placche intestinali e dei follicoli linfatici della radice della lingua, senza che il fenomeno abbia un significato diverso da quello che gli deriva dalla naturale tendenza delle cellule bianche a spostarsi nella direzione della minor pressione. A secondare simile processo linfocinetico dovrebbe non essere estraneo il movimento alterno di coartazione e distensione funzionale della parete vescicale, analogamente a quanto si verifica nell' intestino, ov' è probabile che fatti di che-

miotassi entrino pure in gioco. Onde il reperto costante di linfociti nel sedimento dell' urina, in difetto di qualsiasi disturbo soggettivo di funzione, dovrebbe valere alla designazione generica di questo stato linfatico delle vie escretrici e, col sussidio della cistoscopia, alla indicazione specifica del linfatismo vescicale.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 27 agosto 1917)

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti.
Anno accademico 1917-918 - Tomo LXXVII - Parte seconda.

Notizie bio-bibliografiche intorno Evangelista Quattrami

semplicista degli Estensi

del prof. G. B. DE TONI, m. e.

(*Memoria presentata alla Presidenza durante l'anno accademico 1917-18*)

Ai cultori delle scienze mediche e naturali non riesce del tutto ignoto Evangelista Quattrami, perchè di questo personaggio vennero date in luce alcune opere nella seconda metà del secolo decimosesto e di lui fanno parola gli storici, incominciando dal Tiraboschi (1); le notizie fornite da quest' ultimo scrittore sono molto succinte, così da lasciar campo a ulteriori ragguagli, quali si possono ricavare dall'esame diretto dei documenti conservati nel R. Archivio di Stato in Modena e dal confronto di carte sincrone altrove custodite.

Io mi limiterò a trattare del periodo di esistenza del Quattrami presso gli Estensi in Ferrara e in Modena, di quel periodo durante il quale egli prestò l' opera sua di semplicista e curatore dei giardini ducali (2). Nato a Gubbio il 26 giugno

---

(1) Tiraboschi G., Storia della Letteratura italiana Tomo IX, pag. 157-158; Modena, 1781, Soc. Tipografica, 4.°

(2) Alfonso II duca di Ferrara ebbe molta passione per le piante, così che quella città al suo tempo fu spesso gradito soggiorno di cultori della botanica; nel 1561 egli ebbe presso di sè Luigi Anguillara, chiamato a Ferrara da Padova; dopo la morte di questo semplicista, avvenuta il 5 settembre 1570, Alfonso II affidò la cura di tre giardini al medico Alfonso Pancio, affinchè li ornasse di rare piante. Cfr. De Toni G. B., Nuovi documenti intorno Luigi Anguillara, primo prefetto dell'Orto botanico di Padova (*Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti* Tomo LXX, parte seconda, pag. 289-307; Venezia 1911); Legré L.,

1527 (1) Evangelista Quattrami, fatti gli opportuni studii, entrò nell' ordine degli Agostiniani e prese il dottorato in teologia nello studio di Roma (2); al pari di frate Gregorio da Reggio, egli divenne pratico nello studio dei semplici e nell' arte distillatoria delle droghe e dopo avere prestato servizio ai due cardinali estensi Ippolito e Luigi per lungo tempo in Roma (3) passò a Ferrara.

Il Tiraboschi ricordò solamente sei lettere del Quattrami conservate nell'Archivio estense, mentre invece maggiore è il numero che di esse si custodisce nel nostro Archivio di Stato ed anzi commise un errore affermando essere la lettera del 13 ottobre 1598 l' ultima memoria rimasta di frate Evangelista, in maniera da indurre gli autori moderni a ritenere la morte del

---

La Botanique en Provence au XVI^e siècle, les deux Bauhin, Jean-Henri Cherler et Valerand Dourez pag. 11; Marseille, 1904, H. Aubertin & G. Rolle, 8°; FRATI LODOVICO, Ulissse Aldrovandi e Ferrara *(Atti di Storia Patria Ferrarese* vol. XVII; Ferrara 1908).

(1) Cfr. DE TONI G. B., Il carteggio degli italiani col botanico Carlo Clusio nella biblioteca Leidense pag. 19 *(Memorie della R. Accademia di scienze, lettere ed arti* serie III, vol. X; Modena 1911).

(2) Cfr. il diligente riassunto sulla vita del QUATTRAMI in PIROTTA R. e CHIOVENDA E., Flora Romana; parte prima: Bibliografia e storia pag. 72-74 (*Annuario del R. Istituto Botanico di Roma* anno X, fasc. I: Roma 1900); vedasi in appendice il documento n. 1.

(3) A integrare la conoscenza dell' attività spiegata in Roma da EVANGELISTA QUATTRAMI può consultarsi il ms. Aldrovandiano [Bibl. Univ. di Bologna] n. 136, Tomo VII, c. 55 v. " Catalogo d'erbe mandatemi da Roma da frate Evangelista, 1579 " e Tomo IX, c. 20 v. " Literae ex Gubio a D. Evangelista Quattrami D. Ulyxi Aldrovando, 8 aprile 1579 ".

Nell' Erbario di ULISSE ALDROVANDI Tomo XIV sono le citazioni al n. 104 " *Seseli peloponnense fratris Evangelistae seu Libanotis cachryfera* " (manca però nel foglio l'esemplare della pianta disseccata) e al n. 170 " *Virga aurea F. Evangelistae, Solidago saracenica Fuchsij* (un esemplare di Composita, con infiorescenza in pessimo stato di conservazione); a proposito del *Seseli peloponnense fratris Evangelistae seu Libanotis cachryfera Aldr. pl. sicc. herb. Bonon.* mancante ora nell' Erbario Aldrovandi è bene avvertire che la pianta fu riferita a *Prangos ferulacea* Lindl; cfr. BERTOLONI A., Flora italica vol. III, pag. 459; Bononiae, 1837, R. Masi, 8°.

Per la storia del servizio prestato dal frate Agostiniano ai Cardi-

Quattrami successa probabilmente nel 1599 (1), ciò che non sarebbe avvenuto qualora all' insigne storico della letteratura italiana non fosse isfuggita la esistenza di una lettera scritta dal semplicista il 31 marzo 1602.

Evangelista Quattrami, venuto nel marzo 1593 alla corte Estense in Ferrara (2), prestò subito i proprii servizi di semplicista come risulta dal mandato di pagamento in data 1° aprile di quell'anno con riferimento al mese precedente (3).

Evangelista Quattrami, cui incombeva l'obbligo di fornire di piante i giardini ducali, iniziò in quello stesso anno le prime erborizzazioni, dirigendosi in particolare ai Monti Vicentini che per la loro ricchezza floristica erano spesso la meta dei botanici di quell'epoca (4).

Molto più importante è però la gita fatta dal Quattrami per le Montagne della Garfagnana e del Frignano (5) in quanto che di essa si conservò l' itinerario con la indicazione delle spese come resulta dal documento che mi sembra opportuno riportare nella sua integrità; questo itinerario che tocca Sassuolo, Fiu-

---

nali d' Este in Roma giova il seguente documento (foglietto volante) nel R. Archivio di Stato in Modena:

Mag.ci Heredi di M. Francesco Scarlati et Com. dep. dei danari di Mons. Ill.mo et R.mo Sig. Card.le d' Este, P. M. Pagate a spesa dei sallariati di Casa scudi nove moneta, e per la d.a al R.mo Padre Evangelista simplicista per suo sallario da dì p.mo luglio per tutto settembre prossimi passati. Hercole Cammelli adi 4 ottobre 1586.

Io frate Evangelista semplicista ho ricevuti li sudetti dinari dalli Sig.ri Scarlatti questo dì 13 di settembre 1587 per mano dell' Ill.re S.or Alessandro De Grandi.

(1) Pirotta R. e Chiovenda E., op. cit., pag. 74; anche Saccardo P. A., La Botanica in Italia. Materiali per la storia di questa scienza, parte seconda, pag. 127 (*Memorie del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti* vol. XXVI, N. 6; Venezia 1901).

(2) Vedasi in Appendice il documento n. 2.

(3) R. Archivio di Stato in Modena. Registro de mandati fattorali dell'anno 1593 [categoria salariati]:

" Giobia adì p.mo aprile 1593

n.° 6 al R.do P. frate Evangelista da Oggobio L. 32 d. 10 et per sua paga del mese passato ".

(4) Vedasi in appendice il documento n.° 3.

(5) Vedasi in appendice il documento n.° 4.

malbo, Rio Lunato, Sestola richiama alla mente le escursioni compiute nel 1552 e nel 1553 per raccogliere piante dal celebre Ulisse Aldrovandi [1]. Ma ecco senz' altro la riproduzione testuale del documento conservato, insieme agli altri riguardanti il Quattrami, nel R. Archivio di Stato in Modena (Cancelleria Ducale; Archivi particolari; storia naturale):

Memoria di haver ricevuto dal Sig.or Christino Morando scudi dicinove d'oro in oro che sono il n.o de scudi 25 da bolognini 76 per scudo che sono lib. 95. per spendere per il viaggio per le montagne della Grafignana e del Fregnano.

Memoria del speso dalli dì 23 di luglio 1596 che partici da Ferrara per la volta di Castelnuovo della Grafignana, et tornai a Ferrara la sera delli 14 d'Agosto presente 1596 et datti al barcaruolo per nolo di me con li doi lavoranti che son venuti meco con la mia valige da Ferrara et Modena in tutto per noi tre et la valige di moneta lib. 5 b. 14

Cioè da ferrara al finale b. 27 dal finale a Modena tre volte bolognini 29.

E più ho speso per noi tre in tre pasti nella barca libre cinque di moneta longa lib. 5 b. 0

et la sera tra le colatione et dormire bolognini 25 lib. 0 b. 25

Adì 25 che fu Giovedì partici da Modena verso Castelnuovo con un cavallo per me et uno per la valige, et il maestro delle poste volse che il suo garzone venisse a cavallo per dire che per le montagne non si porta niente in el cavallo del postiglione o veturino et che ha d'andare a cavallo et cusì per doi bisognò facesse le spese a tre cavalli con il veturino et noi tre che all' Hosteria della volta sopra Sassuolo per desinare et per la biava in tutto montò libre sei di moneta longa che fu uno scudo d'oro in oro che più non ho possuto havere per il Mo-

(1) Cfr. FRATI LODOVICO, La vita d' Ulisse Aldrovandi cominciando dalla sua natività sin a l' età di 64 anni vivendo ancora pag. 23-24 (*Studi intorno alla vita e alle opere di Ulisse Aldrovandi*; Bologna, 1907, Libreria Treves di L. Beltrami, 8°.

denese et fregnano che per la Grafignana la speso l' Ill.re Sig.r fattore di Sua Altezza Ser.ma di Castelnuovo di Grafignana lib. 6 b. 0

La sera del 25 si aloggiò a Monte Fiorino et per la cena et biada per la sera et matina per tre cavalli stallatico et dormire noi quattro montò lib. sette et bolognini cinque lib. 7 b. 5

La mattina del 26 che fu venerdì per desinare a San Pelegrino per la biava in tutto montò di moneta longa lib. 5 et bolognini 7 lib. 5 b. 7

La sera non si spese niente ne anco mentre andai per la pania sopra lucca et sopra Gallicano de lucchesi et sopra vagli di sopra et sotta et sopra Silano a val fiore sopra pietrasanta che sempre fece la spesa il Sig.or fattore antedetto per tutto li 4 d'agosto nel qual dì forono accomodati li simplici in una cassa grande che fu consegnata al mulatiero che la portasse a Modena con la mia valige che fo portata sin a san Pelegrino la matina delli cinque con noi tre et il patrone del cavallo che menai per il fregnano et fino a Modena et per la matina del cinque a San Pelegrino per nostro desinare di noi cinque et biava per il cavallo et somaro in tutto bolo: settanta lib. 3 b. 10

La sera del cinque che era lunedì si aloggiò a Fium'albo et per noi quattro et per la biava della sera, et matina del cavallo et stallatico un scudo d'oro in oro che fu sei libre di moneta longa lib. 6 b. 0

La matina del sej che fu martedì fu preso una guida et un altro con il somaro per portare le provisione in sù et in giù li semplici che si colsero et per la provisione della matina et del giorno per li lavoranti et per me et quel dal cavallo in tutto un scudo d'oro in oro cioè lib. 6 b. 0

Et per la sera a cena per tutti et per la biava stallatico et dormire per noi in tutto lib. 6 b. 0

E più detti bolognini quindice alla guida et menamo con li semplici quel del somaro per il Monte di Relunato la mattina del sette et per le provisione per noi cinque per il giorno bolognini cinquanta che in tutto son lib. 3 b. 5

La sera del sette che fu mercordì all' Hosteria di Sestula vi stette li doi lavoranti che menai meco da Ferrara con quel dal somaro et con il cavallo et se stette doi altri dì cogliendo semplici et per la sera per il dormire et biava et stallatico in tutto per questi tre con una guida da Sestula montò in tutto lib. 15 et il padrone del cavallo et me aloggiamo et ci fece le spese l' Ill.mo Sig.r Colonello Grilenzone dentro la fortezza lib. 15 b. 0

E più detti per quattro giorni a quello di fium'albo con il suo somaro a bolognini trenta il giorno spesati tra luj et il somaro in tutto montò uno scudo d'oro in oro lib. 6 b. 0

Et per che la guida di Sestula menò seco a mangiare il giorno uno suo parente et la sera per un giorno, non li volsi pagar la sua giornata che cusì fu giudicato dovesse fare et cusì feci et fuorono fatte doi cassette per ordine dell' Ill.mo Sig.r Governatore Cocapane di Sestula li fu accomodato li semplici et il sigr Colonello li fece portare esso senza che io pagasse niente fin' a Modena la matina delli dieci partici per la volta di Modena et per desinare al farneto per noi quattro et biava pel cavallo spesi lib. 3 b. 5

La sera che fu sabbato a sera al Montale per una biava per la sera et matina dormire et stallatico in tutto lib. 3 b. 10

Adì undece fo domenica tra campo Gaiano la matina et la sera a Modena fo speso tra noi et il cavallo uno scudo d'oro in oro lib. 6 b. 0

Il lunedì stetti in Santo Agostino senza spender niente li doi lavoranti et io, che si partì tal

matina delli 12 quello del cavallo con il suo cavallo alla volta di Castelnuovo et li detti per il suo cavallo et esso scudi quattro d'oro in oro che furono di moneta longa lib. 24 b. 0

E più detti al mulatiero che portò la cassa di semplici da Castelnuovo della Grafignana et la mia valige che pigliò a san pelegrino in tutto li detti lib. 15 se ben dimandava 4 ducatoni lib. 15 b. 0

Adì 13 detti a Giuliano Parone per condurre a ferrara le tre casse de semplici et per noi tre doi scudi d'oro in oro et un terzo da bologni. trentadoi che sono di moneta longa lib. 13 et b. 12 se ben voleva almeno tre ducatoni fiorentini lib. 13 b. 12

Et per il mangiare per noi tre nella barca uno scudo d'oro in oro manca bolognini cinque che sonno per il dì 13 et per il desinare delli 14 lib. 5 b. 15

Et perchè tutti gli scudi d'oro in oro che son stati dicianove et cinque altri delli miej si son cambiati tutti per libre sei di moneta longa sarà necessario fare il conto delle libre alla ferrarese, fare che ogni sei di quelle dichino cinque alla ferrarese per che il sig.r Christino mi volse dare oro con dire che si perdeva manco in quelli che in altra moneta et cussì portai per comprare per me qualche poco di formaggio o altro et intanto che non mi bastarono li denari datemi non comprai niente et questa è la somma della verità di tutte le spese fatte per me in tal viaggio dalli 23 di luglio per tutto li 14 del presente.

92 . 2 . 0
56 . 6 . 0
148 . 8 . 0

Importa la spesa delle presente liste fatta dal R.do padre Evangelista Quatrami 148 . 8 —

Vista da me Troilo Beccaria in luoco del Massaro della Camera.

Il Quattrami, durante il suo soggiorno in Ferrara, si tenne in relazione con G. V. Pinelli, Carlo Clusio, Ulisse Aldro-

vandi (1) giovando così a dare rinomanza e incremento ai giardini della corte Estense (2); ma con la morte (27 ottobre 1597) di Alfonso II venne a mancare al Quattrami la benevolenza di colui che lo aveva voluto presso di sè in considerazione dei servizi prestati dal povero Agostiniano ai due Cardinali Estensi e al Marchese di San Martino. Padre Evangelista aveva posto nel suo ufficio di semplicista tutta la premura possibile per accontentare la curiosità della Corte di Ferrara, come ne danno sicura testimonianza le notizie da me in altra occasione pubblicate ricordando il carteggio avuto dal Quattrami col Clusio.

Da questo carteggio e più propriamente da una lettera scritta da Modena il 24 maggio 1599, si trae notizia che dopo la morte del Duca Alfonso II in Ferrara " fu ruvinato il giardino de semplici perchè era in un forte dove stavano in guardia molti soldati nè fu possibile campare alcuna cosa, anzi andò in ruina tal luogo che non si conosce vestigio più di simile luoco et riempito di terra che fu levata d' un forte che li era appresso che non era a proposito per li dominatori " e che al fine di decembre (del 1598) il Quattrami era venuto a Modena per rifare il giardino dei semplici (3).

Ma neppure sotto Cesare I d' Este arrise la fortuna al povero semplicista; fatto oggetto agli insulti di alcuni invidiosi i quali rovinarono il nuovo giardino, Evangelista Quattrami, licenziato dalla Corte Ducale (4), dovè ritornarsene al Convento di Gubbio, sempre più malandato in salute e avvilito siccome resulta dalle sue lamentele (5); cessano col marzo 1602 tutte le notizie riguardanti il frate Agostiniano.

---

(1) Cfr. ms. Aldrov. (Bibl. Univ. di Bologna) n. 136, Tomo XXV, c. 58-67 " Ex litteris R.di fratris Evangelistæ ord. S. Jacobi Bononiæ herbarii et præfecti horti Ser. Ducis Ferrariæ sub die 20 decembris 1595 "; c. 119-122 " Ex litteris R. F. Evangelistæ Quattrami herbarii S.mi Ducis Ferrariæ datis sub die V Junii 1596 Ferrariæ "; Tomo XXVI, c. I. " Ex litteris R. P. F. Evangelistæ Quattrami Ferrariæ datis "; c. 38 " Ex litteris R. P. F. Evangelistæ Quattrami Ferrariæ datis die 26 martii 1597 "; anche De Toni G. B., Il carteggio degli italiani ecc. passim.

(2) Vedasi in Appendice il documento n. 5.

(3) Vedansi nell' Appendice i documenti n. 6, 7, 8, 9.

(4) Vedasi in Appendice il documento n. 10.

(5) Vedasi in Appendice il documento n. 11.

Per dar termine si ricordano qui le tre opere a stampa di Evangelista Quattrami, da lui menzionate nelle sue lettere (1).

Prima in ordine di tempo è l' operetta, piuttosto rara (2) recante il titolo che segue:

Breve | Trattato | intorno alla | preservatione, et | cura della peste: | di Frate Evangelista | Quattrami d' Agubio, dell' Ordi- | ne Eremitano di S. Agostino | semplicista del Illustrissimo, & Reverendiss. | Signore Cardinale da Este.

Con licentia | de' Superiori | In Roma, | Nella stamparia de Vincentio Accolti, | M. D. LXXXVI.

Il trattatello (3) è datato dalle stanze del Boccaccio in Monte Cavallo da Roma 10 di Agosto 1586 e firmato Fr. Evangelista d' Agubio. In esso trovasi annunciata l' altra opera " non ancora posta in esecutione, de quinta essentia, come stillator, nella quale s' impara il vero, e schietto modo di fare la vera pietra da filosofi, detta da alcuni oro potabile, & da altri elixire della vita " alludendo così all' opera stampata nell' anno successivo.

Il Quattrami dichiara di essere stato spinto a scrivere il breve trattato dalle condizioni probabili di pestilenza per l' umidità dell' inverno 1585 e per il ricordo dell' epidemia del " male del Castrone " del 1580 iniziatasi in Fiandra e in Francia e diffusa perfino a Roma con esiti spesso mortali (4); egli ebbe a

---

(1) Vedansi in Appendice i documenti n. 12 - 14.

(2) Cfr. Pirotta R. e Chiovenda E., op. cit. pag. 74. Questi due autori, ricordando l'affermazione del Tiraboschi accennante all' esistenza di un' opera del Quattrami sulla peste stata stampata, affermano di non avere veduta l' opera in questione. L' esemplare da me riscontrato esiste nella Biblioteca Estense di Modena assieme alle altre due pubblicazioni del Quattrami.

(3) Il diligentissimo Alfonso Corradi (Annali delle Epidemie occorse in Italia dalle prime memorie fino al 1850, parte seconda, pag. 292; Bologna, 1865, Gamberini e Parmeggiani, 4°) ricorda per il 1586 l'opera Breve trattato intorno alla preservatione et cura della peste di Frate Evangelista Quattrami Agostiniano di Gubbio, semplicista e stillatore del Cardinale di Ferrara e di quello d' Este.

(4) Cfr. Corradi A., op. cit. pag. 274 - 275; L' influenza ovvero febbre catarrale epidemica dell' anno 1580 in Italia con nuovi documenti illustrata. Commentario (*Annali Universali di Medicina* A. 1866, vol. CXCVII e CXCVIII). Del morbo epidemico detto anche Mal Mattone che infierì nel 1580 si ha ricordo nei mss. Aldrovandiani (R. Bibl. Univ. di Bologna) n. 6, vol. II e n. 69.

constatare la fuga degli uccellî (rondini, nibbii, piccioni ecc.) che non si videro per l'aria dal 7 al 23 agosto. Autori citati dallo scrittore sono Galeno, Ippocrate, Averroe, Avicenna, Marsilio Ficino, Aristotele, Mattioli.

La seconda opera ha il titolo:

LA VERA | DICHIARATIONE | DI TUTTE LE METAFORE, SIMI- | litudini, & Enimmi de gl' antichi Filosofi Al- | chimisti, tanto Caldei & Arabi, come Greci & | Latini, vsati da loro nella descrittione, & com- | positione dell' Oro potabile, Elissire della vita, | Quinta essenza, & lapis Filosofico.

OVE CON VN BREVE DISCORSO | della generatione de i metalli, & quasi di tutte l'opere | di natura, secondo i principij della Filosofia, si mo- | stra l' errore, & ignoranza (per non dir l'ingan | no) di tutti gl' Alchimisti Moderni.

PER FRATE EVANGELISTA QUATTRAMI DA | Gubbio dell'Ordine Eremitano di S. Agostino, Semplicista, & di- | stillatore dell' Illustriss. & Reuerendissimo Sig. Card. d' Este.

CON LICENZA DEI SVPERIORI.

IN ROMA, Appresso Vincentio Accolti, in Borgo nouo, 1587.

Questo libro comprende 24 capitoli e nel suo complesso rappresenta una critica dell' Alchimia (1); esso è dedicato ad Alfonso II duca di Ferrara e porta impresso nel frontespizio lo stemma estense; è datato: Roma 4 febbraio 1587.

La terza opera reca il seguente titolo (2):

---

(1) Strana coincidenza di titoli. LUIGI ANGUILLARA pare abbia composto un elisire della vita; cfr. ms. Aldrov. (R. Bibl. Univ. di Bologna) n. 54, vol. I, c. 143-146: " Elyxir vitæ d'Alojsio Anguillara ".

(2) HALLER (v.) A. (Bibliotheca Botanica T. I, pag. 390; Tiguri. MDCCLXXI, Orell, Gessner, Fuessli, et Soc. 4°) cita quest' opera col titolo: Evangelistæ Quatramii Degli ingredienti della Theriaca e mithridatio Ferrara anno 1597. 4°. Questo è invece il titolo (più esattamente però " Trattato de gl' Ingredienti Della Teriaca, & Mitridato) posto in alto alle pagine da 16 a 132 mentre nella stessa opera seguono poscia, sempre in alto alle pagine, altri titoli (De Opobalsamo Orientali; De Carpobalsamo, & Xilobalsamo, ecc.). Prima C. BAUHIN (Pinax Theatri Botanici; Basileæ, impensis Johannis Regis, C I Ɔ I Ɔ C L XXI, 4°) aveva indicato l' opera di padre Evangelista nel modo seguente: Evangelistæ Quadramij Eremitæ, Theol. D. & Ducis Ferrariensis Simplicistæ, tractatus de Theriaca & Mithridatio: Ferrariæ anno 1597 in 4.

TRACTATUS | PERVTILIS | ATQ. NECESSARIVS | AD THERIACAM, MITRIDATICAMQ. | Antidotum componendam, in quo habentur solutiones tot contro- | versiarum, quae inter celeberrimos viros adhuc viguere circa ea | omnia e quibus Antidota ipsa conficiuntur, nec non & | penè innumerabilium errorum fidelis declaratio | in publicæ utilitatis gratiam.

AD SERENISSIMUM ALPHONSUM II. | Estensem, Ferrarie &c. Ducem.

AUCTORE FRATRE EVANGELISTA QUATRAMIO | Eugubinio, Ordinis Eremitarum Sancti Augustini, Sacræ | Theologiæ Doctore, atq.; Serenissimi Ferrariæ Ducis | Simplicista.

FERRARIÆ | Apud Victorium Baldinum, Typographum Ducalem, 1597. | Venia a Superioribus concessa.

Con la grande voga ch' ebbe l' antichissimo polifarmaco triaca non è da meravigliarsi che siasi occupato di questa pretesa panacea universale anche il Quattrami (1), quantunque moltissimi nostri medici e semplicisti della seconda metà del secolo XVI avessero stampato in argomento; basti ricordare Maranta (1571), Oddo (1576), Bolzetta (1576), Stelliola (1577), Ferrari (1591), G. B. Selvatico (1597) prescindendo da scritti d'indole generale.

In generale nel suo lavoro il Quattrami prende le difese di Bartolomeo Maranta (2) e biasima Marco Oddo, che avevano scritto entrambi sullo stesso argomento, interessandosene poi il Collegio medico padovano e non pochi semplicisti.

L'opera del Quattrami contiene, come giustamente venne osservato da Pirotta e Chiovenda (3), molte notizie d'importanza botanica, perchè questi autori vi riscontrarono parecchie località por piante romane, dando talora per queste ultime i nomi ver-

---

(1) Cfr. ms. Aldrov. (R. Bibl. Univ. di Bologna) n. 136, T. XXVI, c. 97 - 105, 110 - 114.

(2) Sul medico e botanico venosino BARTOLOMEO MARANTA cfr. DE TONI G. B., Nuovi documenti sulla vita e sul carteggio di Bartolomeo Maranta medico e semplicista del secolo XVI (*Atti del Reale Istituto veneto di scienze, lettere ed arti* Tomo LXXI, parte seconda, pag. 1505 - 1564; Venezia 1912).

(3) PIROTTA R. e CHIOVENDA E., pag. 74.

nacoli locali; altrettanto può dirsi per altre regioni d'Italia (Puglia, Calabria, Umbria, Emilia ecc.) e fuori d'Italia.

Indirettamente il trattato della Teriaca e del Mitridato contribuisce a fornire dati biografici su Evangelista Quattrami; dei quali uno merita di essere ricordato perchè non avvertito, che io sappia da nessun autore. Nel 1559 nella spezieria di Galeazzo dal Corallo in Venezia il Quattrami (che si trovava in quella città a far parte del Capitolo generale degli Agostiniani nella chiesa di San Stefano) vide due vipere recate da un marinaio cipriotto e destinate come ingredienti della Teriaca; in quell'occasione Frate Evangelista si trovò insieme a Vittorio Trincavello e a Luigi Anguillara; con quest'ultimo, con Giulio Moderato e Francesco Accoramboni di Rimini e con Giovanni Maria Vito, bibliotecario del duca Guidubaldo d'Urbino, egli erborizzò nel 1560 sulle montagne di Norcia (1).

Il trattato suddetto costituisce l'opera più importante scritta da Evangelista Quattrami soprattutto perchè dimostra la passione vivissima che il frate nutriva per lo studio dei semplici e la coltura ch' egli si era acquistata consultando le pubblicazioni contemporanee.

(1) Luigi Anguillara si spinse in quell'anno 1560 fino alla Puglia: cfr. De Toni G. B., Contributo alla conoscenza delle relazioni del patrizio veneziano Pietro Antonio Michiel con Ulisse Aldrovandi (*Memorie della R. Accademia di scienze, lettere ed arti in Modena* serie III, vol. IX. pag. 39; Modena 1908).

APPENDICE

Documento n. 1

[R. Archivio di Stato in Modena; Cancelleria Ducale — Archivi per materie. Storia Naturale. — F. Naturali — Botanica ecc].

Illmo et Eccmo patron Sre Colen.mo

Perchè piacque all'Illmo Sig. Car.le da Este di felice memoria in ricompensa della servitù fattali da me honorarmi nel suo testamento d'un legato di scudi 25 d.o in.o costituì già due anni sono procuratore a riscoterli da V. Ecc.za Ill.ma come suo herede M. Marc. Ant.o Pagano della città di Ferrara et benchè più volte gli habbia fatto istanza per la risolutione non ho potuto sin hora col mezzo di quello riportarne frutto alcuno, crederei per sua colpa, non già di lei la cui pietà et generosità gli altri legatarj gran pezzo fa han conosciuta con vivi effetti. Hora ritrovandomi io gravato dall'età in che sono, esshaustiss. et ridutto in miseria per la grave infermità, et debolezza avvenuta da Maggio in qua per una caduta per la quale sono rimasto struppio, ho voluto con questa ricorrer da lei, et presentarle il mio tanto bisogno acciò resti servita ordinare che mi sian qui pagati i detti danari, perchè così col favor di lei possa aitarmi in questa occasione et strettezza di vivere, che oltre ella continuerà verso i servitori degli Ill.mi suoi maggiori come sono stato e io divotiss. et fedelissimo il suo solito costume, io riconoscerò dalla man di V. Ecc.za Ill.ma il rimanente di mia vita et supplicandola a degnarmi di risposta, li fo humil reverenza, et le raccomando la

necessità di chi 22 anni continui ha servito gli Ill.^{mi} et Rev.^{mi} S.^{ri} suoi Zij et Maggiorj. Di Roma à 8 di Gennaro 1591.

Di V. Ecc.^{za} Ill.^{ma}

Humil Servo
Fra evangelista Quatramo d'Aggubbio

(fuori): all'Ill.^{mo} et Ecc^{mo} Sig.^{re} patron Colen^{mo}
il sig. Don Cesare Da Este - Ferrara

Documento n. 2.

[R. Archivio di Stato in Modena. Come sopra]
(foglietti di minuta).
Al P. Generale degli Eremitani di Santo Agostino a Roma
di 24 Marzo 1593

Molto Rev.^{o} P.

Il P. Evangelista da Ogobbio ha servito gli Ill.^{mi} di Ferrara et d'Este miei zio et fratello, et ultimamente il Marchese di San Martino mio parente. Et havendolo io dopo la morte di lui tirato in Casa mia ho voluto farlo sapere a V. R.^{tia} pregandola che si contenti permettergli che possa continuare di servir me ancora nella sua professione de' semplici, del modo che ha fatto gli altri Parenti della mia Casa che io il riceverò a grandissimo piacere da V. R.^{tia} et ne terrò memoria verso lei in ciò che sarà in mio poter di fare per essa in ogni servitio. Il S.^{e} la conservi et prosperi.

A piacere di V. R.^{tia}

Documento n. 3.

[R. Archivio di Stato in Modena Registro de mandati fattorali dell'anno 1593. Categoria salariati]

a c. 14 verso:

A frate Evangelista Quattrami semplicista di S. A. ducaoni trenta per andar a tuor semplici per detta S. A. le quali ren-

derà conto per lui al suo fator l'ord.[e] pagarli de quali renderà conto. D. 30

a c. 21 v. Il R.[do] Padre Evangelista Quatrami semplicista di S. A. Ser.[ma] deve avere L. centoquarantatre e tredici d. per altretanti spesi in un viaggio in montagna a coglier semplici per servitio de S. A. Ser.[ma] appar per una lista con il mandato della Camera Infilza n.° 96.

Al detto frate Evangelista L. ventinove e S. tredici per conto d'un viaggio per le montagne a coglier semplici per S. A. Ser.[ma]

a c. 22 r. Al Reverendo padre Evangelista Quatrami per andar su le montagne di Vicenza d'ordine di S. A. Ser.[ma] 25 in tanti crosoni ven.[ti]

a c. 26 r. Il R.[do] frate Evangelista Quatrami deve havere addetto L. trentadue da S. 2 di piccoli per scudo per altrettanti spesi in un viaggio fatto nelle montagne di Vicenza per semplici per S. A. Ser.[ma] come per le liste con il mandato della Camera.

Al Rev.[do] frate evangelista Quatrami L. sette e S. 2 per conto di un viaggio fatto nelle montagne di Vicenza per servitio di S. A.

Documento n. 4.

[R. Archivio di Stato di Modena. Cancelleria ducale. Archivii per materie. Storia Naturale. F. Naturali. — Botanica ecc.]

Ill.[mo] Sig.[re]

Per fare questo viaggio per ridurre varij semplici ho di bisogno di doj cavalli uno per me et l'altro per portare la mia valige con le cose necessarie e per mettervi qualche semplice che si trovano per il viaggio fuori da monti quando vado et torno a casa sin a Modena: ma non vorria menar da ferrara sin a modena cavalli ma andar per barca et a modena sin a reggio mi fosser datî, cusì da reggio sin a castelnuovo, et a castelnuovo per tutti li luoci per le montagne perchè quelli sono avezzi per tali alpestri luochi, et che mi fosse dato aiuto et guide e che mi fossero date casse per accomodare li semplici et condotti sin a modena et io da castelnuovo andare a sestula dal capitano

Otonello o capitan di sestula per raccoglier di molte radicé per seccare forsi da 800 libre per servitio di Sua Altezza et queste farle portare in modena, per condurle per barca a ferrara, et voglio menare meco da ferrara li doi lavoranti che mi servano al giardino, perchè volendo cavalcare et scavalcare non posso se uno non mi alza la gamba destra et mettermela ne la sella et al scavalcare tenermi dritto perchè sempre durià la schina in terra; ed l'altro dall'altra parte tener la staffa destra et cavarmi la gamba fuori della sella: e che bisognava farli le spese et gli siano fatte bone le loro opre come se havessero lavorato nel giardino; et questo è quanto mi occorre dirli volendo partire martedì a mattina: et la patente di Sua altezza che riconosciuto per suo servitore che serva per la Grafignana, fregnano et pania, poi ritornato per le montagne di trento et verona ovvero uno che sempre mi possa servire senza nominare paese particulare come era quella dell'Illus. Sig. Cardinale d'este et di ferrara: et questo è il tutto che mi soviene dire a V. S. Illus. che il sig. Dio la conservi sana et contenta, et sapere anco per dove non haverò a spendere io quando son ricevuto in casa dì alcuno offitiale di Sua Altezza Ser.ma per li luochi per dove coglio li semplici.

D. V. Ill.ma deditiss.

fra Evangelista Quattramio semp.ta di Sua A. S.ma

(fuori): All'Ill. sig. Immula.

Documento n. 5.

[R. Archivio di Stato in Modena — Come sopra]

(Brano di lettera di E. Quattrami da Ferrara 6 settembre 1597 a Imola Giovanbattista Laderchi segretario e consiglier di Sua Altezza Ser.ma a Belreguardo).

" Se è vero che il ser.mo nostro sig.r et padrone voglia che io vada a fare il giardino del padiglione come dice il sig.r Hippollito Bosco, la prego voglia fare con Sua altezza Ser.ma che sarìa bene che quanto prima mi facesse consegnare la chiave del giardino acciò che io lo facessi coltivare per essere tutto sodo ed incoltivato mentre sono li tempi asciutti; perchè quando

saranno le molte pioggie la tera non si puote accomodare che stia bene, se desidera li pianti li semplici rari che ho alli giardini di San Benedetto per questo ultimo di settembre et principio d'ottobre molto meglio che non è di marzo et le cose che vanno seminate avanti verno.

Et volendo che faccia l'olio della canella, come mi ha fatto accennare, sarà necessario mi mandi a Venetia per trovare la buona canella per fare tale olio, perchè non ogni sorte di canella fa dell'olio et desidararia andarvi avanti si faccia freddo per non patire tanto in barca all'andare e tornare ecc. „

Documento n. 6.

[R. Archivio di Stato in Modena. Registro de Mandati. Salariati 1599].

Al nome di Dio. adì 5 Genaio 1599

Al Rev.do Pre. Evangelista da Ugubio semplicista l. 20 a buon conto della provvigione che le sarà assegnata da S. A.

Al nome di Dio adì Primo marzo 1599

Al R.do Pre. Evangelista da Ugubio L. 26 per suo resto del mese di Genaio passato

Adì 2 maggio 1599

Al Pre. fratte Ugubio semplicista L. 39 per la sua paga del mese di marzo passato.

NB. Null'altro ho riscontrato, riguardo a Evangelista Quattrami, nei successivi registri dei mandati, che vennero esaminati fino al 1606.

Documento n. 7.

[R. Archivio di Stato in Modena. Cancelleria ducale. Archivi per materie. Storia Naturale. F. Naturali. Botanica ecc.]

Sereniss.o principe

“ Il divoto servo dell'altezza Sue ser.ma fra Vangelista Quattramio (Ser.mo Sig.re et patrone Colendiss.o) ringratia quanto sia possibile con ogni sorta d'humiltà somissione et riverenza, l'altezza

Sua sereniss.ª del favore et gratia che si è dignata concederli con riceverlo sotto il manto et protetione sua in farlo perseverare nella sua peculiare et antica servitù del stillatore, et semplicista, se bene il minimo et meno intelligente di detta professione, pur qual si sia acetta dalla sua innata bontà, per favor singularissimo la servitù et dono che li fa di quei mobili che teneva per uso suo della guardarobba dell'altezza Sua Ser.ᵐᵃ come cose da esso desideratissime come a bocca li ha detto l'Ill.ᵐᵒ sig. Marchese di Scandiano .... „ .... " laonde ser.ᵐᵒ principe sarà causa (se dio mi dà vita per tre anni ancora) che farò sotto il nome di semplicista dell'altezza Sua Ser.ᵐᵃ un discorso et corettione de molti semplici falsi che si mettono in molti composti della speciaria con gran danno de chi li adopra come la ragione sensata la potrà vedere l'altezza Sua Ser.ᵐᵃ principe con il trattato che li mando sopra la *theriaca et Mithridato* contro l'operazione di tanti dottissimi sig.ʳⁱ Medici de Colegij havendolo acettato l'inclito Colegio de sig.ʳⁱ Medici di Roma per cosa utile necessaria et dotta .... „.

(Brano di lettera di E. Quattrami diretta al Duca di Modena e datata Ferrara 6 settembre 1598).

Documento n. 8.

[R. Archivio di Stato in Modena — Come sopra]

" ..... Poco profitto han fatto più mie dirette al sig.ʳ Acquistapace [1] et a M. Leonardo Greco con pregarli che quanto prima operino con Sua Altezza Ser.ᵐᵃ che mi mandi la lettera diretta al mio padre R.ᵐᵒ generale di S.ᵗᵒ Agostino acciò prima non mi promettesse al servizio d'altri, ot anco desidero di venir presto a Modena per seminare di molti semi che vanno seminati alla fine della state che alla primavera non nascono et alcuni che vi nascono di quella stagione degenerano et di fior doppio si fa semplice .... „.

(da una lettera di E. Quattrami diretta alla Cancelleria Ducale e datata Ferrara 16 settembre 1598).

---

(1) Il vicentino G. B. Acquistapace era medico del Duca; cfr. Frati L., Ulisse Aldrovandi e Ferrara pag. 8; Ferrara 1908.

Documento n. 9.

[R. Archivio di Stato in Modena — Come sopra]

" Ser.mo principe.

" .... Confidato nella eccelsa magnanimità sua ser.mo sig.re et padrone mio Colendiss.o sforzato dalla necessità torno a suplicarla si degni per sua innata bontà ordinare ch'io quanto prima habbia da venire a stantiare a Modena perchè da San Michele sin alli 20 del presonte ho pagato un zecchino di pigione per non uscire all'hora che doppo il dì 20 son necessitato uscirne per commodarne la forestaria della Regina di Spagna; havendo incassato quattro casse de semplici per piantare et una de semi con molti vasi da seminare quanto prima che sarò venuto, che tra questi e li miei mobili saranno da sei carri di robbe .... dia ordine al suo forieri mi trovi una casa quanto più prossimo si possa al giardino et fonderia acciò gionto in Modena possa far portarli li miei mobili et habitarli ..... ".

(Da lettera di E. Quattrami diretta al Duca di Modena e datata Ferrara 14 ottobre 1598).

Documento n. 10.

[R. Archivio di stato di Modena — Come sopra].

Ill.mo Sig.or mio oss.mo S.

Poi che fu voler divino ch'io fussi licentiato dal Ser.mo nostro comune patrone et signore quand'io non harei mai potuto creder per avanti tal cosa, che havendo servito tanti anni questa Ill.ma et Ser.ma Casa d'Este da fidel servitore, fosse poi stato nel ultimo il mercor santo a sera del 1601 tradito asassinato et schernito vituperosamente dal Ricino con parole vituperosissime presente doi padri Capuccini molti gentilhuomeni presente l'Ill.mo conte Giulio Tassoni poiche il Riccino mi haveva fatto cavare da 400 sorte di semplici et fracassati da cinquanta vasi tra grandi e piccoli et da sei casse dal prete don Alberto Seth et

dal brisichella forzatamente aprir la fratta tra il brisichella et me et serare il cancello per dentro che andava da (....) giardinetto, acciò, che io non lo potesse impedire sinchè non furono finiti di cavare i semplici tutti et portati via (....) subito venire l'Ill.mo Sig. Conte Giulio di dar sentenza che non havendo conservati li semplici di Sua altezza Ser.ma che manco non volevo che io havessi li dinari del salario di mesi sette dell'anno 1600 che sono lire de bolognini 273 ne meno lire 139 de un mandato spedito et registrato in camera di tanto vino farina et legne che avanzava che lo ritengo preso di (....) qualche bon fine; se tale sententia è giusta Dio che vede il tutto farà con la sua santa giustitia a qualche tempo che l'operario sia degno della sua mercede quia dat unicuique secundum mercedem suam. et il Riccino sarà pagato da Dio ancor esso quando non se il pensarà dell'assasinamento fattomi di farmi prima dar licentia per godersi esso il luoco del conte Massimiano ingrassato et serrato a spese di Sua Altezza Ser.ma et poi fattomi togliere li semplici da me acquistati con tanta mia spesa per farmi privare del mio stento et dirmi cho io ero un fole et tristo religioso con altre parole obrobriose et minaciatomi di farmi buttare in un pozzo senza che io mai l'habbia ofeso nè in parole nè fatti ma bene esso mi ha sempre fatto rovinare li semplici dalli suoi pavoni, galine d'Indie, caponi et porci che tante volte venivano nel giardino a ruvinare il tutto, nè volse far coltivare il luoco che io ci havese voluto seminare et piantare tanti semi seminati et piante adulte che il Brisichella et prete Seth hanno cavato et portati via credo per il Riccino et Brisichella. Queste sì fatte opere non le paga il sig.r Dio ogni settimana o mese ma quando li pare a esso che sia l'hora giusta; che del tutto ne ho dato raguaglio a sua altezza ser.ma per una mia datali in mano M. Lionardo Greco [1] con adurli più [testim]onij di tale assasinamento fattomi nel fine della mia servitù fidele di tanti anni che havendo voluto pagare li debbiti fatti a Modena per vivere sinchè non

---

(1) Questo Lionardo Greco era il vallotto e speziale segreto del Duca, Leonardo Coian detto il Greco, che il Quattramio ricorda a pag. 73 del suo Tractatus perutilis atq., necessarius ad Theriacam, Mithridaticamque Antidotum componendum; Ferrariæ, 1597.

ho possuto havere il vino di mesi undece et farina et legne et dinari che non ho possuto havere li ho presi in presto con quelli da condur me et li mobili necessari in parte alla mia patria che desidero sodisfarli se V. Ill.ma Sig.a mi vuol favorire che Sua Altezza Ser.ma mi paghi il salario di sette mesi dell'anno 1600 et il vino, farina et legne del mandato sudetto che sono da 80 ducatoni acciò che il sig. Dio non facesse patire Sua A.za chi mancasse di Giustitia se non per giustizia almen per gratia .....

D'Agubbio il dì 23 luglio 1601. fra Evangelista Quatramio servitor.

(fuori): All'Ill.mo Sig. mio oss. Il sig. Gio Batta Landerchi Deg.mo Secretario et consigliere del Ser.mo sig. Duca di Modena apresso Sua altezza Ser.ma - Modena).

Documento n.o 11.

[R. Archivio di Stato in Modena — Come sopra]

Ser.mo Sig.re et patrone mio Colendiss.mo salute nel Sig.or Dio.

Sapendo io quanto sia Clementissimo principe, et Amico della Misericordiosa Charità che è l'istesso Dio la Charità. Hora tanto maggiormente come unico Herede Meretevolissimo della Generosissima et Regal Casa d'Este tanto amatrice d'ogni virtuosissima opra che sentendo l'altezza Sua ser.ma che me trovo nel letto perso della virtù delle cosse et gambe che non posso caminare essendo così stato da che partici da Modena tanto sconsolato et privo della gratia dell'Altezza Sua ser.ma che dal gran disgusto et dalla quantità dell'humido et fredo di quel clima che per certi mesi ero quasi che privo del camminare, credo esser stato fuor di letto da un mese incirca et trovandomi bisognoso della servitù ricorro al fonte della sua misericordia che mi voglia riconoscere di quella Carità sinchè vivo così mezzo morto che credo poco tempo durerà poi che in casa sua mi sono infermato per la longa servitù et fatiga fatta per tutta la Italia sin alla mia decrepita età. Sebene io non ho mancato nè mai mancarò sin al fine della mia vita pregare nelli miei divini offitij per il

felice stato dell'Altezza sua ser.ma et di tutta la sua regale progenie pregandolo si degni farmi scrivere che io non lo infesti più con le mie se non si degna di accettarmi in sua bona gratia nè volermi havere niuna compassione, che mai più la infastidirò con le mie rige scritte ma mai restarò di pregare Dio che li conceda gratia della salute dell'anima: et con tal fine con le viscere del cuore con ogni humiltà et Riverenza gli prego dal Sig.re Dio ogni sua felicità et contento. A Gubbio il giorno santo della Domenica dell'Ulive il dì 31 Marzo 1602

Dell'Altezza sua ser.ma

l'humiliss.o servo infermo
fra Evangelista Quatramio
semplicista.

(fuori): Al Ser.mo Sig.or et Patron mio Col.mo il Sig.or Duca di Modena

Modena

Documento n.º 12.

[R. Archivio di Stato — Come sopra]

È una lettera diretta al Duca di Ferrara scritta dalle stanze della Castellina il 12 settembre 1595. In essa dopo aver ricordato d'aver servito i Card.i Ippolito e Luigi e di aver fatto un trattatello di peste e uno contro gli Alchimisti, il Quattrami scrive che intende preparare un trattato sopra la composizione della Theriaca, ricordando i trattati di Bartolomeo Maranta venosino (1572) e di Marco Oddo patavino (1576)

Documento n.º 13.

[R. Archivio di Stato in Modena — Come sopra]

(Brano di Lettera di E. Quattrami da Ferrara 26 febbraio 1598 al Duca di Modena a Modena).

Se bene so per boca del sig Gio. Battista Acquistapace e di M. Franceschino benvenuto che l'altezza sua non si vuole più

servire di me et acciochè possa mostrare al mio p.re R.mo generale che Sua Altezza mi licentiò et si contenta che me ne ritorni a farmi fare le spese del mio Monasterio cusì decrepito et strupiato, credendo che per haver servito tra l' Ill.mi et R.mi Sig.ri Card.li Ferara, Este et il ser.mo Duca Alfonso da 37 anni in circa havesse da morire servitore di questa ser.ma Casa d' Este, ne havendo Sua Altezza bisogno di tale facultà de semplici per molte sorte di altre occupationj, la prego con ogni humiltà et reverenza si degni farmi fare una licentia come mi parto con buona gratia dell'altezza Sua S.ma per ritornarmene al Monasterio della mia patria che cusì mi avisa il mio p.re R.mo generale et per ritrovarmi scosso in denari per la spesa fatta in la stampa da scudi 80 nel trattato *sopra la Theriaca et Mithridato* tanto utile al publico dedicata al ser.mo Alfonso come feci per quell' altra opera stampata in Roma dell'*oro potabile* . . . „ ; Il frate continua implorando " qualche dono e i mobili di poco prezzo . . . „,

Documento n.° 14.

[Archivio di Stato di Modena — Come sopra]

(Brano di lettera di Ev. Quattrami da Ferrara 16 Marzo 1598, al Duca di Modena a Modena)

Ser.mo Sig.re Havendo per un'altra mia scritto all'altezza sua ser.ma che havendo a ritornarmi al monasterio della mia patria fatto le feste di Pasqua et che desiderava dall'Altezza sua ser.ma la lettera del ben servito per potere mostrarla al mio R.mo P.re generale come son partito con sua bona gratia non havendo più bisogno della persona mia per la professione di semplicista, con suplicarle che volendomi usare quella cortesia che li paresse per memoria della longa servitù fatta di anni 35 in circa alla ser.ma sua casa d' Este come erede universale delli miei Ill.mi et R.mi Sig.ri Card.li Ferara et Este et del ser.mo sig.r Duca di Ferara defunto et de sua altezza ser.ma non havendo mancato io di far cognoscere al mondo per tre opere da me fatte stampare in Roma *una di peste, una dell'oro potabile dedicata al Ser.mo Defunto, come ancora quella sopra la Theriaca et Mithridato* stampata in

Ferara delle quali ne sperava una buona cortesia dal ser.[mo] Alfonso di felice Memoria, se non mi mancava così repentinamente ne da sua Altezza ser.[ma] forssi non creduto la sua fine per la sua robustezza et che per haver speso da scudi sessanta nella stampa mi trovo scossi di dinari ne so come fare da condurmi tanto lontano a Cavallo e condur meco li libri et biancaria necessaria, suplicandola di qualche cortesia secondo che parerà all'altezza sua ser.[ma] et che piacendoli si contentase di donarmi quei pochi di Mobili che mi fece dare per mio uso il ser.[mo] Defunto che possono valere da circa scudi 12, il tutto per quanto mi dicono questi stracciaiuoli, ma io ne li portarei per me al Monasterio per potermi ricordare ogni hora di pregare il sig.[r] Dio per il felice stato dell'altezza sua ser.[ma] et di tutta la sua casa . . .

. . . l'alteza sua si compiacia " Ordinare siano pagati li salari del mese d'ottobre, Novembre e decembre, se non mi vuole far pagare di genaro . . . „.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 16 dicembre 1918)

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1917-918 - Tomo LXXVII - Parte seconda

Di una estensione del concetto di scostamento medio e di alcune applicazioni alla misura della variabilità dei caratteri qualitativi.

PROF. CORRADO GINI, S. C.

(*Adunanza ordinaria del giorno 28 ottobre 1917*)

1. — Gli indici più usati per misurare la variabilità delle serie statistiche relative a caratteri quantitativi sono:

a) *lo scostamento (semplice) medio dalla media aritmetica*, dato dall'espressione

$$ {}^1S_A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left| a_i - A \right| , \tag{1} $$

dove n indica il numero dei termini della serie, a_i $(i = 1, 2 \ldots n)$ uno degli n termini, $A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} a_i$ la loro media aritmetica;

b) *lo scostamento quadratico medio dalla media aritmetica*, dato dall'espressione

$$ {}^2S_A = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (a_i - A)^2} . \tag{2} $$

Negli ultimi anni venne anche usata con una certa frequenza, come indice di variabilità,

c) *la differenza (semplice) media*, data dall'espressione

$$ \Delta = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} \left| a_i - a_l \right| . \tag{3} $$

Ricorderemo infine un altro indice di variabilità, che sta alla differenza semplice media nella stessa relazione, in cui lo scostamento quadratico medio sta allo scostamento semplice medio. Esso è

d) *la differenza quadratica media*, data dall'espressione

$$ {}^2\Delta = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} (a_i - a_l)^2} . \tag{4} $$

Quando, come è generalmente il caso per le serie statistiche, il numero dei termini non è troppo piccolo, la differenza (semplice) media Δ non differisce sensibilmente da

e) *la differenza (semplice) media con ripetizione*, data dall'espressione

$$ \Delta_R = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} \left| a_i - a_l \right| , \tag{5} $$

e, analogamente, la differenza quadratica media non differisce sensibilmente da

f) *la differenza quadratica media con ripetizione*, data dall' espressione

$$ {}^2\Delta_R = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} (a_i - a_l)^2} \ . \qquad (6) $$

Nel campo dei caratteri quantitativi, l' uso della differenza quadratica media con ripetizione equivale, ai fini di misurare la variabilità della serie, all' uso dello scostamento quadratico medio, in quanto che, tra quella e questo, intercede costantemente la relazione

$$ {}^2\Delta_R = {}^2S_A \sqrt{2} \ . \qquad (7) $$

L' uso delle differenze medie come indici di variabilità delle serie statistiche venne da noi proposto nella memoria *Variabilità e Mutabilità* (1912). In questa, noi mostravamo come, in alcuni casi, le differenze medie debbano usarsi a preferenza degli scostamenti medii dalla media aritmetica (o di altri indici di variabilità), e come, in altri casi invece, sia più conveniente servirsi dell' uno o dell' altro scostamento medio dalla media aritmetica o di altro indice di variabilità, a seconda della qualità dei fenomeni esaminati, della natura del materiale a disposizione e degli scopi a cui è rivolta la ricerca (1).

Alcuni autori (Czuber, Pietra), andando in questo molto più in là di quanto noi avevamo affermato, sostennero che l' uso della differenza semplice media, come indice di variabilità, sia senz' altro preferibile in ogni caso, in quanto che — essi osservano — la diversità tra le grandezze si giudica nel modo più naturale dalle differenze che tra esse intercedono, mentre con una quantità intermedia (sia questa la media aritmetica od altro

(1) Cfr. *Variabilità e Mutabilità, contributo allo studio delle distribuzioni e delle relazioni statistiche*, in *Studi economico - giuridici pubblicati per cura della Facoltà di giurisprudenza della R. Università di Cagliari.* Anno III. Parte IIª, Bologna, Cuppini, 1912. pagg. 86-99.

valore medio) si introduce nell' operazione un elemento estraneo ([1]).

Al criterio sostanziale di scelta tra gli indici di variabilità, a cui noi ci inspiravamo, dovrebbe dunque sostituirsi — secondo detti autori — un criterio formale. Condurrebbe questo ad adottare per tutti i casi una soluzione unica, ciò che potrebbe essere riguardato come un vantaggio, in quanto che verrebbe tolta in tal modo la necessità di una casistica alquanto complicata, quale quella che, dall' assumere come guida il criterio sostanziale, da noi propugnato, inevitabilmente deriva ([2]).

Tale vantaggio però pare a noi per la verità più apparente che reale, in quanto che, nel decidere dell' indice più conveniente alla ricerca, la bontà della soluzione non si può far dipendere unicamente dalle proprietà formali degli indici, tra cui la scelta si opera; ma deve pure tener conto dell' indole della ricerca e degli scopi che in essa ci si propone. Ora, quest' indole e questi scopi sono, di caso in caso, diversi e mal possono essere ritratti da un indice unico. D' altra parte, anche se ragioni pratiche, che non devono certamente mai trascurarsi, possono indurre ad adottare per semplicità, in tutti i casi, un indice unico, permane in ogni modo, secondo a noi pare, da un punto di vista teorico, l' interesse di ricercare quale sarebbe, nei singoli casi, il procedimento metodologico meglio rispondente allo scopo.

A proposito degli indici di variabilità, questa indagine si giudicherà — io penso — anche più opportuna quando apparirà come sia possibile giungere ad un concetto di scostamento medio senza introdurre nell' operazione alcuna quantità estranea, quale la media aritmetica od altro valore medio. Viene infatti per tale circostanza a mancare quella ragione per cui lo Czuber e il Pietra ritenevano di dovere in generale dare alla differenza media la preferenza sugli scostamenti medii.

---

(1) Cfr. E. CZUBER: *Beitrag zur Theorie statistischer Reihen*, in *Versicherungswissenschaftlichen Mitteilungen*. Neue Folge, 9 Band, 2 Heft, Wien, Engel u. Sohn, pag. 105-106. Nello stesso senso, cfr. G. PIETRA: *Recenti pubblicazioni di metodologia statistica*, in *Rivista italiana di Sociologia*. Marzo - Giugno 1917, pag. 315, nota a pag. 316.

(2). Cfr, in questo senso, CZUBER, Op. cit. pagg. 105-106, nota.

Scopo di questa nota è anzitutto di mettere in luce come *gli indici di variabilità* ^1S_A *ed* ^2S_A *si possano dedurre, indipendentemente dalla determinazione della media aritmetica, dalle differenze che intercedono tra le grandezze osservate.*

2. — Il quale risultato ha anche — e, a nostro modo di vedere, soprattutto — importanza per ciò che diviene per esso possibile di estendere la determinazione degli scostamenti medii a serie, per le quali la determinazione della media aritmetica resta esclusa. Tali sono appunto quelle che noi chiamiamo *serie cicliche* e quelle che chiamiamo *serie sconnesse* (1).

Cicliche si dicono quelle serie, in cui le modalità, che il carattere può presentare, offrono bensì un ordine naturale di successione, ma sono tali che nessuna di esse, all' infuori di una convenzione, può considerarsi come prima o come ultima a preferenza di un' altra.

Sotto quest' ultimo aspetto, le serie cicliche si differenziano dalle *serie rettilinee*, nelle quali le modalità che il carattere può presentare, non solo offrono un ordine naturale di successione, ma sono anche tali che due di esse si presentano naturalmente come estreme e le altre come intermedie. Fra i gradi di una gerarchia, ad esempio, vi è un primo e un ultimo grado; tra le tinte degli occhi, vi è una tinta più chiara ed una più scura, con cui la serie si inizia o rispettivamente si chiude. Questi caratteri, e analogamente le tinte dei capelli, gli anni del calendario, danno luogo a serie rettilinee.

All' infuori di una convenzione, non vi è, invece, un giorno della settimana o un mese dell' anno che possa dirsi primo e uno che possa dirsi ultimo. Se noi consideriamo il Lunedì come primo giorno della settimana e, generalmente, il Gennaio come primo mese dell' anno, ciò è appunto per una convenzione, come è provato dal fatto che, per alcuni servizi pubblici (per il funzionamento, ad esempio, della magistratura o dell'amministrazione finanziaria), si considera che l' anno si inizi con un mese diverso dal Gennaio. I numeri dei matrimoni secondo i giorni della settimana, i numeri dei nati o dei morti secondo i mesi dell' anno

(1) Cfr., in proposito, *Variabilità e Mutabilità*. Op. cit., pagg. 114-116.

danno luogo pertanto a serie cicliche. Similmente danno luogo a serie cicliche le frequenze dei venti secondo la direzione nel quadrante, i numeri delle volte in cui la palla si ferma sui vari esiti di una *roulette,* i numeri delle volte in cui, in una data composizione musicale, ricorrono le 7 note.

Nelle serie rettilinee è spesso possibile di far corrispondere alle successive modalità del carattere una successione di numeri, i quali differiscano tra loro proporzionalmente alle diversità che si ritengono intercedere tra le rispettive modalità del carattere. Ai gradi di una gerarchia, ad esempio, si potranno far corrispondere numeri proporzionali allo stipendio percepito, oppure al numero di anni normalmente necessario a pervenire ai gradi considerati o, ancora, al numero dei subordinati che dipendono da chi copre i gradi in questione. Per determinare gli indici di variabilità o di concordanza, anzi che operare sulle modalità qualitative della serie rettilinea, si opera poi sulle quantità che ad esse si sono per tal modo fatte corrispondere. La trattazione del carattere qualitativo viene, in tal modo, ricondotta alla trattazione di un carattere quantitativo.

Nelle serie cicliche, invece, non vi è una modalità del carattere che si possa considerare come prima. Si è pertanto nell'impossibilità di far corrispondere alle successive modalità i termini di una successione di numeri, e resta di conseguenza esclusa la determinazione di una media aritmetica della serie. Vero è che si potrebbe convenzionalmente riguardare una modalità come prima e, fatti corrispondere ad essa e alle modalità successive i termini di una successione numerica, eseguire poi la media aritmetica; ma ciò in sostanza significherebbe null'altro che trattare la serie ciclica come se fosse una serie rettilinea, trascurando cioè quelle peculiarità per cui appunto le serie cicliche si distinguono dagli altri tipi di serie (1). L'impossibilità, d'altra parte, di determinare, per una serie ciclica, la media aritmetica trae con sè l'impossibilità di determinare gli scosta-

(1) Cfr., in proposito, CZUBER, Op. cit. pagg. 147-150 e la nostra recensione della memoria dello Czuber apparsa nel *Deutsches statistisches Centralblatt.* 1915, Nr. 1, pag. 22.

menti da questa e quindi quegli indici di variabilità e di concordanza che sugli scostamenti si fondano.

Serie sconnesse si dicono quelle in cui ogni modalità del carattere differisce in uguale misura da tutte le altre, per modo che, all'infuori di una convenzione, non vi è ragione per ordinare le modalità del carattere in una piuttosto che in un'altra maniera.

Nella pratica, per la verità, è ben difficile, se non a dirittura impossibile, di trovare una serie che risponda rigorosamente a questa definizione, poichè le differenze tra alcune modalità appaiono di regola maggiori che tra alcune altre e spesso, se non è dato di stabilire un ordine naturale di successione per tutte le modalità, ciò è possibile, però, per alcune di esse. Lo schema della serie sconnessa resta pertanto uno schema teorico, secondo il quale però conviene trattare, in assenza di uno schema generale meglio rispondente, le serie per cui non si può stabilire un ordine naturale di successione per tutte le modalità; tali, per esempio, sono le serie dei numeri degli abitanti di uno Stato secondo lo stato civile, la confessione religiosa, la nazionalità, la lingua; tale è la serie delle aree coltivate secondo il genere delle colture.

È evidente che, anche per le serie sconnesse, non si può pensare a determinare, per tutta la serie, una media aritmetica. Di qui l'impossibilità di ricavare i valori degli scostamenti da detta media e conseguentemente di calcolare, fondandosi sugli scostamenti dalla media, indici di variabilità e di concordanza, esattamente corrispondenti a quelli che si calcolano per i caratteri quantitativi (1).

---

(1) Nelle nostre memorie precedenti abbiamo cercato di girare la difficoltà nel modo seguente. Se una serie sconnessa si considera distinta in due parti, a seconda che nei casi osservati si presenta o meno una data modalità, la frequenza di questa modalità può riguardarsi come la media aritmetica della serie rispetto a detta modalità. Da tale frequenza media si possono poi calcolare, rispetto a detta modalità, gli scostamenti e conseguentemente gli indici di variabilità e di concordanza che sugli scostamenti si fondano. Ripetendo l'operazione per le varie modalità tante volte quante esse sono, si perviene a indici globali di variabilità e di concordanza fondati sugli scostamenti, che possono riguar-

Rendendo il concetto di scostamento indipendente dalla determinazione della media aritmetica o di altro valore intermedio, tale impossibilità, così per le serie sconnesse, come per le serie cicliche, viene a cessare.

Il concetto di scostamento medio, che noi proponiamo in questa nota, si presenta così come una estensione del concetto di scostamento medio dalla media aritmetica; esso coincide con questo quando la media aritmetica si può determinare, ma può, d'altra parte, essere calcolato anche per serie, quali le cicliche e le sconnesse, per le quali la determinazione della media aritmetica resta esclusa.

3. — Chiameremo *scostamento di un carattere* A *nel caso* i^{mo} *rispetto al caso* l^{mo} la quantità, positiva o negativa, d_{il} che misura la diversità della modalità che il carattere A presenta nel caso i^{mo} da quella che esso presenta nel caso l^{mo}. Il valore assoluto $|d_{il}|$ di tale quantità verrà detto *differenza di* A *tra il caso* i^{mo} *e il caso* l^{mo}.

La media aritmetica degli $n-1$ scostamenti che il caso i^{mo} presenta rispetto agli altri $n-1$ casi della serie può dirsi lo *scostamento di* A *nel caso* i^{mo}. Essa sarà data dall'espressione

$$S_i = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{l=1}^{n} d_{il} - d_{ii}\right) \tag{8}$$

o anche, poichè è manifestamente $d_{ii}=0$, da

$$S_i = \frac{1}{n-1}\sum_{l=1}^{n} d_{il}\,. \tag{9}$$

---

darsi come indici di variabilità o di concordanza dell'intera serie. Cfr. *Variabilità e Mutabilità*. Op. cit. pagg. 142 e segg.; *Indici di omofilia e di rassomiglianza e loro relazioni col coefficiente di correlazione e con gli indici di attrazione*, in *Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti*, Adunanza del 25 ottobre 1914, pag. 599 e segg..

Il concetto di scostamento esposto in questa nota permette di determinare gli indici di variabilità e di concordanza per serie sconnesse senza ricorrere a tale espediente. Nei paragrafi che seguono noi ci siamo limitati alle formule degli indici di variabilità, le quali coincidono con quelle a cui eravamo giunti in *Variabilità e Mutualità* (pagg. 142-144). Le formule degli indici di concordanza verranno esposte in una successiva memoria.

Diremo invece *scostamento con ripetizione di* A *nel caso* i^{mo} la media aritmetica degli n scostamenti che il caso i^{mo} presenta rispetto a tutti gli n casi della serie. Esso sarà dato dall'espressione

$$S_{R,i} = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^{n} d_{il} . \tag{10}$$

Analogamente, chiameremo *differenza di* A *nel caso* i^{mo} la media aritmetica delle $n-1$ differenze tra il caso i^{mo} e gli altri $n-1$ casi della serie, data dall'espressione

$$\Delta_i = \frac{1}{n-1} \sum_{l=1}^{n} \left| d_{il} \right| , \tag{11}$$

e *differenza con ripetizione di* A *nel caso* i^{mo} la media aritmetica delle n differenze tra il caso i^{mo} e tutti gli n casi della serie, data dall'espressione

$$\Delta_{R,i} = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^{n} \left| d_{il} \right| . \tag{12}$$

Infine diremo *differenza quadratica di* A *nel caso* i^{mo} la media quadratica delle $n-1$ differenze tra il caso i^{mo} e gli altri $n-1$ casi della serie, data dall'espressione

$${}^2\Delta_i = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{l=1}^{n} d_{il}^2} , \tag{13}$$

e *differenza quadratica con ripetizione di* A *nel caso* i^{mo} la media quadratica delle n differenze tra il caso i^{mo} e tutti gli n casi della serie, data dall'espressione

$${}^2\Delta_{R,i} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{l=1}^{n} d_{il}^2} . \tag{14}$$

Le medie degli n valori, che le quantità S_i, $S_{R,i}$, Δ_i, $\Delta_{R,i}$, ${}^2\Delta_i$, ${}^2\Delta_{R,i}$ assumono quando ad i si fanno assumere tutti i valori da 1 ad n, possono fornire appropriati indici di variabilità della serie.

La media aritmetica degli n valori assoluti di S_i fornisce la quantità

$$ {}^1S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} |S_i| = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n} \left| \sum_{l=1}^{n} d_{il} \right| , \qquad (15) $$

che chiameremo *scostamento (semplice) medio della serie;* la media aritmetica degli n valori assoluti di $S_{R,i}$ fornisce la quantità

$$ {}^1S_R = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} |S_{R,i}| = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^{n} \left| \sum_{l=1}^{n} d_{il} \right| , \qquad (16) $$

che chiameremo *scostamento (semplice) medio con ripetizione della serie.*

La media quadratica degli n valori di S_i fornisce la quantità

$$ {}^2S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} S_i^2} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)^2} \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{l=1}^{n} d_{il} \right)^2} , \qquad (17) $$

che chiameremo *scostamento quadratico medio della serie*, e analogamente la media quadratica degli n valori di $S_{R,i}$ fornisce la quantità

$$ {}^2S_R = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} S_{R,i}^2} = \sqrt{\frac{1}{n^3} \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{l=1}^{n} d_{il} \right)^2} , \qquad (18) $$

che chiameremo *scostamento quadratico medio con ripetizione della serie.*

La media aritmetica degli n valori di Δ_i fornisce la quantità

$$ \Delta = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \Delta_i = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{l=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \left| d_{il} \right| , \qquad (19) $$

che chiameremo *differenza (semplice) media della serie*, e analogamente la media aritmetica degli n valori di $\Delta_{R,i}$ fornisce la quantità

$$ \Delta_R = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \Delta_{R,i} = \frac{1}{n^2} \sum_{l=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \left| d_{il} \right| , \qquad (20) $$

che chiameremo *differenza (semplice) media con ripetizione della serie.*

La media quadratica degli n valori di ${}^2\Delta_l$ fornisce la quantità

$$ {}^2\Delta = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} ({}^2\Delta_i)^2} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{l=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} d_{il}^2} \,, \tag{21} $$

che chiameremo *differenza quadratica media della serie*, e analogamente la media quadratica degli n valori di ${}^2\Delta_{R,i}$ fornisce la quantità

$$ {}^2\Delta_R = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} ({}^2\Delta_{R,i})^2} = \sqrt{\frac{1}{n^2} \sum_{l=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} d_{il}^2} \,, \tag{22} $$

che chiameremo *differenza quadratica media con ripetizione della serie.*

Si avverta come, per determinare i valori di ${}^1S$, ${}^1S_R$, ${}^2S$, ${}^2S_R$, del pari che per determinare quelli di Δ, Δ_R, ${}^2\Delta$, ${}^2\Delta_R$, basti di poter misurare la diversità che intercede tra due modalità qualsiasi di A, e non occorra invece esprimere quantitativamente le singole modalità e poterne quindi calcolare la media aritmetica o altro valore medio. Ciò rende possibile, come vedremo, l'applicazione dei detti indici di variabilità anche a caratteri qualitativi che danno luogo a serie sconnesse o a serie cicliche.

4. — Se il carattere A è un carattere quantitativo, si possono di regola determinare le intensità a_i, a_l che esso assume nei casi i^{mo} ed l^{mo}. È pertanto possibile di sostituire, nelle espressioni di ${}^1S$, ${}^1S_R$, ${}^2S$, ${}^2S_R$, alle quantità d_{il}, le corrispondenti differenze $a_i - a_l$.

Mediante facili passaggi, dette espressioni si riducono allora alle espressioni seguenti:

$$ {}^1S = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} |a_i - A| \tag{23} $$

$$ {}^1S_R = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} |a_i - A| \tag{24} $$

$$ {}^2S = \sqrt{\frac{n}{(n-1)^2} \sum_{i=1}^{n} (a_i - A)^2} \tag{25} $$

$$ {}^2S_R = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (a_i - A)^2} \,, \tag{26} $$

dove $A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} a_i$ indica la media aritmetica delle n grandezze della serie.

Queste espressioni ci dicono che, *quando il carattere A è quantitativo, lo scostamento semplice medio con ripetizione della serie coincide con lo scostamento semplice medio dalla media aritmetica, e, analogamente, lo scostamento quadratico medio con ripetizione della serie coincide con lo scostamento quadratico medio dalla media aritmetica.*

Ciò che si dice per i caratteri quantitativi, si può ripetere per i caratteri qualitativi che danno luogo a serie rettilinee. La loro trattazione infatti si può ricondurre, come si è visto (cfr. § 2), a quella dei caratteri quantitativi.

5. — Se il carattere A è invece un carattere qualitativo, che si può trattare secondo il tipo di una serie sconnessa, le diversità tra due modalità qualsiasi della serie si possono, per definizione, riguardare come uguali tra loro. Assumendo per unità di misura la diversità che intercede tra due modalità della serie, se ne deducono facilmente gli indici di variabilità.

Lo scostamento del carattere A nel caso i^{mo} rispetto al caso l^{mo} sarà infatti $= 0$, se nei due casi si presenta la stessa modalità; sarà $= 1$, se nei due casi si presentano modalità diverse. Si noti come, nelle serie sconnesse, il valore, così misurato, dello scostamento, che si verifica in un caso rispetto ad un altro caso, sia sempre considerato positivo, per modo che esso coincide sempre con la differenza tra i due casi stessi.

Ne viene che i valori di S_i e di $S_{R,i}$ coincidono, rispettivamente, con quelli di Δ_i e di $\Delta_{R,i}$. Essi sono

$$S_i = \frac{n - n_k}{n - 1} = \Delta_i \tag{27}$$

$$S_{R,i} = \frac{n - n_k}{n} = 1 - \frac{n_k}{n} = \Delta_{R,i} \tag{27 bis}$$

dove k indica la modalità che si avvera nel caso i^{mo} ed n_k il numero dei casi in cui detta modalità si presenta nella serie.

Si noti, d' altra parte, che, siccome d_{il} assume solo i valori 1 o 0, è sempre $d_{il}^2 = d_{il}$, e quindi

$$^2\Delta_i = \sqrt{\frac{n - n_k}{n-1}} = \sqrt{\Delta_i} \tag{28}$$

$$^2\Delta_{R,i} = \sqrt{\frac{n - n_k}{n}} = \sqrt{\Delta_{R,i}}\ . \tag{28 bis}$$

Se ne deducono facilmente gli indici di variabilità

$$^1S = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^{s} n_k (n - n_k) = \Delta = (^2\Delta)^2 \tag{29}$$

$$^1S_R = \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^{s} n_k (n - n_k) = 1 - \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^{s} n_k^2 = \Delta_R = (^2\Delta_R)^2 \tag{29 bis}$$

$$^2S = \frac{1}{n-1} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{s} n_k (n - n_k)^2} \tag{30}$$

$$^2S_R = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{s} n_k (n - n_k)^2} \tag{30 bis}$$

$$^2\Delta = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^{s} n_k (n - n_k)} \tag{31}$$

$$^2\Delta_R = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{k=1}^{s} n_k (n - n_k)} \tag{31 bis}$$

dove s indica il numero delle modalità della serie.

Tali sono gli indici che esprimono la variabilità di una serie sconnessa in termini della diversità che intercede tra due modalità della serie.

Il valore massimo degli indici di variabilità si ottiene quando è, per tutti i valori di k, $n_k = \frac{n}{s}$. In tal caso si ha

$$^1S = \Delta = \frac{n}{n-1} \frac{s-1}{s} = {}^2S = (^2\Delta)^2 \tag{32}$$

$$^1S_R = \Delta_R = \frac{s-1}{s} = {}^2S_R = (^2\Delta_R)^2\ . \tag{32 bis}$$

6. — Se il carattere A è un carattere qualitativo che si può trattare secondo lo schema di una serie ciclica, noi possiamo

assumere come unità di misura la diversità che intercede tra una determinata modalità e la modalità successiva. Generalmente si può anche ammettere che la diversità tra una modalità e la successiva sia uguale per tutte le modalità della serie. In tal caso, lo scostamento di una modalità k rispetto a un' altra modalità h sarà misurato da $t = r + 1$, dove con r si indica il numero di modalità intermedie tra la modalità k e la modalità h. A t dovrà darsi un valore positivo o negativo a seconda che la modalità h segue o precede nella successione la modalità k. Così, per esempio, lo scostamento della domenica dal sabato sarà $= +1$, lo scostamento della domenica dal martedì $= -2$.

Si può osservare che, essendo la serie ciclica, gli scostamenti di una modalità rispetto all' altra si possono misurare in due sensi, in senso, cioè, progressivo oppure in senso regressivo. Rispetto al sabato, per es., la domenica rappresenta uno scostamento di $+1$, se lo scostamento si misura in un senso, ma di -6, se si misura nell' altro. Appare però naturale di convenire che lo scostamento si misuri nel senso in cui esso risulta minore.

Quando il numero delle modalità è pari, vi è, per ogni modalità, una modalità opposta, rispetto alla quale lo scostamento, misurato nei due sensi, risulta della stessa intensità, ma di segno diverso. Anche tale difficoltà non si può evidentemente risolvere che per via di convenzione, ma appare naturale la convenzione che, per una metà dei casi, lo scostamento si riguardi di segno positivo e per l' altra metà di segno negativo. Ciò equivale a riguardare lo scostamento, nella totalità dei casi, come nullo.

Ciò premesso, è facile dare le espressioni degli indici di variabilità per le serie sconnesse.

Se con s si indica il numero delle modalità della serie, con k una di dette modalità, con $k + t$ la modalità, che, rispetto alla modalità k, presenta uno scostamento $= +t$, lo scostamento del carattere A nel caso i^{mo}, in cui si presenta la modalità k, sarà dato, a seconda che s è pari o dispari, dalla prima o dalla seconda delle espressioni

$$S_i = \frac{1}{n-1} \sum_{t=-\frac{s}{2}+1}^{t=\frac{s}{2}-1} t n_{k,t} = \frac{1}{n-1} \left\{ \sum_{t=1}^{t=\frac{s}{2}-1} |t| n_{k,t} - \sum_{t=-1}^{t=-\frac{s}{2}+1} |t| n_{k,t} \right\} \quad (33)$$

$$S_i = \frac{1}{n-1} \sum_{t=-\frac{s-1}{2}}^{t=\frac{s-1}{2}} t n_{k,t} = \frac{1}{n-1} \left\{ \sum_{t=1}^{t=\frac{s-1}{2}} |t| n_{k,t} - \sum_{t=-1}^{t=-\frac{s-1}{2}} |t| n_{k,t} \right\}; \quad (34)$$

e la differenza del carattere A in detto caso i^{mo} sarà data rispettivamente dalla prima o dalla seconda delle due espressioni

$$\Delta_i = \frac{1}{n-1} \sum_{t=-\frac{s}{2}}^{t=\frac{s}{2}-1} |t| n_{k,t} \quad (35)$$

$$\Delta_i = \frac{1}{n-1} \sum_{t=-\frac{s-1}{2}}^{t=\frac{s-1}{2}} |t| n_{k,t}; \quad (36)$$

e la differenza quadratica del carattere A in detto caso i^{mo} rispettivamente dalla prima o dalla seconda delle due espressioni

$${}^2\Delta_i = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=-\frac{s}{2}}^{t=\frac{s}{2}-1} t^2 n_{k,t}} \quad (37)$$

$${}^2\Delta_i = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=-\frac{s-1}{2}}^{t=\frac{s-1}{2}} t^2 n_{k,t}}\,. \quad (38)$$

Sostituendo, in tali espressioni, al fattore $\frac{1}{n-1}$ il fattore $\frac{1}{n}$ si ottengono, dai valori di S_i, quelli di $S_{R,i}$ e, rispettivamente, dai valori di Δ_i, quelli di $\Delta_{R,i}$ e, dai valori di ${}^2\Delta_i$, quelli di ${}^2\Delta_{R,i}$.

Dalle formule precedenti, si deducono immediatamente gli indici di variabilità. Per s pari sarà:

$${}^1S = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^{k=r} n_k \left| \sum_{t=1}^{t=\frac{s}{2}-1} |t| n_{k,t} - \sum_{t=-1}^{t=-\frac{s}{2}+1} |t| n_{k,t} \right| \quad (39)$$

$${}^2S = \frac{1}{n-1} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{k=r} n_k \left(\sum_{t=1}^{t=\frac{s}{2}-1} |t| n_{k,t} - \sum_{t=-1}^{t=-\frac{s}{2}+1} |t| n_{k,t} \right)^2} \quad (40)$$

$$\Delta = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^{k=s} n_k \sum_{t=-\frac{s}{2}}^{t=\frac{s}{2}-1} |t| n_{k+t} =$$

$$= \frac{1}{n(n-1)} \left\{ 2 \sum_{k=1}^{k=s} \sum_{t=1}^{\frac{s}{2}-1} |t| n_k n_{k+t} + \frac{s}{2} \sum_{k=1}^{k=s} n_k n_{k+\frac{s}{2}} \right\} \quad (41)$$

$${}^{2}\Delta = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^{k=s} n_k \sum_{t=-\frac{s}{2}}^{t=\frac{s}{2}-1} t^2 n_{k+t}} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \left\{ 2 \sum_{k=1}^{k=s} \sum_{t=1}^{\frac{s}{2}-1} t^2 n_k n_{k+t} + \frac{s^2}{4} \sum_{k=1}^{k=s} n_k n_{k+\frac{s}{2}} \right\}} \quad (42)$$

e, per s dispari:

$${}^{1}S = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^{k=s} n_k \left| \sum_{t=1}^{t=\frac{s-1}{2}} |t| n_{k+t} - \sum_{t=-1}^{t=-\frac{s-1}{2}} |t| n_{k+t} \right| \quad (43)$$

$${}^{2}S = \frac{1}{n-1} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{k=s} n_k \left(\sum_{t=1}^{t=\frac{s-1}{2}} |t| n_{k+t} - \sum_{t=-1}^{t=-\frac{s-1}{2}} |t| n_{k+t} \right)^2} \quad (44)$$

$$\Delta = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^{k=s} n_k \sum_{t=-\frac{s-1}{2}}^{t=\frac{s-1}{2}} |t| n_{k+t} = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{k=1}^{k=s} \sum_{t=1}^{t=\frac{s-1}{2}} |t| n_k n_{k+t} \quad (45)$$

$${}^{2}\Delta = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^{k=s} n_k \sum_{t=-\frac{s-1}{2}}^{t=\frac{s-1}{2}} t^2 n_{k+t}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{n(n-1)} \sum_{k=1}^{k=s} \sum_{t=1}^{t=\frac{s-1}{2}} t^2 n_k n_{k+t}} \quad (46)$$

Sostituendo in dette espressioni al fattore $\frac{1}{n-1}$ il fattore $\frac{1}{n}$ si ottengono le espressioni rispettive ${}^1S_R$, ${}^2S_R$, Δ_R, ${}^2\Delta_R$.

Tali sono gli indici di variabilità per le serie cicliche espressi in termini della diversità che passa tra due modalità successive della serie.

Nel caso che sia, per tutti i valori di k, $n_k = \frac{n}{s}$, i valori della differenza media risultano, per s dispari [1],

$$\Delta = \frac{n}{n-1} \cdot \frac{s^2-1}{4s} \qquad (47)$$

$$^2\Delta = \sqrt{\frac{n}{n-1} \cdot \frac{s^2-1}{12}} \qquad (48)$$

e, per s pari,

$$\Delta = \frac{n}{n-1} \cdot \frac{s}{4} \qquad (49)$$

$$^2\Delta = \sqrt{\frac{n}{n-1} \cdot \frac{s^2+2}{12}} \, . \qquad (50)$$

Nel caso che, per due modalità opposte [2], sia $n_k = \frac{n}{2}$ e, per le altre $s-1$ modalità, $n_k = 0$, è, per s dispari,

$$\Delta = \frac{n}{n-1} \cdot \frac{s-1}{4} \qquad (51)$$

$$^2\Delta = \sqrt{\frac{n}{n-1} \cdot \frac{(s-1)^2}{8}} \qquad (52)$$

e, per s pari,

$$\Delta = \frac{n}{n-1} \cdot \frac{s}{4} \qquad (53)$$

$$^2\Delta = \sqrt{\frac{n}{n-1} \cdot \frac{s^2}{8}} \, . \qquad (54)$$

---

(1) Le formule (47), (49), (51), (53) erano già date in *Variabilità e Mutabilità*. Op. cit. pag. 140.

(2) Per s pari, è opposta alla modalità x_k la modalità $x_{k+\frac{s}{2}}$; per s dispari, si possono riguardare come opposte alla modalità x_k entrambe le modalità $x_{k+\frac{s-1}{2}}$, $x_{k-\frac{s-1}{2}}$.

Il valore massimo di Δ è dato, per s dispari, dalla (47) e, per s pari, dalla (49) o dalla (53). Il valore massimo di $^2\Delta$ è dato, per s dispari, dalla (52) e, per s pari, dalla (54).

I valori di ^1S e di ^2S risultano uguali a 0 quando il numero dei casi è ugualmente distribuito su tutte le modalità o su t modalità tali che ciascuna di esse differisca ugualmente dalla modalità precedente e dalla seguente.

È quindi in particolare

$$^2S = 0 = {}^1S$$

nel caso in cui sia, per tutti i valori di k, $n_k = \frac{n}{s}$ e nel caso in cui, s essendo pari, sia, per due modalità opposte, $n_k = \frac{n}{2}$ e quindi, per le altre $s - 2$ modalità, $n_k = 0$.

Il valore massimo di ^1S e di ^2S si ha invece quando sia, per due modalità, $n_k = \frac{n}{2}$, e, per le altre $s - 2$ modalità, $n_k = 0$, le due modalità essendo tali che la differenza tra di esse sia la massima compatibile con la condizione che risulti disuguale misurata in senso progressivo e in senso regressivo. Per s dispari, le due modalità dovranno dunque essere opposte; per s pari, le due modalità dovranno differire tra di loro di $\frac{s}{2} - 1$. I valori degli scostamenti medi saranno, per s dispari,

$$^1S = \frac{n}{n-1} \cdot \frac{s-1}{4} = {}^2S \tag{55}$$

e, per s pari,

$$^1S = \frac{n}{n-1} \cdot \frac{s-2}{4} = {}^2S\ . \tag{56}$$

7. — Noi siamo così giunti a stabilire un sistema di indici di variabilità delle serie, aventi valore generale nel senso che si possono applicare così ai caratteri quantitativi come ai caratteri qualitativi e tali che la loro determinazione non presuppone il calcolo della media aritmetica, nè di altro valore medio.

Tali indici (scostamento semplice medio, scostamento quadratico medio, differenza media, differenza quadratica media; e i rispettivi scostamenti medii e differenze medie con ripetizione) si fondano tutti sulle diversità che intercedono tra i singoli casi osservati, e da tali diversità vengono dedotti mediante due medie successive, la prima delle quali mira a determinare lo scostamento o la differenza che un caso presenta rispetto agli altri casi (o a tutti i casi) della serie e la seconda mira a ricavare, da tali scostamenti o da tali differenze, l'indice di variabilità. Secondo che si sceglie l'una o l'altra media, si perviene all'uno o all'altro indice di variabilità.

Da un punto di vista formale, si può riguardare come arbitrario scegliere l'una o l'altra media, e arbitrario quindi assumere come misura della variabilità l'uno o l'altro degli indici proposti. Si potrebbe tuttavia osservare che, mentre le differenze medie si deducono dalle diversità tra i singoli casi mediante due operazioni omogenee, gli scostamenti medii si deducono da esse mediante due operazioni eterogenee. Le differenze semplici medie (con o senza ripetizione) si ottengono infatti facendo prima la media aritmetica dei valori assoluti delle diversità tra un caso e gli altri (o tra un caso e tutti i casi) e poi la media aritmetica dei valori assoluti delle quantità a cui così si perviene. Le differenze quadratiche medie si ottengono analogamente facendo prima la media quadratica delle diversità tra un caso e gli altri (o tra un caso e tutti i casi) e poi la media quadratica delle quantità a cui così si perviene. Gli scostamenti semplici medii si ottengono invece facendo prima la media aritmetica dei valori algebrici delle diversità tra un caso e gli altri (o tra un caso e tutti i casi) e poi la media aritmetica dei valori assoluti delle quantità a cui così si perviene. Gli scostamenti quadratici medii si ottengono infine facendo prima la media aritmetica dei valori algebrici delle diversità tra un caso e gli altri (o tra un caso e tutti i casi) e poi la media quadratica delle quantità a cui così si perviene. Da un punto di vista logico, la deduzione delle differenze medie, come quella che si fonda su due operazioni omogenee, potrebbe quindi dirsi più coerente di quella degli scostamenti medii.

Più importante però è osservare, da un punto di vista so-

stanziale, che differenze medie e scostamenti medii rappresentano concetti e rispondono a fini diversi. Si può dire che la media aritmetica dei valori algebrici delle diversità tra un caso e gli altri determini la asimmetria, rispetto al caso considerato, del sistema dei casi che costituiscono la serie; gli scostamenti medii, che su tale media si fondano, rappresentano pertanto in definitiva indici dell' asimmetria, rispetto ai singoli casi, del sistema dei casi che costituiscono la serie.

La media aritmetica dei valori assoluti e la media quadratica delle diversità tra un caso e gli altri misurano invece la distanza media tra il caso considerato e gli altri (o tra il caso considerato e tutti i casi), e le differenze medie, che sull' una o sull' altra delle anzidette medie si fondano, rappresentano pertanto indici delle reciproche distanze tra i casi che costituiscono il sistema della serie.

Si comprende come, rispetto ad uno o a più casi, il sistema possa, in certi tipi di serie, essere perfettamente simmetrico, il che non toglie che il caso o i casi considerati presentino, dagli altri elementi del sistema, certe distanze. Nelle serie cicliche, anzi, il sistema può, in determinate ipotesi, essere simmetrico rispetto a tutti gli elementi che lo compongono. Così avviene, per esempio, quando il numero dei casi è uguale per tutte le modalità. In questa ipotesi, come si è visto (cfr. pag. 18), gli scostamenti medii delle serie cicliche risultano nulli, mentre la differenza semplice media, non che risultare nulla, risulta massima. E, in generale, come avremo campo di riscontrare (cfr. §§ 13 e 14), tra i valori calcolati per gli scostamenti medii e per le differenze medie intercede nel fatto una relazione inversa, gli scostamenti medii risultando più elevati quando le serie cicliche presentano differenze medie più basse, e viceversa.

Nelle serie sconnesse, invece, non vi è nessun caso, rispetto al quale il sistema possa essere considerato come simmetrico, e la distanza di una modalità da ciascuna delle altre è costante, per modo che la misura della asimmetria, rispetto ad un caso, del complesso dei casi del sistema, viene a coincidere con la misura della distanza media tra codesto e gli altri casi del sistema: in queste serie, lo scostamento che si verifica in un caso coincide con la differenza media tra questo e gli altri casi e la differenza

semplice media risulta pertanto uguale allo scostamento semplice medio.

Nelle serie quantitative, infine, un rapporto costante intercede, come si è detto, tra scostamento quadratico medio e differenza quadratica media, mentre il rapporto tra scostamento semplice medio e differenza semplice media risulta variabile secondo la distribuzione del carattere considerato (1).

La essenziale diversità delle relazioni, che tra scostamenti medii e differenze medie intercedono a seconda del tipo della serie e della distribuzione del carattere, è una conseguenza del fatto, sopra accennato, che queste e quelli rappresentano concetti diversi; essa mette — secondo a noi pare — al di sopra di ogni discussione la necessità di procedere alla scelta dell'uno piuttosto che dell' altro indice di variabilità con criteri sostanziali. Secondo il fine a cui si mira nelle ricerche, dovranno dunque usarsi gli scostamenti medii o le differenze medie; potranno anche opportunamente usarsi ad un tempo e gli uni e le altre quando importi di lumeggiare contemporaneamente i differenti aspetti della variabilità di cui i diversi indici forniscono la misura.

8. — È da tenersi presente che la diversità tra due modalità successive di una serie ciclica, in termini della quale vengono espressi gli indici di variabilità per detta serie, non ha nulla di comparabile con la diversità tra due modalità di una serie sconnessa, in termini della quale vengono espressi gli indici di variabilità rispettivi, nè con la diversità tra due modalità quantitative di una serie quantitativa. Per esempio, la diversità tra due confessioni religiose non ha nulla di comparabile con la diversità tra due giorni consecutivi della settimana, e questa e quella non possono paragonarsi in alcun modo con la diversità tra due misure di lunghezza o di peso. Diremo di più: la diversità, che intercede tra due modalità successive in una serie ciclica, spesso non ha nulla di comparabile con la diversità corrispondente in un' altra serie ciclica, e, analogamente, la diversità che intercede tra due modalità successive in una serie sconnessa spesso non ha nulla di comparabile con la diversità corrispondente in

(1) Cfr. *Variabilità e Mutabilità*. Op. cit., pagg. 82-86.

un' altra serie sconnessa. Per esempio, la diversità tra due giorni consecutivi della settimana non ha nulla di comparabile con la diversità tra due note musicali che si succedono nella scala dei suoni, e la diversità tra due confessioni religiose non ha di per sè nulla di comparabile con la diversità tra due lingue o tra due nazionalità. Non solo, ma, anche se due serie si riferiscono allo stesso carattere (per es. alla professione), la diversità tra due modalità per una serie non è comparabile con la diversità tra due modalità per l' altra, se la classificazione delle professioni è fatta con criteri differenti.

Ne viene che gli indici di variabilità, ottenuti per le serie cicliche, non sono comparabili con quelli ottenuti per le serie sconnesse, e gli uni e gli altri non sono comparabili con quelli ottenuti per le serie quantitative; ne viene ancora che gli indici di variabilità, ottenuti per serie cicliche o per serie sconnesse relative a caratteri diversi, non sono, di regola, comparabili tra di loro; ne viene infine che gli indici di variabilità, ottenuti per uno stesso carattere, che dà luogo a serie cicliche ovvero a serie sconnesse, non sono comparabili tra loro se nelle due serie la distinzione del carattere nelle sue modalità è stata fatta con criteri diversi.

Gli indici di variabilità, ottenuti per le serie cicliche o per le serie sconnesse, permèttono dunque paragoni solo per lo stesso carattere e solo in quanto esso venga distinto nelle stesse modalità. Per quanto si tratti di un risultato limitato, esso è pur sempre notevole. Si potrà infatti mettere così a confronto la variabilità che un dato carattere, il quale dà luogo a serie cicliche o sconnesse, presenta in varie circostanze di tempo o di luogo, in varii individui, in diverse famiglie, etc..

Potrà osservarsi, a questo proposito, che, come la diversità tra due professioni non è comparabile con la diversità tra due lingue, o tra due giorni della settimana, così la diversità tra due redditi non è comparabile con la diversità tra due stature o tra due capacità craniche o tra due pesi, eppure ciò nonostante per la statura, per i pesi, per le capacità craniche e per i redditi si ottengono indici tra loro comparabili. La comparabilità si ottiene in questo caso ragguagliando i valori assoluti degli indici di variabilità al valore medio. Si perviene così ad indici di variabilità

percentuale, che sono, o si ritengono, indipendenti dall' unità di misura del carattere. Per le serie cicliche o sconnesse, invece, il valore medio, come si è spiegato, non si può determinare; non si possono pertanto determinare gli indici di variabilità percentuale e resta pure esclusa la comparazione degli indici di variabilità ottenuti con unità di misura diverse.

9. — Qualche esempio varrà a mostrare come si determinino gli indici di variabilità delle serie sconnesse e cicliche e quali risultati se ne possano trarre.

Cominciamo anzitutto con le serie sconnesse.

Gli *Aperçus statistiques internationaux* di G. SUNDBAERG (1) ci forniscono, a pag. 152, la classificazione della popolazione per nazionalità (2) nei vari paesi d' Europa verso l' anno 1900. Le modalità considerate della nazionalità sono 6: popoli teutonici, latini, slavi, celti, ebrei, di altre nazionalità.

Calcoliamo per ciascun paese i valori di $\Delta_R = {}^1S_R = ({}^2\Delta_R)^2$ e di ${}^2S_R$, i quali, dato il numero, sempre molto grande, degli abitanti di un paese, coincidono praticamente con quelli di $\Delta = {}^1S = ({}^2\Delta)^2$ e di ${}^2S$. Le formule di detti indici di variabilità sono indicati a pag. 13 (formule (29) (29 *bis*) (30) (30 *bis*) (31) (31 *bis*)). La tavola seguente contiene gli elementi del calcolo per l' Italia.

(1) Onzième année, Stockholm, Norstedt, 1908.

(2) Parlo di nazionalità, per usare lo stesso termine usato dal SUNDBAERG. Sarebbe forse più esatto parlare di " razza ".

MODALITÀ DELLA NAZIONALITÀ	(n_k) Numero degli abitanti in migliaia	$n - n_k$ in migliaia	$(n - n_k)^2$ in milioni	$n_k (n - n_k)$ in milioni	$n_k (n - n_k)^2$ in centinaia di miliardi
1	2	3	4	5	6
Popoli teutonici. .	60	32.415	1.050.732.225	1.944.900	630.439.335
„ latini .	32.298	177	31.329	5.716.746	10.118.640
„ slavi . .	38	32.437	1.052.158.969	1.232.606	399.820.408
„ celti . .	0	32.475	1.054.625.625	0	0
Ebrei.	45	32.430	1.051.704.900	1.459.350	473.267.205
Altre nazionalità	34	32.441	1.052.418.482	1.102.994	357.822.284
Totali	32.475	—	—	11.456.596	1.871.467.872

È:

$$n = 32.475.000$$

$$n^2 = 1.054.625.625.000.000$$

$$\sum_{k=1}^{s} n_k (n - n_k) = 11.456.596.000.000$$

$$\sum_{k=1}^{s} n_k (n - n_k)^2 = 187.146.787.200.000.000.000$$

In base alle formule (29 *bis*) e (30 *bis*), se ne ricavano i valori degli indici di variabilità con ripetizione,

$$\Delta_R = {}^1S_R = ({}^2\Delta_R)^2 = \frac{11.456.596.000.000}{1.054.625.625.000.000} = 0.011$$

$${}^2S_R = \frac{1}{32.475.000} \sqrt{\frac{187.146.787.200.000.000.000}{32.475.000}} = 0.074\,,$$

che, dato il grande numero di osservazioni, si possono ritenere coincidenti con quelli dei rispettivi indici di variabilità senza ripetizione.

Nella tavola Ia (colonne 2 e 3) sono contenuti i risultati ottenuti per i varii paesi europei. Il riscontro dei dati della co-

lonna 2 con quelli della colonna 3 mostra come i valori degli scostamenti quadratici medii superino di regola i corrispondenti valori degli indici semplici di variabilità. Le differenze sono molto forti per i valori bassi degli indici di variabilità; esse si attenuano di mano in mano che i valori degli indici di variabilità crescono, e talvolta, per indici di variabilità elevati, si invertono (Belgio, Europa). L' importante è che le conclusioni, a cui si perviene coi due indici, sieno concordanti, in modo che uno Stato, il quale risulta più variabile per nazionalità di un altro in base all' indice semplice di variabilità risulti pure più variabile in base allo scostamento quadratico medio. Ora questo caso si verifica quasi sempre. Le graduatorie degli Stati in base alla colonna 2 e alla colonna 3 infatti coincidono, fatta eccezione per uno spostamento di un grado tra Romania e Finlandia (cfr. colonne 6 e 7).

Vediamo quali conclusioni si possano trarre dai risultati esposti nella tavola Iª.

Gli indici di variabilità, contenuti nelle colonne 2 e 3, misurano l' omogeneità dei varii Stati d' Europa quanto a nazionalità. Essi passano da valori vicinissimi allo 0 a valori uguali a 0.700 - 0.714, i quali non distano molto dal limite massimo, che, nel nostro caso, è $= \frac{5}{6} = 0{,}833$. Questo risultato è degno di nota e la conclusione che se ne trae può riuscire a molti inaspettata. Noi siamo avvezzi infatti a distinguere gli Stati in mononazionali e plurinazionali; ora la tavola Iª mostra come questa distinzione sia arbitraria; in realtà si verificano, invece, tutte le gradazioni, dall' omogeneità massima alla eterogeneità più spiccata.

Non sarà privo di interesse, dal punto di vista metodologico, fare alcune osservazioni sulle relazioni che intercedono tra gli indici di variabilità, a cui siamo pervenuti, e le oscillazioni che si verificano nella frequenza delle varie nazionalità.

Negli Stati di Europa, vi è, in generale, una nazionalità prevalente sulle altre; di fronte ad essa, il modo con cui si distriscono le altre nazionalità risulta secondario agli effetti del valore dell' indice di variabilità. Ciò fa sì che i valori degli indici di variabilità (col. 2 e 3) quasi senza eccezione crescano col diminuire delle percentuali della nazionalità prevalente (col. 4). La

TAVOLA I. — ETEROGENEITÀ, SECONDO LA NAZIONALITÀ, DELLA POPOLAZIONE DEI PAESI EUROPEI VERSO L'ANNO 1900. - (In base ai dati del Sundbaerg).

PAESI	Indice semplice di variabilità $\Delta = {}^1S$	Scostamento quadratico medio ${}^2S$	Percentuale della nazionalità prevalente P	Rapporto di concentrazione delle percentuali R	GRADUATORIE crescenti dei valori delle colonne		GRADUATORIE decrescenti dei valori delle colonne	
					2	3	4	5
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Danimarca . .	0.005	0.059	99.646	0.9981	1	1	2	2
Portogallo . . .	0.007	0.059	99.649	0.9982	2	2	1	1
Italia	0.011	0.074	99.45	0.995	3	3	3	4
Svezia	0.014	0.082	99.32	0.997	4	4	4	3
Norvegia . . .	0.027	0.116	98.62	0.994	5	5	5	5
Grecia	0.041	0.143	97.94	0.989	6	6	6	7
Olanda	0.045	0.162	97.68	0.990	7	7	7	6
Spagna	0.058	0.171	96.99	0.988	8	8	8	8
Francia	0.079	0.201	95.94	0.974	9	9	9	9
Regno Unito: .	0.101	0.221	94.74	0.972	10	10	10	10
Germania . . .	0.158	0.274	91.68	0.957	11	11	11	11
Serbia	0.169	0.300	90.86	0.950	12	12	12	12
Romania . . .	0.231	0.361	87.39	0.902	13	14	13	14
Finlandia . . .	0.233	0.343	86 63	0.945	14	13	14	13
Russia	0.263	0.386	85.40	0.898	15	15	15	15
Bulgaria . . .	0.370	0.454	77.19	0.888	16	16	16	16
Svizzera . . .	0.417	0.460	70.77	0.880	17	17	17	17
Belgio	0.499	0.497	55.32	0.821	18	18	18	18
Turchia [1] . .	0.631	0.642	46.11	0.727	19	19	19	19
Austria-Ungheria	0.700	0.714	44.53	0.584	20	20	20	20
Europa . .	0.715	0.709	31.73	0,532	—	—	—	—

(1) Compresi Creta, Montenegro, Bosnia e Erzegovina.

graduatoria decrescente di queste percentuali (col. 8) coincide, con una sola eccezione, con quella crescente dell' indice semplice di variabilità (col. 6) e, con due sole eccezioni, con quella crescente dello scostamento quadratico medio (col. 7).

È degno di nota il fatto che, sui valori degli indici di variabilità degli individui secondo la nazionalità, l' influenza della percentuale della nazionalità prevalente appare maggiore anche della influenza della variabilità delle percentuali della nazionalità. Se noi calcoliamo la differenza media tra le 6 percentuali e la ragguagliamo al suo valore massimo, otteniamo il rapporto di concentrazione delle percentuali, i cui valori sono esposti nella colonna 5. Si intende come, in generale, quanto meno le percentuali delle varie nazionalità differiscono tra di loro, tanto più debba risultare forte la eterogeneità degli individui secondo la nazionalità; ed effettivamente la graduatoria inversa dei valori del rapporto di concentrazione delle percentuali (col. 9) mostra un' ottima concordanza con la graduatoria dei valori degli indici di variabilità degli individui secondo le nazionalità (col. 6 e 7). Alla concordanza tra i gradi decrescenti del rapporto di concentrazione e i gradi crescenti dell' indice semplice di variabilità vi sono però quattro eccezioni, e alla concordanza tra i gradi decrescenti del rapporto di concentrazione e i gradi crescenti dello scostamento quadratico medio vi sono tre eccezioni, mentre tra i gradi delle percentuali della nazionalità prevalente e i gradi degli indici semplici di variabilità o degli scostamenti quadratici medii le eccezioni alla concordanza si riducono rispettivamente, come si è detto, a due e ad una.

10. — Molto affine al carattere della nazionalità è quello della lingua. Una distinzione dettagliata della popolazione secondo la lingua si trova, per alcuni Stati, a pagg. 143 - 145 del primo fascicolo (*Etat de la population*) dell' *Annuaire international de Statistique* pubblicato dall'*Institut international de Statistique* (1). Per il Belgio, vi è una parte della popolazione che viene classificata come bilingue o trilingue. Agli scopi della determinazione

(1) La Haye, Van Stockum, 1916.

degli indici di variabilità, essa venne divisa in parti uguali tra le due o le tre lingue parlate.

I risultati ottenuti sono esposti nella Tavola II^a^. Le graduatorie in base all' indice semplice di variabilità, allo scostamento quadratico medio e alla percentuale della lingua prevalente sono perfettamente coincidenti, con una sola eccezione per lo scostamento quadratico medio della Russia, che risulta più alto di quello della Svizzera. Anche per questo carattere, i risultati mostrano, per i varii Stati di Europa, passaggi graduali dalla maggiore omogeneità alla più forte eterogeneità. Questa raggiunge anzi un limite più alto di quello raggiunto per la nazionalità.

Se, tra i paesi elencati nella Tavola II^a^, noi consideriamo l' Austria-Ungheria come un unico Stato ed escludiamo la Bosnia-Erzegovina, abbiamo dieci Stati, per cui si posseggono contemporaneamente gli indici di variabilità secondo la nazionalità e la lingua. Le graduatorie degli indici di variabilità per i due caratteri quasi coincidono tra loro, essendovi due sole inversioni tra Stati contigui: l'una tra la Germania e la Serbia, l'altra tra la Bulgaria e la Russia.

TAVOLA II. - ETEROGENEITÀ, SECONDO LA LINGUA, DELLA POPOLAZIONE DI ALCUNI PAESI EUROPEI ALLA DATA DEGLI ULTIMI CENSIMENTI. - (In base ai dati dell' *Institut International de Statistique*).

PAESE	ANNO del censimento	Indice semplice di variabilità $\Delta = {}^1S$	Scostamento quadratico medio ${}^2S$	Percentuale della lingua prevalente
1	2	3	4	5
Norvegia	1910	0.018	0.094	99.1
Grecia	1907	0.058	0.172	97.1
Bosnia-Erzegovina	1910	0.077	0.202	96.0
Serbia	1900	0.124	0.256	93.5
Germania	1900	0.150	0.282	92.0
Finlandia	1910	0.212	0.327	88.0
Bulgaria	1910	0.325	0.433	81.2
Russia europea	1897	0.449	0.542	73.3
Svizzera	1910	0.471	0.531	69.1
Belgio	1910	0.552	0.560	49.6
Ungheria	1910	0.719	0.744	48.1
Austria	1910	0.779	0.786	34.8

11. — Un' altra applicazione degli indici di variabilità alle serie sconnesse si può fare sui dati, che lo stesso Sundbaerg dà a pag. 153 della sua opera, intorno alla composizione per religione della popolazione degli Stati Europei verso il 1890.

I risultati, riportati nella Tavola IIIª, misurano l'omogeneità quanto ai culti dei varii Stati europei.

Anche in questo caso vi è un' ottima concordanza, sia tra le graduatorie che si ottengono per i due indici di variabilità (cfr. colonne 6 e 7), sia tra ciascuna di queste e la graduatoria inversa in base alla percentuale del culto prevalente (cfr. colonne 6 e 8, e colonne 7 e 8); e vi è anche una concordanza buona, ma meno intensa, tra le graduatorie dei due indici di variabilità e il rapporto di concentrazione delle percentuali (cfr. colonne 6 e 9, e colonne 7 e 9).

Come per la nazionalità e le lingue, così per i culti, si danno passaggi graduali dalla quasi completa omogeneità ad una eterogeneità molto forte. Questa non raggiunge però l' altezza che presenta per la nazionalità e per la lingua.

Se si confrontano le graduatorie della variabilità dei 20 Stati secondo la nazionalità e secondo i culti, si riscontra tra esse una certa concordanza. Tra gli indici semplici di variabilità, l' indice di cograduazione risulta $= + 0,31$. Esso ci dice che, in generale, gli Stati più misti quanto a religione sono anche meno omogenei quanto a nazionalità. La relazione però non è molto stretta.

I dati, su cui abbiamo calcolato gli indici di variabilità secondo i culti, esposti nella Tavola IIª si riferiscono al 1890 e abbracciano un numero limitato di Stati europei. Oltre a ciò la religione è nel Sundbaerg distinta soltanto secondo 6 modalità (protestanti, cattolici romani, cattolici greci, ebrei, maomettani, altri culti). Dati più recenti, relativi a un maggior numero di paesi e distinti in un numero maggiore di modalità [1], si trovano a pagg. 146 e segg. del fascicolo citato dell' *Annuaire international de Statistique*. I risultati dei calcoli sono contenuti nella

(1) Le modalità considerate sono 11, e precisamente: cattolici, greci ortodossi, protestanti, altri cristiani, israeliti, maomettani, bramani, buddisti, altri culti dichiarati, senza culto, culto ignoto.

TAVOLA III. — ETEROGENEITÀ, SECONDO I CULTI, DELLA POPOLAZIONE DEI PAESI EUROPEI VERSO IL 1890. - (In base ai dati del Sundbaerg).

PAESI	Indice semplice di variabilità Δ = ¹S	Scostamento quadratico medio ²S	Percentuale del culto prevalente P	Rapporto di concentrazione delle percentuali R	GRADUATORIE crescenti dei valori delle colonne 2	3	decrescenti dei valori delle colonne 4	5
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Portogallo . . .	0.001	0.024	99.94	0.9997	1	1	1	1
Svezia	0.002	0.032	99.90	0.9994	2	2	2	2
Spagna	0.004	0.042	99.82	0.9991	3	3	3	3
Belgio	0.006	0.054	99.70	0.9986	4	4	4	4
Italia	0.007	0.059	99.65	0.9981	5	6	5	6
Norvegia . . .	0.007	0.055	99.65	0.9984	6	5	6	5
Danimarca . .	0.010	0.070	99.52	0.996	7	7	7	7
Serbia	0.032	0.128	98.38	0.989	8	8	8	10
Finlandia . . .	0.039	0.140	98.00	0.991	9	10	9	8
Francia	0.041	0.140	97.92	0.990	10	9	10	9
Grecia	0.044	0.149	97.78	0.984	11	11	11	11
Romania . . .	0.142	0.275	92.49	0.952	12	12	12	12
Regno Unito . .	0.256	0.359	84.95	0.939	13	13	13	13
Bulgaria . . .	0.344	0.425	78.80	0.903	14	14	14	14
Austria-Ungheria	0.391	0.478	76.14	0.818	15	15	15	18
Russia	0.435	0.518	73.30	0.806	16	18	16	19
Germania . . .	0.474	0.484	63.07	0.847	17	16	17	15
Svizzera . . .	0.489	0.500	58.89	0.832	18	17	19	16
Olanda	0.507	0.531	60.50	0.819	19	19	18	17
Turchia	0.550	0.564	40.05	0.759	20	20	20	20
Europa (1) . .	0.659	0.672	47.06	0.648	—	—	—	—

(1) Oltre agli Stati sopra elencati, sono compresi Creta, il Montenegro, il Lussemburgo e gli altri Stati minimi.

TAVOLA IV. — ETEROGENEITÀ, SECONDO I CULTI, DELLA POPOLAZIONE DEI PAESI EUROPEI ALLA DATA DEGLI ULTIMI CENSIMENTI. - (In base ai dati dell'*Institut International de Statistique*).

PAESE	ANNO del censimento	Indice semplice di variabilità $\Delta = {}^1S$	Scostamento quadratico medio ${}^2S$	Percentuale del culto prevalente	GRADUATORIE crescenti dei valori della colonna 3	GRADUATORIE crescenti dei valori della colonna 4	GRADUATORIE decrescenti dei valori della colonna 5
1	2	3	4	5	6	7	8
Svezia	1900	0.003	0.037	99.9	1	2	1
Portogallo	1900	0.003	0.036	99.9	2	1	2
Islanda	1910	0.004	0.045	99.8	3	3	3
Isole Feroë	1911	0.004	0.045	99.8	4	4	4
Norvegia	1910	0.018	0.096	99.1	5	6	5
Danimarca	1911	0.018	0.094	99.1	6	5	6
Serbia	1900	0.026	0.114	98.7	7	7	7
Lichtenstein	1911	0.026	0.115	98.7	8	8	8
Grecia	1907	0.026	0.115	98.7	9	9	9
Finlandia	1910	0.033	0.129	98.3	10	10	10
Lussemburgo	1910	0.070	0.190	96.4	11	11	11
Italia	1911	0.094	0.221	95.1	12	12	12
Sassonia	1910	0.111	0.240	94.1	13	13	13
Romania	1899	0.160	0.293	91.5	14	14	14
Austria	1910	0.172	0.306	90.8	15	15	15
Bulgaria	1910	0.275	0.357	84.0	16	16	16
Irlanda	1911	0.394	0.453	73.9	17	17	18
Baviera	1910	0.422	0.467	70.6	18	18	19
Russia europea (1)	1897	0.423	0.517	74.8	19	23	17
Württemberg	1910	0.428	0.475	68.6	20	19	20
Prussia	1910	0.480	0.500	62.3	21	20	21
Germania	1910	0.486	0.505	61.6	22	21	23
Svizzera	1910	0.504	0.512	56.2	23	22	25
Olanda	1909	0.537	0.559	58.0	24	24	24
Ungheria	1910	0.559	0.604	61.8	25	25	22
Bosnia-Erzegovina	1910	0.653	0.634	43.5	26	26	26

(1) Compresa la Polonia.

Tavola IVa. Anche in questo esempio, le graduatorie crescenti degli indici di variabilità ottenute per i varii paesi sono quasi coincidenti tra loro (cfr. colonne 6 e 7) e con la graduatoria decrescente ottenuta per le percentuali del culto prevalente (cfr. colonne 6 e 8, e colonne 7 e 8).

Per 14 Stati, possiamo confrontare questi risultati con quelli ottenuti in base ai dati del Sundbaerg. Generalmente la variabilità risulta superiore in base ai dati dell' Istituto Int. di Statistica, come era da attendersi per il fatto che questi considerano un numero maggiore di modalità; le eccezioni relative alla Finlandia, alla Grecia e alla Russia europea sono dovute a discordanze tra le distribuzioni per culti date dalle due fonti, forse da attribuirsi a una minore esattezza dei dati del Sundbaerg. Le graduatorie di variabilità stabilite in base alle due fonti (cfr. Tavola Va) risultano però molto bene concordanti. La sola discordanza un po' notevole si riscontra per l'Italia ed è da attribuirsi al fatto che, dal 1890 (anno a cui si riferiscono i dati del Sundbaerg) al 1911 (anno a cui si riferiscono quelli dell' *Instit. Int. de Statistique*), è aumentato molto fortemente il numero dei censiti che si sono dichiarati senza culto.

Tale concordanza ha il suo interesse in quanto mostra che non ha portata essenziale sulle conclusioni il raggruppare in una sola categoria, nel calcolo degli indici di variabilità per serie sconnesse, le modalità meno frequenti.

Per 11 degli Stati contenuti nella Tavola IVa, la Tavola IIa ci permette di misurare la omogeneità secondo la lingua. La cograduazione tra gli indici semplici di variabilità della lingua e dei culti dà un indice $= + 0,43$. Analoga è la conclusione se i risultati della Tavola IIa per la lingua si confrontano, invece che con quelli della Tavola IVa, con gli altri, pure relativi ai culti, della Tavola IIIa. Il confronto si può fare allora per 10 Stati, considerando nella Tavola IIa l' Austria-Ungheria come un solo Stato. L' indice di cograduazione tra gli indici semplici di variabilità risulta $= + 0,32$.

Come tra variabilità del culto e variabilità della nazionalità, così tra variabilità del culto e variabilità della lingua, vi è dunque da Stato a Stato una certa cograduazione, gli Stati più omogenei per religione risultando in generale anche i più omogenei per lingua.

TAVOLA V. — Confronto tra le graduatorie della variabilità secondo i culti in alcuni paesi di Europa in base ai dati del *Sundbaerg* e a quelli dell' *Institut Int. de Statistique.*

PAESE	Graduatorie crescenti degli indici di variabilità			
	secondo i dati del *Sundbaerg*		secondo i dati dell' *Institut Int. de Statistique*	
	Indice semplice di variabilità	Scostamento quadratico medio	Indice semplice di variabilità	Scostamento quadratico medio
1	2	3	4	5
Portogallo	1	1	2	1
Svezia	2	2	1	2
Italia	3	4	8	8
Norvegia	4	3	3	3
Danimarca	5	5	4	4
Serbia	6	6	5	5
Finlandia	7	7	7	7
Grecia	8	8	6	6
Romania	9	9	9	9
Bulgaria	10	10	10	10
Russia	11	13	11	13
Germania	12	11	12	11
Svizzera	13	12	13	12
Olanda	14	14	14	14

12. — Trarremo un ultimo esempio della variabilità delle serie sconnesse dai dati sulla ripartizione delle culture, forniti dal Sundbaerg, per molti Stati europei, a pag. 178 e 180 della sua opera. Sono quivi considerate 10 modalità (orti, vigne, cereali, radici, foraggi, altre colture, maggesi, prati naturali, foreste, altri terreni). La Tavola VIª contiene gli indici semplici di variabilità, gli scostamenti quadratici medii e le percentuali della coltura prevalente. La concordanza tra le graduatorie degli indici semplici di variabilità e degli scostamenti quadratici medii (cfr. colonne 7 e 8) è quasi perfetta, essendovi due sole trasposizioni

TAVOLA VI. — Variabilità delle colture dei paesi europei verso l'anno 1901. - (In base ai dati del Sundbaerg).

PAESE	ANNO della rilevazione	Indice semplice di variabilità $\Delta = {}^1S$	Scostamento quadratico medio ${}^2S$	Percentuale della coltura prevalente P	Rapporto di concentrazione delle percentuali R	GRADUATORIA crescente dei valori delle colonne		GRADUATORIA decrescente dei valori delle colonne	
						3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Norvegia	1900	0.394	0.463	74.60	0.929	1	1	1	1
Finlandia	1901	0.587	0.556	51.21	0.854	2	2	3	2
Svezia	1905	0.599	0.619	51.58	0.832	3	3	2	3
Spagna	1901	0.719	0.740	46.59	0.6937	4	4	4	8
Portogallo	1901	0.724	0.743	45.16	0.699	5	6	5	5
Regno Unito	1901	0.730	0.741	33.66	0.710	6	5	11	4
Russia	1901	0.746	0.758	40.45	0.6939	7	8	6	7
Serbia	1899	0.748	0.752	31.18	0.698	8	7	14	6
Romania	1901	0.750	0.760	39.17	0.684	9	9	7	9
Svizzera	1901	0.757	0.767	36.96	0.670	10	10	9	10
Altri Stati Balcanici (1)	1901	0.763	0.775	37.36	0.666	11	11	8	11
Olanda	1901	0.768	0.777	36.63	0.657	12	12	10	12
Austria-Ungheria	1901	0.783	0.789	31.29	0.619	13	13	13	13
Danimarca	1901	0.798	0.797	32.04	0.606	14	14	12	14
Germania	1901	0.802	0.810	28.56	0.576	15	15	17	16
Lussemburgo	1901	0.804	0.811	29.73	0.580	16	16	15	15
Italia	1901	0.837	0.841	29.19	0.470	17	17	16	19
Francia	1901	0.838	0.841	26.56	0.479	18	18	18	18
Belgio	1901	0.839	0.842	25.84	0.486	19	19	19	17

(1) Bulgaria, Grecia e Creta, Turchia, Montenegro.

di un posto, una tra Svezia e Spagna, l'altra tra Portogallo e Stati Uniti. Meno buona è invece la concordanza tra le graduatorie degli indici di variabilità e la graduatoria inversa della percentuale prevalente, pur verificandosi tra questa e quelle una certa analogia (cfr. colonne 7 e 9, e colonne 8 e 9); e ancora meno buona è la concordanza tra le graduatorie degli indici di variabilità e la graduatoria inversa del rapporto di concentrazione delle percentuali (cfr. colonne 7 e 10, e colonne 8 e 10). L'indice di cograduazione tra l'indice semplice di variabilità e la percentuale prevalente è infatti = — 0,84; tra l'indice semplice di variabilità e il rapporto di concentrazione delle percentuali è = — 0.64 (1).

Questi risultati mostrano come il criterio della percentuale prevalente, se, in parecchi casi, come negli esempi sopra esaminati, in cui vi è generalmente una sola modalità prevalente, può ottimamente servire per giudicare della variabilità delle serie sconnesse, in altri invece, in cui questa condizione non è soddisfatta, come appunto avviene nell'esempio presente, perde di sicurezza. Esso conserva però sempre un certo valore per orientarsi rapidamente sulla diversa variabilità delle serie sconnesse (salvo a ricavare poi un giudizio più sicuro dal calcolo degli indici di variabilità), e risulta in ogni modo preferibile, ai fini di giudicare della variabilità del carattere qualitativo, al criterio del rapporto di concentrazione tra le percentuali delle varie modalità del carattere.

Gli indici di variabilità, ottenuti per i varii Stati, sono in generale molto elevati; fatta eccezione per 3 Stati, essi superano il valore di 0.7, e, in 11 casi su 19, hanno il valore arrotondato di 0.8, mentre il limite massimo è di 0.9. Relativamente alla variabilità delle colture, i varii Stati europei differiscono tra di loro molto meno che non relativamente alla variabilità della lingua, dei culti, o delle nazionalità.

---

(1) In questo, come negli esempi precedenti, la cograduazione del rapporto di concentrazione delle percentuali con lo scostamento quadratico médio risulta alquanto maggiore che con l'indice semplice di variabilità.

13. — Passiamo a fare qualche applicazione degli indici di variabilità a serie cicliche.

Sceglieremo il primo esempio dal numero dei matrimoni secondo il giorno della settimana. I dati rilevati sono esposti nella Tavola VII^a. La Tavola VIII^a contiene le rispettive percentuali. Per mostrare come si impostino le operazioni, sceglieremo la serie dei matrimoni di Roma nel decennio 1877-86. La differenza semplice media secondo la formula (45) si può scindere in due fattori.

Il primo di essi è, nel caso nostro,

$$\frac{2}{n(n-1)} = 2 : (22353 \times 22352) = 1 : 249.817.128;$$

il secondo membro è

$$\sum_{k=1}^{s} \sum_{t=1}^{s-1} |t| n_k n_{k.} ;$$

che, nel caso nostro, assume la forma:

$$\begin{aligned}
& 1361 \; (104 + 2 \times 2109 + 3 \times 5796) + \\
+ & \; 104 \; (2109 + 2 \times 5796 + 3 \times 67) + \\
+ & \; 2109 \; (5796 + 2 \times 67 + 3 \times 5698) + \\
+ & \; 5796 \; (67 + 2 \times 5698 + 3 \times 7218) + \\
+ & \; 67 \; (5698 + 2 \times 7218 + 3 \times 1361) + \\
+ & \; 5698 \; (7218 + 2 \times 1361 + 3 \times 104) + \\
+ & \; 7218 \; (1361 + 2 \times 104 + 3 \times 2109) = 388.528.629 \; .
\end{aligned}$$

Quando al calcolo della differenza semplice media si deve accompagnare quello della differenza quadratica media, è però più conveniente di calcolare separatamente, per ognuno dei valori di $|t|$, la somma $\sum_{k=1}^{s} n_k n_{k.t}$. Nel nostro caso, si tratta di calcolare tre quantità, che designeremo rispettivamente con le lettere A, B, C.

TAVOLA VII. — NUMERO DEI MATRIMONI SECONDO I GIORNI DELLA SETTIMANA.

GIORNO DELLA SETTIMANA	Madrid (1)	Cremona (1)	Berlino (1)	Roma (2)						Firenze (3)	
	1900-904	1887-89	1904	1877-86	1887-96	1897-906	1907-914	1914	1 Giugno 1915 1 Giugno 1917	1912-1913	1916-1917
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Lunedì	2852	199	2432	1361	2988	4935	5473	718	884	705	328
Martedì	519	78	3479	104	119	120	228	36	68	12	49
Mercoledì	2708	33	2525	2109	3177	3017	3162	440	717	85	112
Giovedì	3259	123	3460	5796	6298	6644	6540	865	1294	772	454
Venerdì	1278	7	2180	67	43	89	167	36	44	7	13
Sabato	6716	101	7131	5698	6001	6029	5856	764	1085	942	584
Domenica	4589	185	13	7218	8069	9235	10.031	1217	1754	817	459
TOTALE	21.921	726	21.220	22.353	26.695	30.069	31.457	4076	5846	3340	1999

(1) Per le fonti di questi dati, cfr. *Variabilità e Mutabilità*, pag. 136.
(2) Dati gentilmente comunicatimi dall' Ufficio di Statistica del Comune di Roma.
(3) Dati gentilmente comunicatimi dall' Ufficio di Statistica del Comune di Firenze.

TAVOLA VIII. — PERCENTUALI DEI MATRIMONI SECONDO I GIORNI DELLA SETTIMANA.

GIORNO DELLA SETTIMANA	Madrid	Cremona	Berlino	Roma						Firenze	
	1900-904	1887-89	1904	1877-86	1887-96	1897-906	1907-914	1914	1 Giugno 1915 1 Giugno 1917	1912-1913	1916-1917
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Lunedì	13.01	27.42	11.46	6.09	11.19	16.41	17.40	17.62	15.12	21.11	16.41
Martedì	2.37	10.74	16.39	0.47	0.43	0.40	0.72	0.88	1.16	0.36	2.45
Mercoledì	12.35	4.55	11.90	9.43	11.90	10.03	10.05	10.79	12.26	2.54	5.61
Giovedì	14.87	16.94	16.31	25.93	23.59	22.10	20.79	21.22	22.13	23.11	22.71
Venerdì	5.83	0.96	10.27	0.30	0.16	0.30	0.53	0.88	0.75	0.21	0.65
Sabato	30.64	13.91	33.61	25.49	22.48	20.05	18.62	18.74	18.56	28.21	29.21
Domenica	20.93	25.48	0.06	32.29	30.23	30.71	31.89	29.86	30.00	24.46	22.96

È:

$$\begin{aligned} A = & \ 1361 \times 104 + \\ & + 104 \times 2109 + \\ & + 2109 \times 5796 + \\ & + 5796 \times 67 + \\ & + 67 \times 5698 + \\ & + 5698 \times 7218 + \\ & + 7218 \times 104 = 64.306.604 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B = & \ 1361 \times 2109 + \\ & + 104 \times 5796 + \\ & + 2109 \times 67 + \\ & + 5796 \times 6598 + \\ & + 67 \times 7218 + \\ & + 5698 \times 1361 + \\ & + 7218 \times 104 = 45.629.300 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C = & \ 1361 \times 5796 + \\ & + 104 \times 67 + \\ & + 2109 \times 5698 + \\ & + 5796 \times 7218 + \\ & + 67 \times 1361 + \\ & + 5698 \times 104 + \\ & + 7218 \times 2109 = 77.654.475 \end{aligned}$$

e quindi

$$\sum_{k=1}^{s} \sum_{t=1}^{\frac{s-1}{2}} |t| \, n_k \, n_{k+t} = A + 2B + 3C = 388.528.629 \ .$$

Se ne ricava il valore della differenza semplice media

$$\Delta = 388.528.629 : 249.817.128 = 1.555 \ .$$

Analogamente, il quadrato della differenza quadratica media secondo la formula (46) si può scindere in due fattori, dei quali il primo, di cui abbiamo già calcolato il valore, è

$$\frac{2}{n\,(n-1)} = 1 : 249.817.128$$

e il secondo è

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{s} \sum_{t=1}^{\frac{s-1}{2}} t^2 \, n_k \, n_{k+t} = & \ 1361 \, (104 + 4 \times 2109 + 9 \times 5796) + \\ & + 104 \, (2109 + 4 \times 5796 + 9 \times 67) + \\ & + 2109 \, (5796 + 4 \times 67 + 9 \times 5698) + \\ & + 5796 \, (67 + 4 \times 5698 + 9 \times 7218) + \\ & + 67 \, (5698 + 4 \times 7218 + 9 \times 1361) + \\ & + 5698 \, (7218 + 4 \times 1361 + 9 \times 104) + \\ & + 7218 \, (1361 + 4 \times 104 + 9 \times 2109) = 945.714.079. \end{aligned}$$

Quando però già si conoscano i valori di A, B, C, il valore del secondo fattore si calcola molto più brevemente in base all' uguaglianza

$$\sum_{k=1}^{s} \sum_{t=1}^{\frac{s-1}{2}} t^2 n_k n_{k+t} = A + 4B + 9C \; .$$

Se ne ricava il valore della differenza quadratica media

$$^2\Delta = \sqrt{945.714.079 : 249.817.128} = 1.95 \; .$$

Passiamo a mostrare come si impostino le operazioni per la determinazione degli scostamenti medii. Lo scostamento semplice medio secondo la formula (43) si può scindere in due fattori, di cui il primo è, nel nostro caso,

$$\frac{1}{n\,(n-1)} = 1 : (22.353 \times 22.352) = 1 : 499.634.256 \;\; ,$$

e il secondo è dato da una somma di tanti addendi quante sono le modalità. Calcoliamo i singoli addendi, cominciando dalla prima modalità, il lunedì. Sarà, per il lunedì,

$$n_k \left| \sum_{t=1}^{\frac{s}{2}-1} |t|\, n_{k.t} - \sum_{t=1}^{-\frac{s}{2}+1} |t|\, n_{k.t} \right| =$$

$$= 1361 \,|\, 104 + 2 \times 2109 + 3 \times 5796 - 7218 - 2 \times 5698 - 3 \times 67 \,| =$$

$$= 1361 \,|\, 104 - 7218 + 2 \times (2109 - 5698) + 3\,(5796 - 67) \,| =$$

$$= 1361 \times 2895 = 3.940.095.$$

I valori delle espressioni corrispondenti per le modalità successive risultano

per il martedì	$= 104 \times 18.989$	$= 1.974.856$	
per il mercoledì	$= 2109 \times 1456$	$= 3.070.704$	
per il giovedì	$= 5796 \times 26.717$	$= 154.851.732$	
per il venerdì	$= 67 \times 13.891$	$= 930.697$	
per il sabato	$= 5698 \times 7734$	$= 44.068.332$	
per la domenica	$= 7218 \times 15.324$	$= 110.608.632$	.

La somma dei valori ottenuti per le 7 modalità risulta

$$= 319.445.048 \; .$$

Se ne ricava il valore dello scostamento semplice medio

$$= 319.445.048 : 449.634.256 = 0.639 \ .$$

Il calcolo, che abbiamo eseguito, dello scostamento semplice medio fornisce già gran parte degli elementi necessari per il calcolo dello scostamento quadratico medio secondo la formula (44).

Il valore della espressione

$$n_k \left(\sum_{t=1}^{\frac{s-1}{2}} |t| n_{k,t} - \sum_{t=1}^{-\frac{s-1}{2}} |t| n_{k,t} \right)^2$$

diviene infatti

per il lunedì	$= 1361 \times$	2895^2	$= 11.406.575.025$
per il martedì	$= 104 \times$	18.989^2	$= 37.500.540.584$
per il mercoledì	$= 2109 \times$	1456^2	$= 4.470.945.024$
per il giovedì	$= 5796 \times$	26.717^2	$= 4.137.173.723.844$
per il venerdì	$= 67 \times$	13.891^2	$= 12.928.312.027$
per il sabato	$= 5698 \times$	7734^2	$= 340.824.479.688$
per la domenica	$= 7218 \times$	15324^2	$= 1.694.966.676.768$.

La somma di questi valori è $= 6.239.271.252.960$.

Se ne ricava il valore dello scostamento quadratico medio

$$^2S = \frac{1}{22.352} \sqrt{\frac{6.239.271.252.960}{22.353}} = 0.747 \ .$$

La Tavola IX[a] contiene i valori dei diversi indici di variabilità dei matrimoni secondo i giorni della settimana in Madrid, Berlino, Cremona, Roma e Firenze. Ad essi abbiamo aggiunto la percentuale dei matrimoni nel giorno di massima nuzialità e il rapporto di concentrazione delle percentuali giornaliere.

Prima di analizzare i risultati esposti in questa tavola, è bene riprendere in esame quelli della Tavola VIII[a].

Chi esamina le percentuali in questa contenute resta subito colpito dalla grande varietà nella distribuzione dei matrimoni che si riscontra da città a città. La sola uniformità, che è dato cogliere, consiste in una nuzialità inferiore alla media nel venerdì;

TAVOLA IX. — Variabilità dei matrimoni secondo i giorni della settimana in alcune città di Europa.

CITTÀ	PERIODO DI TEMPO	Differenza semplice media Δ	Differenza quadratica media ${}^2\Delta$	Scostamento semplice medio ${}^1S$	Scostamento quadratico medio ${}^2S$	Percentuale massima P	Rapporto di concentrazione delle percentuali R	GRADUATORIE crescenti dei valori di Δ	${}^2\Delta$	${}^1S$	${}^2S$	GRADUATORIE decrescenti dei valori di P	R
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Madrid	1900-904	1.584	1.915	0.362	0.418	30.64	0.3918	5	4	7	5	5	11
Berlino	1904	1.658	1.977	0.234	0.380	33.61	0.3925	11	9	1	2	1	10
Cremona	1887-89	1.550	1.886	0.275	0.409	27.42	0.4247	2	2	2	3	11	9
Roma	1877-86	1.555	1.950	0.639	0.747	32.29	0.5543	3	5	11	11	2	1
„	1887-96	1.612	1.982	0.467	0.533	30.23	0.4927	8	10	10	10	6	3
„	1897-906	1,599	1.965	0.340	0.417	30.71	0.4822	7	7	5	4	4	4
„	1907-914	1.591	1.959	0.343	0.421	31.89	0.4760	6	6	6	6	3	6
„	1914	1.614	1.973	0.337	0.374	29.86	0.4519	9	8	4	1	8	8
„	1 Giugno 1915 – 1 Giugno 1917	1.634	1.994	0.381	0.423	30.00	0.4533	10	11	9	7	7	7
Firenze	1912-1913	1.509	1.866	0.331	0.467	28.21	0.5093	1	1	3	8	10	2
„	1916-1917	1.562	1.906	0.375	0.470	29.21	0.4798	4	3	8	9	9	5

ma tale inferiorità, d'altra parte, risulta molto diversamente intensa da Stato a Stato. In Italia, il venerdì è a Cremona, come a Roma, come a Firenze, il giorno di minima nuzialità: a Madrid, esso invece si lascia addietro il martedì, e a Berlino quasi raggiunge la media giornaliera della settimana (= 14.3 %).

A Roma, a Firenze, a Madrid, altro giorno di scarsissima nuzialità è il martedì, in conformità al nostro proverbio: *nè di Venere, nè di Marte, non si sposa, nè si parte;* ma a Cremona invece il minimo viene a spostarsi al mercoledì, e a Berlino poi il martedì segna, anzi che un minimo, un leggero massimo.

Deve tenersi ben presente che le variazioni nella nuzialità giornaliera possono dipendere, non solo da pregiudizi, come quello accennato, o da convenienze economiche, o da consuetudini religiose (quale l'abitudine dei cattolici di contrarre il matrimonio religioso la domenica, che fa addensare i matrimoni civili in questo giorno o nel successivo lunedì); ma anche da pratiche amministrative. In Firenze, ad esempio, per norme interne di servizio dell'Ufficio di Stato civile, i matrimoni vengono generalmente celebrati la domenica, il lunedì, il giovedì e il sabato; e solo in casi urgenti (malattia, partenza, breve licenza militare, etc.) si prescinde da tale regola. Questo spiega la bassa nuzialità fiorentina nel mercoledì e fa ritenere che, ove non esistessero tali norme, il martedì e il venerdì si mostrerebbero assai meno sensibili al pregiudizio popolare.

I dati di Roma e di Firenze furono raccolti in modo da poter paragonare la distribuzione dei matrimoni durante la guerra a quella che si verificava nell'ultimo periodo di pace. Come era da attendersi, perdono di rigore, di fronte alle impellenti necessità dei tempi anormali, le norme burocratiche e cedono anche i pregiudizi più radicati. Noi vediamo così in Firenze crescere la percentuale dei matrimoni contratti nel mercoledì, corrispondentemente all'allentarsi del freno burocratico, ma molto più fortemente crescere quelle del martedì e del venerdì, tenute basse in tempo di pace dal concorso dei due impedimenti: il psicologico e l'amministrativo.

A Roma cresce nel 1915-1917 la percentuale del martedì: e risulta cresciuta pure quella del venerdì, se il confronto si ese-

guisce, anzi che coi dati troppo esigui del 1914, con gli altri, più attendibili, dell' intero periodo 1907-1914.

Se, dopo queste considerazioni, noi prendiamo sott' occhio le colonne 3 e 4 della Tavola IX^a, notiamo subito come la grande varietà nella distribuzione dei matrimoni, che si riscontra da città a città, eserciti ben poca influenza sui valori delle differenze medie secondo il giorno della settimana. La differenza media infatti varia solo da 1.51 in Firenze (1912-1913) a 1.66 in Berlino e la differenza quadratica media da 1.87 in Firenze (1912-1913) a 1.99 in Roma (1915-1917).

Si tenga presente come il valore massimo, che può presentare la differenza semplice media, (il quale si avvererebbe quando in tutti i giorni della settimana si contraesse lo stesso numero di matrimoni) sia, con l' approssimazione di $\frac{1}{n}$, $= \frac{12}{7} = 1.714$. In Berlino, dove cinque giorni della settimana presentano percentuali simili tra loro, e solo il sabato e la domenica se ne allontanano, il valore della differenza semplice media si accosta molto al suo massimo, raggiungendo il valore di 1.66. Se tutti i giorni della settimana presentassero lo stesso numero di matrimoni, la differenza quadratica media risulterebbe, con l' approssimazione di $\frac{1}{n}$, $= 2$; in Berlino essa quasi raggiunge tale valore, toccando quello di 1.977. La differenza quadratica media può però anche oltrepassare il valore di 2, toccando il massimo di $\sqrt{4.5} = 2.12$ quando tutti i casi sieno distribuiti sopra due sole modalità, opposte tra loro. Ciò spiega come a Roma, nel 1887-96 e nel 1915-1917, il suo valore superi quello di Berlino, mentre la distribuzione si allontana in quella città molto di più che in questa dal tipo di una distribuzione uniforme.

Così per la differenza semplice media, come per la differenza quadratica media, il valore minimo è $= 0$; i loro valori — oscillando tra 1.51 e 1.66, per la differenza semplice media, e tra 1.87 e 1.99, per la differenza quadratica media — si mantengono assai più vicini ai loro limiti massimi che al comune limite minimo.

Molto più variabili delle differenze medie risultano gli scostamenti medii, oscillando lo scostamento semplice medio da

0.234 in Berlino a 0.639 in Roma (1877-86) e lo scostamento quadratico medio da 0.374 in Roma (1914) a 0.747 nella stessa città (1877-86).

Uno sguardo alle colonne 9-12 mostra subito come, tra le graduatorie delle differenze medie e degli scostamenti medii non vi sia alcuna concordanza. Vi è anzi una certa discordanza, l'indice di cograduazione tra i valori di Δ e di ${}^1S$ risultando $= -0.07$ e quello tra i valori di ${}^2\Delta$ e di ${}^2S = -0.11$. La cograduazione negativa appare in ogni modo molto debole e sta ad attestare come le differenze medie e gli scostamenti medii misurino aspetti quantitativi che, per le serie cicliche, sono nettamente distinti gli uni dagli altri e, per certi fenomeni, come è appunto questo della distribuzione giornaliera dei matrimoni, possono risultare presso che indipendenti.

Non solo detti indici sono presso che indipendenti tra loro, ma risultano anche debolmente e irregolarmente connessi con gli altri indici desunti dalla percentuale prevalente o dal rapporto di concentrazione delle percentuali. Ciò si comprende già dall'esame delle graduatorie contenute nelle colonne 9-14, e viene confermato dal calcolo degli indici di cograduazione che risultano

$$\text{tra } \Delta \text{ e } P = +0{,}33 \qquad \text{tra } \Delta \text{ e } R = -0{,}29$$
$$\text{tra } {}^1S \text{ e } P = +0{,}18 \qquad \text{tra } {}^1S \text{ e } R = +0{,}44.$$

Che gli indici di variabilità delle modalità sieno poco e irregolarmente connessi con la percentuale massima è facilmente comprensibile, trattandosi di distribuzioni che presentano, non un massimo unico, ma parecchi massimi, spesso poco diversi l'uno dall'altro. Che essi non risultino fortemente connessi neppure coi valori del rapporto di concentrazione è anche comprensibile in quanto che il valore del rapporto di concentrazione dipende solo dalla diversa altezza delle percentuali, mentre quelli delle differenze medie e degli scostamenti medii dipendono anche dal modo con cui le percentuali si seguono.

Si verifica in ogni modo una cograduazione negativa sensibile tra il rapporto di concentrazione delle percentuali e la differenza media tra le modalità, e una cograduazione positiva ancor più notevole tra detto rapporto di concentrazione e lo scostamento

semplice medio tra le modalità. Il quale risultato è conforme alle aspettative, in quanto che più le percentuali variano e i rapporti di concentrazione risultano alti, e più è da attendersi che le differenze medie, allontanandosi dalla condizione di massimo data dalla distribuzione uniforme, risultino basse, e gli scostamenti medii al contrario, allontanandosi da tale distribuzione che corsponde a un valore minimo, risultino alti.

Questi risultati hanno, dal punto di vista teorico, un interesse anche in quanto stanno ad attestare che i criteri delle differenze medie, degli scostamenti medii, della percentuale prevalente, del rapporto di concentrazione tra le percentuali non sono punto sostituibili l' uno all' altro, ma, come quelli che misurano aspetti quantitativi diversi, possono condurre a conclusioni divergenti.

Ciò è confermato dal fatto che, mentre le differenze medie risultano, come si è detto, molto vicine al loro valore massimo, gli scostamenti medii invece risultano, più assai che al massimo (= 1.5), vicini al minimo (= 0), mentre il rapporto di concentrazione si aggira sui valori intermedi tra gli estremi dello 0 e dell'1.

Così in Firenze, come in Roma, il rapporto di concentrazione della percentuale va diminuendo col tempo, mentre le differenze medie in generale aumentano, mostrando come la nuzialità venga facendosi sempre più uguale nei varii giorni della settimana. Ciò può attribuirsi a un indebolirsi dei pregiudizi e a un attenuarsi delle considerazioni economiche che fanno preferire per le nozze certi giorni a certi altri. Analoga spiegazione può darsi del fatto, altrove constatato, che le differenze medie risultano, per i quartieri poveri, più basse che per i ricchi (1).

14. — Un altro esempio di indici di variabilità di serie cicliche ci sarà fornito dalle frequenze mensili delle nascite, dei matrimoni e delle morti. Il secondo volume della *Statistique internationale du mouvement de la population*, pubblicato dalla *Statistique générale de la France* (2), contiene a pagg. 13* - 14*, 77* - 78*. 136*, le serie di tali frequenze per quinquenni relativamente a

(1) A Madrid. Cfr. *Variabilità e Mutabilità*, Op. cit., pag. 138.
(2) Paris. Imprimerie Nationale, 1913.

numerosi Stati (19 per i matrimoni e per le nascite, 21 per le morti). Nelle Tavole X, XI, XII, sono esposti gli indici di variabilità (differenze medie, scostamenti medii), i rapporti di concentrazione delle frequenze e le frequenze massime per il quinquennio più recente, accompagnati, queste e quelli, dalle rispettive graduatorie.

Si avverta che le frequenze mensili relative ai matrimoni, alle nascite e alle morti non sono, nella fonte citata, calcolate tutte con lo stesso procedimento. Per i matrimoni, infatti, esse esprimono la percentuale dei matrimoni del mese su 10 000 matrimoni nell'anno; per le nascite, invece, esprimono la media giornaliera delle nascite nel mese, fatta = 1000 la media giornaliera delle nascite per l' intero anno; per le morti, infine, esprimono la percentuale dei morti del mese su 12.000 morti nell' anno. Nel determinare la frequenza mensile delle nascite si è pertanto eliminata l' influenza della diversa lunghezza dei mesi, mentre non sembra che altrettanto si sia fatto per la frequenza delle morti e dei matrimoni. Non riteniamo però che questa circostanza possa esercitare influenza notevole sulla determinazione degli indici di variabilità e tanto meno sui confronti tra gli indici di variabilità di un dato tipo, relativi a Stati diversi.

Se noi prendiamo sott' occhio le graduatorie contenute nelle colonne 9 - 12 delle Tavole X, XI, XII, ci avvediamo subito che, tra i valori delle differenze medie e quelli degli scostamenti medii, la cograduazione è fortemente negativa. Il valore dell' indice di cograduazione tra la differenza semplice media e lo scostamento semplice medio risulta infatti

per i matrimoni = — 0.69
per le nascite = — 0.36
per le morti = — 0.72

e quello tra la differenza quadratica media e lo scostamento quadratico medio risulta

per i matrimoni = — 0.53
per le nascite = — 0.37
per le morti = — 0.72.

TAVOLA X. — VARIABILITÀ DEI MATRIMONI SECONDO I MESI DELL' ANNO NEI PRINCIPALI STATI.

(In base ai dati della *Statistique internationale du mouvement de la population*) (1).

STATI	ANNI	Differenza semplice media Δ	Differenza quadratica media	Scostamento semplice medio ^1S	Scostamento quadratico medio ^2S	Frequenza massima P	Rapporto di concentrazione delle frequenze R	GRADUATORIE crescenti dei valori di Δ	$^2\Delta$	^1S	^2S	GRADUATORIE decrescenti dei valori di P	R
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Serbia	1906-910	2.2462	2.869	0.907	1.084	3660	0.669	1	1	19	19	1	1
Russia	1901-905	2.6612	3.225	0.742	0.761	2738	0.518	2	2	18	18	2	2
Ungheria	1906-910	2.9258	3.426	0.364	0.487	1789	0.329	3	3	17	17	3	4
Italia	»	2.9529	3.449	0.300	0.371	1234	0.156	4	4	12	14	14	13
Massachusetts	»	2.9546	3.455	0.324	0.369	1405	0.190	5	5	16	13	8	9
Austria	1901-910	2.9553	3.469	0.194	0.249	1763	0.350	6	8	6	6	4	3
Connecticut	1906-910	2.9614	3.459	0.322	0.372	1390	0.182	7	6	15	15	10	10
Maine	»	2.9627	3.461	0.319	0.358	1339	0.163	8	7	14	10	11	11
Finlandia	»	2.9659	3.475	0.311	0.367	1401	0.201	9	9	13	12	9	7
Svezia	»	2.9665	3.494	0.278	0.407	1747	0.281	10	16	10	16	5	5
Spagna	»	2.9808	3.476	0.179	0.225	1233	0.142	11	10	5	5	15	15
Norvegia	»	2.9863	3.489	0.234	0.272	1190	0.131	12	14	7	7	16	16
Svizzera	»	2.9904	3.504	0.261	0.308	1430	0.197	13	18	8	9	7	8
Giappone	»	2.9925	3.478	0.270	0.298	1236	0.124	14	11	9	8	13	17
Belgio	»	2.9936	3.486	0.117	0.157	1095	0.114	15	13	3	3	18	18
Australia occid.	»	2.9945	3.485	0.050	0.061	1030	0.044	16	12	1	1	19	19
Francia	»	2.9963	3.490	0.107	0.119	1135	0.1420	17	15	2	2	17	14
Impero tedesco	»	2.9975	3.500	0.171	0.196	1263	0.1586	18	17	4	4	12	12
Danimarca	»	3.0293	3.516	0.297	0.365	1641	0.2623	19	19	11	11	6	6

(1) La frequenza mensile dei matrimoni è desunta dal numero dei matrimoni contratti nel mese, fatto = 10 000 il numero dei matrimoni contratti nell'anno.

TAVOLA XI. — VARIABILITÀ DELLE NASCITE (1) SECONDO I MESI DELL'ANNO NEI PRINCIPALI STATI

(In base ai dati della *Statistique internationale du mouvement de la population*) (2).

STATI	ANNI	Differenza semplice media Δ	Differenza quadratica media $^2\Delta$	Scostamento semplice medio ^1S	Scostamento quadratico medio ^2S	Frequenza massima P	Rapporto di concentrazione delle frequenze R	GRADUATORIE crescenti dei valori di Δ	$^2\Delta$	^1S	^2S	decrescenti dei valori di P	R
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Romania	1871-80	2.9039	3.4329	0.0956	0.1231	1187	0.0829	1	1	14	15	5	4
Giappone	1906-910	2.9495	3.4526	0.2808	0.3162	1392	0.1249	2	2	19	19	1	1
Serbia	»	2.9821	3.4836	0.1659	0.2099	1336	0.1143	3	5	18	18	2	2
Paesi bassi	1871-77	2.9887	3.4825	0.1007	0.1110	1121	0.0443	4	3	15	14	6	6
Ungheria	1906-910	2.9916	3.4829	0.0573	0.0650	1102	0.0386	5	4	8	9	9	8
Finlandia	»	2.9953	3.4855	0.0562	0.0638	1083	0.0304	6	7	7	7	11	11
Connecticut	»	2.9968	3.4863	0.0208	0.0271	1052	0.0164	7	9	1	1	17	19
Francia	»	2.9973	3.4857	0.0877	0.0972	1090	0.0351	8	8	13	13	10	9
Uruguay	»	2.9974	3.4897	0.0852	0.0942	1119	0.0338	9	18	12	12	8	10
Norvegia	1901-905	2.9980	3.4868	0.0462	0.0535	1079	0.0295	10	11	6	6	12	12
Danimarca	1906-910	2.9981	3.4865	0.0581	0.0634	1073	0.0265	11	10	9	8	16	14
Spagna	»	2.9983	3.4839	0.1503	0.1703	1190	0.0605	12	6	17	17	4	5
Impero tedesco	»	2.9994	3.4881	0.0340	0.0390	1046	0.0194	13	13	2	2	18	18
Italia	»	2.9998	3.4876	0.0791	0.0902	1120	0.0409	14	12	11	11	7	7
Bulgaria	1901-905	3.0001	3.4900	0.1091	0.1245	1245	0.0360	15	19	16	16	3	3
Svezia	1906-910	3.0010	3.4887	0.0361	0.0392	1074	0.0256	16	16	3	3	15	15
Austria	»	3.00113	3.4886	0.0452	0.0529	1074	0.0228	17	15	4	5	14	16
Svizzera	1891-900	3.00114	3.4886	0.0458	0.0526	1045	0.0197	18	14	5	4	19	17
Belgio	1901-905	3.0024	3.4890	0.0609	0.0675	1075	0.0273	19	17	10	10	13	13

(1) Nati vivi e morti.
(2) La frequenza mensile delle nascite è desunta dalla media giornaliera delle nascite del mese, fatta = 1000 la media giornaliera per l'intero anno.

TAVOLA XII. — VARIABILITÀ DEI MORTI SECONDO I MESI DELL' ANNO NEI PRINCIPALI STATI (In base ai dati della *Statistique internationale du mouvement de la population*) (1).

STATI	ANNI	Differenza semplice media Δ	Differenza quadratica media $^2\Delta$	Scostamento semplice medio ^1S	Scostamento quadratico medio ^2S	Frequenza massima P	Rapporto di concentrazione delle frequenze R	GRADUATORIE crescenti dei valori di Δ	$^2\Delta$	^1S	^2S	decrescenti dei valori di P	R
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Serbia	1906-910	2.9609	3.456	0.2795	0.3236	1414	0.1225	1	1	20	21	1	1
Bulgaria	1901-905	2.9667	3.460	0.2860	0.3233	1314	0.1207	2	2	21	20	3	2
Scozia	1906-910	2.9708	3.468	0.2147	0.2429	1194	0.0822	3	3	19	19	9	3
Ungheria	»	2.9785	3.471	0.1543	0.1671	1185	0.0597	4	4	12	11	11	13
Belgio	»	2.9798	3.472	0.1816	0.2048	1195	0.0724	5	6	15	15	8	8
Danimarca.	»	2.9805	3.471	0.2107	0.2323	1221	0.0705	6	5	18	18	7	5
Svezia	»	2.9830	3.475	0.1894	0.2100	1153	0.0707	7	8	17	16	13	9
Francia	»	2.9831	3.474	0.1890	0.2135	1823	0.0747	8	7	16	17	6	7
Russia	1901-905	2.9841	3.476	0.1283	0.1537	1334	0.0778	9	9	9	9	2	6
Finlandia	1906-910	2.9844	3.478	0.1686	0.1873	1259	0.0682	10	10	14	14	5	11
Uruguay	»	2.9861	3.480	0.0448	0.0533	1114	0.0299	11	12	1	1	17	21
Portogallo	1901-905	2.9907	3.481	0.1637	0.1863	1183	0.0698	12	14	13	13	12	10
Italia	1906-910	2.9922	3.481	0.1427	0.1796	1261	0.0811	13	13	10	12	4	4
Norvegia	»	2.9945	3.480	0.1499	0.1658	1137	0.0568	14	11	11	10	15	14
Impero tedesco	»	2.9962	3.482	0.0547	0.0623	1090	0.0300	15	15	3	3	20	20
Giappone	»	2.9970	3.487	0.0958	0.1158	1186	0.0599	16	18	8	8	10	12
Queensland	»	2.9978	3.487	0.0662	0.0820	1130	0.0441	17	16	5	7	16	17
Maine	»	2.9982	3.487	0.0659	0.0789	1140	0.0444	18	17	4	6	14	16
Connecticut	»	2.9991	3.488	0.0666	0.0783	1103	0.0501	19	19	7	4	18	15
Spagna	»	2.9993	3.489	0.0483	0.0551	1103	0.0390	20	20	2	2	19	18
Nuova Galles del Sud .	»	3.0049	3.491	0.0666	0.0783	1090	0.0364	21	21	6	5	21	19

1) La frequenza mensile dei morti è desunta dal numero dei morti nel mese, fatto — 12.000 il numero dei morti nell'anno.

Se poi confrontiamo con le precedenti le graduatorie contenute nelle colonne 13 - 14, vediamo subito come, pur con frequenti eccezioni, i valori della frequenza massima e del rapporto di concentrazione delle frequenze diminuiscano col crescere dei valori delle differenze medie e col diminuire dei valori degli scostamenti medii. Si ottengono infatti i seguenti indici di cograduazione

	tra Δ e P	tra Δ ed R	tra ${}^1S$ e P	tra ${}^1S$ ed R
per i matrimoni	— 0.50	— 0.48	+ 0.59	+ 0.57
per le nascite	— 0.42	— 0.43	+ 0.80	+ 0.81
per le morti	— 0.63	— 0.68	+ 0.60	+ 0.76.

Questi risultati, mentre, da una parte, mostrano che, per i fenomeni considerati, passano tra i varii indici di variabilità relazioni regolari, confermano, d'altra parte, la conclusione (a cui a proposito dei matrimoni per giorni della settimana eravamo giunti nel paragrafo precedente) che questi diversi indici di variabilità non sono punto sostituibili l'uno all'altro. Gli indici di cograduazione, infatti, che tra essi si ottengono, se talvolta sono molto elevati, restano però di regola lontani dall'unità. Ciò dipende — non sarà male ripeterlo — dalla circostanza che le differenze medie, gli scostamenti medii, i rapporti di concentrazione delle frequenze, misurano aspetti differenti della variabilità dei fenomeni.

Facendoci ad esaminare il significato degli indici di cograduazione ottenuti, troviamo che, quanto più sono forti le variazioni da mese a mese nella frequenza dei matrimoni, delle nascite e delle morti (la cui intensità è misurata da R), e quanto più risulta elevata la frequenza massima P, tanto più bassa risulta di regola la differenza semplice media Δ e tanto più elevato lo scostamento semplice medio ${}^1S$. A risultati analoghi si sarebbe pervenuti se, in luogo di istituire l'indice di cograduazione tra P e la differenza semplice media Δ o lo scostamento semplice medio ${}^1S$, lo avessimo istituito tra P e la differenza quadratica media ${}^2\Delta$ o lo scostamento quadratico medio ${}^2S$.

Le relazioni tra R, le differenze medie e gli scostamenti, già riscontrate a proposito dei matrimoni per giorno della settimana, si spiegano con la circostanza che, nell'ipotesi di uguale

distribuzione delle nascite, dei matrimoni e delle morti nei varii mesi, risultano nulli gli scostamenti, risulta pure nullo R, e risultano massime invece le differenze medie. Merita di essere notato il fatto che, sia che si instituiscano le relazioni tra le differenze medie o gli scostamenti medii ed R, sia che si instituiscano tra le differenze medie o gli scostamenti medii e la frequenza massima, si giunge a indici di cograduazione presso che identici. Ciò dipende dalla concordanza veramente singolare che si riscontra (cfr. colonne 13 - 14 delle Tavole X, XI, XII) tra le graduatorie della frequenza massima (P) e le graduatorie del rapporto di concentrazione delle frequenze (R). L' indice di cograduazione tra le due serie di valori risulta infatti

per i matrimoni $= + 0.92$
per le nascite $= + 0.92$
per le morti $= + 0.76$.

Questo risultato ha la sua importanza in quanto mostra che, per le serie cicliche relative alle nascite, alle morti, ai matrimoni secondo i mesi, il semplice esame delle frequenze massime permette di farsi un' idea abbastanza fedele della variabilità delle frequenze mensili.

Se noi ci facciamo ora a considerare i valori dei diversi indici di variabilità, riscontriamo che, così da Stato a Stato, per uno stesso fenomeno, come da fenomeno a fenomeno, i valori delle differenze medie risultano molto simili tra loro, mentre forti differenze si riscontrano tra i valori degli scostamenti medii e dei rapporti di concentrazione delle frequenze. Per le serie cicliche, le differenze medie costituiscono dunque, in questi casi, indici di variabilità molto meno sensibili degli scostamenti medii e dei rapporti di concentrazione delle frequenze.

Le variazioni delle frequenze mensili, misurate dal rapporto di concentrazione delle frequenze, risultano, per i matrimonii, molto più intense che per le morti e, per le morti, generalmente più intense che per le nascite. Altrettanto avviene per gli scostamenti medii, mentre, per ciò che riguarda le differenze medie, non si può dire che uno dei tre fenomeni presenti valori regolarmente più alti dell' altro. Non solo dunque le differenze medie

costituiscono indici di variabilità meno sensibili degli scostamenti medii e del rapporto di concentrazione delle frequenze, ma essi si comportano pure diversamente, risultando della stessa altezza per fenomeni, per cui gli altri indici di variabilità presentano valori nettamente diversi.

Questi risultati non fanno che confermare la conclusione, che gli scostamenti medii e le differenze medie misurano aspetti della variabilità delle serie cicliche completamente distinti tra loro, non solo in teoria, ma anche nella pratica.

Scorrendo la colonna madre (colonna 1) delle Tavole X, XI, XII, in cui sono elencati gli Stati a seconda del valore crescente della differenza semplice media ed esaminando le colonne 10, 11, 12, 14, che contengono le graduatorie degli Stati per valori crescenti della differenza quadratica media, degli scostamenti medii e del rapporto di concentrazione delle frequenze, non si riesce a cogliere una relazione regolare tra l'altezza di taluno di questi indici di variabilità e la confessione, o la ricchezza, o la civiltà, o la latitudine degli Stati. Vi è bensì qualche Stato, come la Serbia, che presenta, per i matrimoni, per le nascite, per le morti, i valori più alti del rapporto di concentrazione e degli scostamenti semplici medii e i valori più bassi delle differenze medie, e qualche altro, come l'Impero Tedesco, che si comporta in modo opposto; ma una regola generale è difficile da cogliere. Questa' impressione viene confermata dall'esame delle graduatorie dei varii indici per 12 Stati (1), per i quali si posseggono le serie delle frequenze mensili ad un tempo per le nascite, per i matrimoni e per le morti.

---

(1) I 12 Stati sono: Serbia, Ungheria, Belgio, Danimarca, Svezia, Francia, Finlandia, Italia, Norvegia, Impero Tedesco, Giappone, Connecticut.

Ricercando gli indici di cograduazione, si ottengono i risultati seguenti:

Indici di cograduazione					
tra le differenze semplici medie relative a		tra gli scostamenti semplici medii relativi a		tra i rapporti di concentrazione delle frequenze relative a	
matrimoni e nascite	+ 0.33	matrimoni e nascite	+ 0.056	matrimoni e nascite	— 0.11
nascite e morti	— 0.013	nascite e morti	+ 0.30	nascite e morti	+ 0.28
matrimoni e morti	+ 0.15	matrimoni e morti	+ 0.083	matrimoni e morti	+ 0.097

Come si vede, la cograduazione per lo più risulta debole e spesso, anzi, del tutto trascurabile.

Gli Stati, i quali presentano una maggiore variabilità, secondo i mesi, delle nascite non sono dunque gli stessi che presentano una più alta variabilità delle morti e dei matrimoni; nè si può dire che, al contrario, essi presentino regolarmente una variabilità più bassa. La intensità della variabilità di uno di questi fenomeni, in uno Stato relativamente ad altri Stati, appare anzi sostanzialmente indipendente dalla intensità della variabilità degli altri due fenomeni. Ciò sta a mostrare che le circostanze, le quali fanno variare di mese in mese le nascite, sono diverse da quelle che fanno variare di mese in mese le morti, i matrimoni, o almeno sono in gran parte diverse, in modo che la influenza delle circostanze comuni, che dovrebbe portare a una uniformità di comportamento tra la variabilità dei tre fenomeni, rimane soverchiata e mascherata dall' influenza delle altre circostanze.

Passando in rassegna i risultati raggiunti in questo paragrafo, dobbiamo constatare che, se l' esame dei varii indici di variabilità, relativi alle nascite, ai matrimoni, alle morti per mesi, ha dato occasione a osservazioni che presentano un certo interesse metodologico, esso non ha condotto invece ad alcuna conclusione positiva dal punto di vista sostanziale; non ha, in altre parole, permesso di scoprire alcuna regolarità che si riferisca alle variazioni mensili dei matrimoni, delle nascite e delle morti. Lo studio degli indici di variabilità dovrebbe pertanto venire in-

tegrato, da chi volesse esaminare a fondo questi fenomeni, dall' esame analitico delle varie curve di distribuzione.

Non è raro che, nelle ricerche statistiche, si avveri un simile caso, sul quale si vuole pertanto richiamare esplicitamente l' attenzione dello studioso. Gli indici di variabilità per vero, se molte volte bastano da soli a raggiungere conclusioni interessanti (come quando servono a decidere se la concentrazione della ricchezza è aumentata o diminuita attraverso il tempo, o se è più forte nelle categorie di popolazione più povere o più ricche, oppure a decidere quale tra varii caratteri antropologici è meno variabile e maggiormente atto quindi a caratterizzare la specie, o ancora a decidere in quale regione la popolazione è più omogenea per caratteri fisici o sociali), altre volte, al contrario, non ci rivelano alcuna regolarità, la quale invece può sgorgare da un esame analitico delle serie o seriazioni a cui gli indici si riferiscono.

Gli indici di variabilità misurano infatti un solo aspetto delle distribuzioni statistiche, e il fatto che questo aspetto non presenti, dall'una all'altra distribuzione, variazioni che si possano ricollegare ad altri fenomeni, non esclude che altri aspetti della distribuzione vi siano, i quali con i fenomeni considerati possano stare in relazione regolare. Nel caso delle serie dei matrimoni per mesi, ad esempio, se gli indici di variabilità non mostrano regolari variazioni a seconda della confessione, non è detto che regolari variazioni, a seconda di questo carattere, non si possano riscontrare nella forma della distribuzione, anzi è probabile che così avvenga, per gli impedimenti che, come è noto, alcune religioni oppongono alla conclusione dei matrimoni in certi periodi di tempo.

La circostanza che alcune ricerche statistiche, col sussidio dei soli indici di variabilità, non approdano a conclusioni positive non deve far però tenere in dispregio o diminuire la considerazione di questi strumenti metodologici. Ogni strumento ha un proprio campo di applicazione e molte volte, se risulta inutile da solo, diviene utile usato insieme con altri. Le stesse conclusioni negative, d' altra parte, a cui si addiviene, possono essere, in molti casi, non prive di interesse. Nel caso delle serie dei matrimoni per mesi, ad esempio, può avere importanza il fatto che, pur variando regolarmente, secondo la confessione religiosa,

la loro forma da Stato a Stato, non varia invece regolarmente la intensità della variabilità, misurata dai varii indici.

Le ricerche eseguite in questo paragrafo, come quelle contenute nei paragrafi precedenti, avevano essenzialmente lo scopo metodologico di mostrare come si possano applicare a serie di caratteri qualitativi le differenze medie e gli scostamenti medii, e quali siano le relazioni che praticamente intercedono tra questi indici di variabilità o tra essi e gli altri indici, a cui si può fare ricorso. Ma i risultati raggiunti dovranno tenersi presenti, e potranno forse riuscire utili, anche in ricerche che si propongano di studiare, da un punto di vista sostanziale, le variazioni mensili delle nascite, dei matrimoni o delle morti.

15. — Riassunto e conclusioni. - Il ridurre a quantitativi, e rendere quindi suscettibili di misura, caratteri che ci appaiono come qualitativi, o almeno taluni aspetti di questi caratteri, ha sempre costituito uno dei compiti della scienza, in quanto si ritiene giustamente che la trattazione quantitativa dei problemi rappresenti, dal punto di vista teorico e da quello pratico, un notevole vantaggio sopra una trattazione semplicemente qualitativa.

Nel campo della statistica, la trattazione quantitativa dei caratteri qualitativi assume particolare importanza, in quanto che molteplici caratteri, secondo cui si sogliono classificare le osservazioni (sesso, professione, stato civile, confessione religiosa, giorno della settimana, grado gerarchico, ecc.) sono appunto caratteri qualitativi.

Se non che conviene distinguere subito, a questo proposito, due categorie di caratteri qualitativi: i *caratteri qualitativi propriamente detti*, del genere di quelli che abbiamo sopra ricordato, e i *caratteri qualitativi impropri*, i quali altro non sono che caratteri quantitativi, che non sappiamo o difficilmente possiamo misurare e di cui pertanto classifichiamo le intensità in categorie più o meno ampie, distinte con designazioni qualitative. Possiamo classificare, per esempio, le persone secondo la bontà in: ottime - buone - mediocri - cattive - pessime, allo stesso modo che possiamo classificare la proprietà terriera in: grande - media - piccola proprietà; ma il fatto che la classificazione è fatta

in categorie qualitative non toglie che la bontà, al pari dell'estensione della proprietà terriera, sia un carattere quantitativo.

La importanza della distinzione tra caratteri qualitativi propriamente detti e caratteri qualitativi impropri non viene diminuita dal fatto che vi sono caratteri, per esempio il colore degli occhi, per i quali si può discutere se debbano considerarsi come caratteri qualitativi propriamente detti o come caratteri qualitativi impropri; allo stesso modo che non scema l'importanza della distinzione tra caratteri qualitativi e quantitativi la circostanza che, per alcuni, per esempio per gli anni del calendario o i mesi dell'anno, è disputabile se possano meglio porsi nell'una o nell'altra categoria.

Uno degli aspetti quantitativi dei caratteri, che maggiormente interessano lo statistico, è quello della sua *variabilità*, vale a dire della sua attitudine ad assumere differenti modalità.

Del modo di misurare la variabilità dei caratteri quantitativi impropri si sono occupati gli statistici inglesi e particolarmente il Pearson (1900) (1).

Il modo di misurare la variabilità dei caratteri qualitativi propriamente detti (che può anche distinguersi dalla variabilità dei caratteri quantitativi col termine *mutabilità*) aveva invece formato oggetto — crediamo per la prima volta — di una trattazione sistematica nella nostra memoria *Variabilità e Mutabilità*, (1912) (2).

In detta memoria, si sono distinte tre principali categorie di serie di caratteri qualitativi:

a) *Serie rettilinee,* le quali si riferiscono a caratteri qualitativi le cui modalità ammettono un ordine naturale di successione e presentano due modalità estreme. Tale, per esempio,

---

(1) K. Pearson e A. Lee. *On the inheritance of characters not capable of exact quantitative measurement*, in *Phil. Trans. of the Roy. Soc. of London*, Serie A. CXCV, 1900; K. Pearson. *On the correlation of characters not quantitatively measurable*. Ibidem.

(2) *Variabilità e Mutabilità*, *contributo allo studio delle distribuzioni e delle relazioni statistiche*, in *Studi economico-giuridici pubblicati per cura della Facoltà di Giurisprudenza della R. Università di Cagliari*. Anno III°, Parte 2ª Bologna, Cuppini, 1912. Fascicolo I°. Parte Seconda: *Indici di Mutabilità*.

la serie dei militari secondo i gradi. Per simili serie, tutto il problema si riduce a misurare la diversità che intercede tra le successive modalità, la quale, per esempio, per i gradi gerarchici, può venire dedotta dalla differenza di stipendio. Prendendo allora per origine la prima di tali modalità, la serie rettilinea si trasforma in una seriazione e la misura della variabilità del carattere qualitativo si riconduce alla misura della variabilità di un carattere quantitativo.

b) *Serie cicliche,* le quali si riferiscono a caratteri qualitativi, le cui modalità ammettono bensì un ordine naturale di successione, ma non presentano due modalità che, all'infuori di una convenzione, possano considerarsi come estreme. Tali, per esempio, le serie dei matrimoni secondo i giorni della settimana o i mesi dell'anno.

c) *Serie sconnesse,* le quali si riferiscono a caratteri le cui modalità, all'infuori di una convenzione, possono ordinarsi indifferentemente in un modo qualsiasi. Tali, per esempio, possono praticamente considerarsi le serie degli abitanti secondo la confessione religiosa o secondo la professione.

Per le serie cicliche e le serie sconnesse, si può misurare la differenza tra due modalità, e quindi la differenza media tra le modalità del carattere che si presentano nei casi osservati. Si ottengono così, anche per queste serie, indici di variabilità, di cui, nella citata memoria, noi davamo le formule ed alcune applicazioni.

Non si può invece, per tali serie, determinare una media, e rimane pertanto impossibile di determinare quegli indici di variabilità, i quali si desumono dalla media degli scostamenti, che i singoli casi osservati presentano rispetto alla media aritmetica o alla mediana.

Ora, in questa memoria, noi abbiamo anzitutto esteso il concetto di *scostamento di una serie*, rendendolo indipendente dalla determinazione della media aritmetica o della mediana o di altro valore medio della serie.

Abbiamo perciò chiamato *scostamento di un carattere* A *nel caso i^{mo} rispetto al caso l^{mo}* la quantità, positiva o negativa, d_{il} che misura la diversità della modalità, che A presenta nel caso i^{mo}, da quella che presenta nel caso l^{mo}. Se n è il numero dei

casi della serie, la media aritmetica degli $n - 1$ scostamenti, che si verificano nel caso i^{mo} rispetto a tutti gli altri casi, fornisce lo *scostamento di* A *nel caso* i^{mo}. La media aritmetica dei valori assoluti degli scostamenti di A in tutti i casi della serie fornisce lo *scostamento semplice medio della serie*, e la media quadratica degli scostamenti di A in tutti i casi della serie fornisce lo *scostamento quadratico medio della serie.*

Abbiamo invece chiamato *scostamento con ripetizione di* A *nel caso* i^{mo} la media aritmetica degli n scostamenti che si verificano nel caso i^{mo} rispetto a tutti gli n casi della serie. La media aritmetica dei valori assoluti degli scostamenti con ripetizione di A in tutti i casi delle serie e la media quadratica degli scostamenti con ripetizione di A in tutti i casi della serie forniscono rispettivamente lo *scostamento semplice medio con ripetizione della serie* e lo *scostamento quadratico medio con ripetizione della serie.*

Si intende facilmente che basta moltiplicare per $\frac{n-1}{n}$ lo scostamento di A nel caso i^{mo}, oppure lo scostamento semplice medio della serie, oppure lo scostamento quadratico medio della serie, per ottenere rispettivamente lo scostamento con ripetizione di A nel caso i^{mo}, oppure lo scostamento quadratico semplice medio con ripetizione della serie, oppure lo scostamento quadratico medio con ripetizione della serie.

Ora, se il carattere A è quantitativo, lo scostamento semplice medio con ripetizione della serie corrisponde allo scostamento semplice medio dalla media aritmetica e lo scostamento quadratico medio con ripetizione della serie allo scostamento quadratico medio dalla media aritmetica.

Ma lo scostamento semplice medio e lo scostamento quadratico medio (e analogamente lo scostamento semplice medio con ripetizione e lo scostamento quadratico medio con ripetizione) della serie possono anche determinarsi per le serie cicliche e sconnesse, in quanto che essi non presuppongono la misura delle modalità che si presentano nei singoli casi, ma solo la misura della diversità tra codeste modalità. Si è così pervenuti a un concetto di scostamento medio applicabile a tutte le serie di caratteri, sia quantitativi, sia qualitativi.

Dal punto di vista della costruzione, gli scostamenti medii della serie stanno in una relazione molto semplice con le differenze medie. Se, anzi che eseguire le medie aritmetiche dei valori positivi o negativi degli scostamenti, che il carattere presenta nei singoli casi rispetto agli altri casi, noi eseguiamo le medie aritmetiche dei loro valori assoluti o le rispettive medie quadratiche, e operiamo poi su quelle o su queste come si opera sulle medie aritmetiche dei valori degli scostamenti per ottenere lo scostamento semplice medio o rispettivamente lo scostamento quadratico medio, si perviene alla *differenza semplice media*, o, rispettivamente, alla *differenza quadratica media*.

Le relazioni, che intercedono tra i valori degli scostamenti medii e quelli delle differenze medie, non sono invece sempre tanto semplici e variano essenzialmente a seconda del tipo della serie. Per le serie sconnesse, la differenza semplice media e lo scostamento semplice medio coincidono, e la differenza quadratica media è uguale alla loro radice quadrata. Per le seriazioni, lo scostamento quadratico medio e la differenza quadratica media stanno tra loro in un rapporto costante, e lo scostamento semplice medio e la differenza semplice media, senza stare in un rapporto costante, variano generalmente nello stesso senso. Per le serie cicliche, invece, gli scostamenti medii e le differenze medie non variano nello stesso senso, ma anzi, molto spesso, in senso contrario.

Allo scopo di mostrare come si calcolano gli scostamenti medii e le differenze medie per le serie cicliche e sconnesse, noi abbiamo eseguito, in questa memoria, alcune applicazioni esaminando la eterogeneità delle popolazioni degli Stati europei secondo la nazionalità, la lingua, i culti; la variabilità dei paesi europei secondo le colture agricole; la variabilità dei matrimoni in alcune città di Europa secondo i giorni della settimana, in cui sono contratti; la variabilità dei matrimoni, delle nascite, delle morti nei principali Stati civili secondo i mesi in cui avvengono (1).

---

(1) Un'altra applicazione dello scostamento semplice medio a serie sconnesse potrà trovarsi in una memoria sotto stampa del dott. G. ZINGALI (*Cenni statistici sulle medaglie al valore militare*, in *Riforma*

Si è così avuto campo di riscontrare quali relazioni intercedano in pratica, sia tra gli scostamenti medii e le differenze medie, sia tra questi o quelli e le variazioni nella frequenza delle varie modalità. Non è priva di interesse la constatazione, che abbiamo avuto occasione di fare, che l' altezza della frequenza massima, per molti fenomeni, costituisce un indice molto fedele, sia della variabilità del carattere, sia della intensità con cui variano le frequenze delle sue modalità.

I diversi risultati, a cui, a seconda del tipo della serie, e talvolta anche tra serie dello stesso tipo, si perviene in base agli scostamenti medii e alle differenze medie, non devono riguardarsi come motivo di critica all' applicazione degli indici di variabilità, ma devono essere solo di stimolo ad impiegarli pensatamente. Le differenze medie e gli scostamenti medii rappresentano, infatti, concetti distinti e rispondono a fini diversi. Gli scostamenti medii danno una misura dell' asimmetria, rispetto ai singoli casi, del sistema dei casi che costituiscono la serie ; le differenze medie danno invece una misura delle reciproche distanze tra i casi che costituiscono il sistema dalla serie. Secondo il fine a cui si mira nelle ricerche, dovranno dunque usarsi gli scostamenti medii o le differenze medie. Potranno anche opportuna mente usarsi ad un tempo gli uni e le altre qualora importi di lumeggiare contemporaneamente i diversi aspetti della variabilità di cui questi diversi indici forniscono la misura.

La scelta dovrà esserne fatta sempre, in ogni modo, in base a criteri di carattere sostanziale: il criterio formale, in base al quale alcuni autori (Czuber, Pietra) ritenevano di dovere in generale dare la preferenza alle differenze medie sugli scostamenti medii (in quanto che quelle non presuppongono la determinazione di alcuna quantità estranea, come la media aritmetica, o la mediana) non ha più ragione di applicarsi, dal momento che anche il concetto di scostamento medio si è reso,

Sociale, Luglio Agosto 1918), dove si misura la eterogeneità dei militari decorati delle singole regioni italiane a seconda dell' arma a cui appartengono. Il dott. Zingali ha anche eseguito un' applicazione degli indici di variabilità a serie rettilinee, misurando la eterogeneità a seconda del grado, dei militari decorati delle singole regioni italiane.

come fu detto, indipendente dalla determinazione della media aritmetica o di altra media qualsiasi.

16. — Come dal precedente riassunto facilmente si intende, la presente memoria è lungi dall'esaurire l'argomento della variabilità dei caratteri qualitativi. Qui noi ci siamo proposti essenzialmente di definire alcuni concetti, di dedurne le formule degli indici di variabilità, di dare di questi qualche applicazione. Molti altri argomenti, a cui abbiamo accennato di sfuggita o a cui non abbiamo accennato affatto, restano da trattare e sarebbe desiderabile che fossero trattati in avvenire.

Il più importante forse è quello degli errori probabili che presentano gli indici di variabilità dei caratteri, applicati sia a serie cicliche o a serie sconnesse, sia a serie rettilinee. Per determinare tali errori sarà probabilmente necessario di ricorrere all'ipotesi che le frequenze della serie seguano certe distribuzioni.

Altro punto da approfondire è quello delle relazioni che intercedono tra i differenti indici di variabilità di una data serie sconnessa o ciclica. Abbiamo ricordato come, per le serie cicliche, tali relazioni non risultino costanti; similmente non risultano costanti, per le serie sconnesse, le relazioni tra gli scostamenti quadratici medii da una parte e gli scostamenti semplici medii (o le differenze medie o le differenze quadratiche medie) dall'altra.

Ma si potrebbe ricercare quali sono le relazioni teoriche che tra detti indici intercedono qualora le frequenze delle varie modalità si distribuiscano secondo certe norme, analogamente a quanto si fa nel campo dei caratteri quantitativi. Qui pure una relazione costante non intercede tra scostamento semplice medio, scostamento quadratico medio e differenza media; ma intercedono invece relazioni differenti (che sono state determinate) a seconda che la distribuzione delle frequenze segue la curva di Gauss, o la legge di distribuzione dei redditi del Pareto, o certi altri tipi di curve.

Sarebbe pure da studiare più da vicino l'influenza, che sui valori degli indici di variabilità dei caratteri qualitativi esercita il raggruppare parecchie modalità in una sola modalità più comprensiva, analogamente a quanto è stato fatto per i carat-

teri quantitativi. Anche qui sarà necessario di ricorrere a qualche ipotesi sulla distribuzione delle frequenze delle modalità che vengono raggruppate.

Altro argomento, che meriterebbe attenzione maggiore di quanta in questa memoria non gli si sia potuta accordare, è quello delle relazioni tra gli indici di variabilità dei caratteri qualitativi da noi proposti e le variazioni delle frequenze delle modalità che i caratteri presentano.

Gli indici, che noi abbiamo proposto e che chiamiamo *indici di variabilità dei caratteri qualitativi*, misurano la *variabilità delle modalità dei caratteri qualitativi*, analogamente a quanto, per le modalità dei caratteri quantitativi, si fa mediante i consueti indici di variabilità dei caratteri quantitativi. L'indice di variabilità della statura misura, ad esempio, come, da individuo a individuo, variano le intensità della statura; analogamente l'indice di variabilità della religione o della lingua misura come, da individuo a individuo, variano le modalità qualitative della religione o della lingua.

Conviene tenere ben distinti questi indici dagli *indici di variabilità delle frequenze delle modalità dei caratteri qualitativi.* Se noi trattiamo la frequenza delle modalità come un carattere quantitativo, possiamo naturalmente determinare per tale frequenza tutti gli indici di variabilità che si determinano per i caratteri quantitativi (scostamento semplice medio, scostamento quadratico medio, differenza media o rapporto di concentrazione).

In questa memoria, noi abbiamo determinato spesso il rapporto di concentrazione delle frequenze delle modalità per serie sconnesse e per serie cicliche, e abbiamo messo a confronto le sue variazioni con quelle degli indici di variabilità delle modalità.

Ora qualcuno potrebbe domandarsi se, per misurare la variabilità dei caratteri qualitativi, non sieno sufficienti gli indici di variabilità delle frequenze delle modalità, senza che ci sia bisogno di ricorrere alla costruzione di nuovi indici di variabilità, quali quelli da noi proposti in questa memoria.

Conviene avvertire a questo proposito come gli indici di variabilità delle frequenze delle modalità dei caratteri qualitativi non trovino riscontro alcuno nelle misure della variabilità in

uso per i caratteri quantitativi. Nessuno, ad esempio, che io sappia, ha mai misurato la variabilità della statura mediante la variabilità delle frequenze con cui le varie stature si presentano: nè un tale procedimento andrebbe scevro da serii inconvenienti nell' applicazione a caratteri, quali appunto la statura, i redditi, i patrimoni ecc., il cui campo di variazione, da una o da entrambe le parti, non è limitato. Per i caratteri quantitativi si usano dunque come indici di variabilità gli indici di variabilità delle modalità del carattere; di qui la necessità di proporre indici analoghi anche per i caratteri qualitativi, se, per gli uni e per gli altri, si desidera di possedere un sistema di indici organico, dedotto logicamente dagli stessi concetti.

Altro inconveniente pratico, che presentano gli indici di variabilità delle frequenze delle modalità, è quello di essere molto sensibili al numero maggiore o minore delle modalità in cui il carattere si considera distinto.

D' altra parte, non si può affermare in generale che tra gli indici di variabilità delle modalità dei caratteri qualitativi e gli indici di variabilità delle frequenze, con cui dette modalità si presentano, intercedano relazioni costanti.

Per le serie sconnesse e finchè rimane invariato il numero delle modalità considerate del carattere, lo scostamento semplice medio (o la differenza semplice media o la differenza quadratica media) delle modalità resta in una relazione costante con lo scostamento quadratico medio delle frequenze con cui le modalità si presentano (1). Non esiste invece una relazione costante

---

(1) Se con ${}^2F = \sqrt{\frac{1}{s} \sum_{k=1}^{s} \left(\frac{n_k}{n} - \frac{1}{s} \right)^2}$ si indica lo scostamento quadratico medio delle frequenze e con ${}^1S_R$ lo scostamento semplice medio con ripetizione delle modalità di una serie sconnessa secondo la formula (30 *bis*), si trova facilmente la relazione

$$s\,({}^2F)^2 + {}^1S_R = \frac{s-1}{s}\,, \tag{57}$$

la quale mostra come lo scostamento quadratico medio delle frequenze cresca o diminuisca col diminuire o rispettivamente col crescere dello scostamento semplice medio delle modalità.

Sostituendo a ${}^1S_R$, nella formula (57), Δ_R o ${}^2(\Delta_R)^2$ si hanno le

fra tali indici di variabilità delle modalità e lo scostamento semplice medio delle frequenze (1), nè, come abbiamo avuto occasione di riscontrare nel corso di queste ricerche, fra tali indici di variabilità delle modalità e il rapporto di concentrazione delle frequenze. Neppure sembra possibile di stabilire una relazione costante tra lo scostamento quadratico medio delle modalità e lo scostamento quadratico medio delle loro frequenze. In generale dunque, nel campo delle serie sconnesse, non è indifferente per i risultati di fare uso degli indici di variabilità delle modalità o invece degli indici di variabilità delle frequenze con cui dette modalità si presentano. E ciò può dirsi ugualmente per le serie cicliche, in quanto che, per queste, il valore degli indici di variabilità delle modalità dipende evidentemente, non solo dalla intensità con cui le frequenze delle modalità variano, ma anche dal modo con cui le frequenze si succedono l' una all' altra.

Queste osservazioni fanno comprendere come la determinazione degli indici di variabilità delle frequenze, con cui si presentano le modalità dei caratteri qualitativi, non possa sostituire la determinazione degli indici di variabilità delle modalità proposti in questa memoria. Con ciò non si vuole affermare che la determinazione degli indici di variabilità delle frequenze e lo studio delle loro proprietà sieno privi di interesse. In particolare sarebbe interessante di determinare le relazioni che, per serie sconnesse o per serie cicliche di tipi determinati, intercedono tra i differenti indici di variabilità delle modalità e gli indici di variabilità delle frequenze.

---

relazioni che intercedono tra lo scostamento quadratico medio delle frequenze e la differenza media con ripetizione o rispettivamente la differenza quadratica media con ripetizione delle modalità di una serie sconnessa.

(1) Ciò si può riscontrare nelle applicazioni che, degli indici di variabilità delle modalità e dello scostamento semplice medio delle frequenze, dà lo Zingali nell'articolo citato.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 16 dicembre 1918)

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti
Anno accademico 1917-918 - Tomo LXXVII - Parte seconda.

Contributo alla conoscenza delle malformazioni congenite dei reni

Osservazioni di morfologia anatomica

pel dott. GREGORIO UGDULENA I.° Ass.e

(Memoria presentata alla Presidenza durante l'anno accademico 1917-18)

Il rene, come ogni altro organo dell' economia sia nella sua totalità che nelle singole parti, non va esente da anomalie nello sviluppo, combinate o non a viziature di posizione, anche senza che venga compromessa l' ulteriore evoluzione normale di tutto l' organismo.

I vizii di plasmazione che ne modificano puramente la forma, non portano, entro certi limiti, a disturbi funzionali apprezzabili e quindi hanno importanza più dottrinale che pratica, mentre altre malformazioni congenite dei reni, come l'arresto di sviluppo o mancanza assoluta di uno dei due organi e fino a un certo punto anche le dislocazioni, destano un grande interesse scientifico e pratico.

Queste anomalie infatti, più o meglio di qualsiasi esperimento possono fornirci le prove evidenti dei rapporti ontogenetici, che passano fra i reni e gli altri organi e ci consentono la delucidazione di molti punti oscuri dell' embriogenesi.

In pratica poi la conoscenza di tutte le anomalie di sede e di numero dei reni è un indispensabile corredo di cultura a scanso di errori nella interpretazione di fatti clinici, che trovano la loro più semplice giustificazione solo quando si tengano presenti le deviazioni non rare di sviluppo cui va soggetta questa glandola nella inalterata perfezione morfologica degli altri visceri.

E' notorio che l' organismo può raggiungere la più tarda età con un solo rene. Ballowitz riporta il caso di un uomo morto a 85 anni il quale mai presentò disturbi renali ed all'autopsia si trovò mancante di un rene.

Questo ed altri simili reperti spinsero i chirurghi all'intervento della nefrectomia unilaterale con la piena e giusta convinzione di non compromettere la vita del paziente, purchè l' altro rene sia in ottime condizioni di funzionalità.

Per quanto a prima vista possa sembrare facile lo stabilire la presenza di ambedue i reni e la loro perfetta funzionalità, sia pur valendosi dei procedimenti più moderni d' indagine (radioscopia, cistoscopia, sondaggio degli ureteri ecc.) sta il fatto che l'agenesia e il difetto di sviluppo di un rene figurano tuttora come causa di morte in seguito ad interventi chirurgici nell'unico rene esistente.

Per ragioni facili a comprendersi tali casi non vengono sempre riferiti; malgrado ciò nella letteratura recente troviamo che Oehler (1) riporta un caso di nefrectomia destra seguita da morte per la completa mancanza del rene sinistro ed un altro caso pure con esito infausto perchè il rene sinistro era rudimentale.

Oltre l'agenesia anche l' ectopia dei reni ha una importanza capitale per il pratico. I reni collocati fuori della loro sede normale possono simulare le più diverse malattie, specie quando doloranti, non permettono un esame minuto ed accurato.

Lo stesso Oehler riferisce di un rene ectopico che occupava il posto dell' appendice simulando un' appendicite. Lo Sträter (2) e lo Schaad (3) riportano casi simili; il primo di un reno compreso nello spessore del legamento largo, il secondo di un rene situato sul promontorio. Entrambi richiesero l' intervento del chirurgo presentando la sintomatologia di un' appendicite. Altre volte i reni ectopici provocano disturbi che simulano la presenza di tumori.

Nella letteratura si trovano riferiti numerosi casi di anomalie congenite e certamente maggiore ne sarebbe la raccolta, se ogni

---

(1) OEHLER - *Centralblatt für Allgemeine Pathologie* Bd. 25 1914 S. 700.
(2) STRATER - „ „ „ „ Bd. 17 1906 S. 973.
(3) SCHAAD - „ „ „ „ Bd. 19 1908 S. 201.

osservazione anatomo-clinica venisse resa di pubblico dominio; lo che, come dimostrasi nel nostro stesso servizio, assai spesso non avviene per la presenza di reperti assai più seducenti che il cadavere offre come materiale di studio. È inoltre a notarsi che la maggior parte delle comunicazioni sulle anomalie dei reni si riferiscono ad osservazioni singole non poste in rapporto al numero delle autopsie fatte; sicchè non possiamo avere un concetto preciso sulla loro frequenza relativa. Nella letteratura trovo che Camarge ([1]) su 3000 sezioni notò solo 4 casi di aplasia; Morris ([2]) su 13778 riscontrò 4 casi di agenesia di un reno e su 8178 casi 59 atrofie di un reno; Owtschinikow ([3]) un sol caso su 3800 autopsie; Ballowitz ([4]) che su 617 pure ne vide un sol caso riporta i risultati di Rooses (uno su 600) di Sangalli (due su 5348) e di Maurice (uno su 1790).

Da questi dati si desume come varia da autore ad autore la frequenza dei casi, nè credo esistano molte relazioni al riguardo.

Stimo pertanto utile dar quì notizia delle anomalie che abbiamo incontrato quest'anno su circa 1000 sezioni descrivendo i casi che crediamo degni di nota.

Agenesia dei reni

Dei tre casi di agenesia incontrati, due si riferiscono a due militari della classe 1898 morti in seguito a ferita d'arma da fuoco riportata al fronte.

Il I° n. 71 - 918 del P.llo di questo Istituto, il II° n. 5 del P.llo dell'Ospedale Mil. Princ. di S. Chiara. Nel primo manca il rene destro nel secondo il sinistro, l'altro rene si presentava ipertrofico. Mancano i vasi sia arteriosi che venosi dei reni mancanti. È inutile aggiungere che non presentano alcuna anomalia esterna considerando che trattasi di soldati ritenuti idonei a pre-

(1) Camargo - *Revue de la suisse Romande* N. 10 (dal Virchows Jaresbericht 1892 Bd. II. S. 210).

(2) Morris - *Surgical diseases of the Kidney*, London 1901.

(3) Owjschiunikow - *Monatssberichte für Urologie*, 1905 Bd, 10 S. 63.

(4) Ballowitz E. - *Ueber angeborenen einseitigen volkommenen Nierenmangel*, Virchows Arch. Bd. 141 S. 309.

star servizio in trincea. Nessun residuo di tessuto si è potuto mettere in evidenza al posto del rene mancante da richiamare la nostra attenzione sì da pensare ad una ipoplasia per quanto grave dell' organo. Nel primo caso l' uretere mancava completamente, nel secondo l' uretere ridotto ad un cordone fibroso lo si riconosceva in corrispondenza della vescica ma poi in alto si confondeva nel peritoneo. Gli altri organi interni non presentavano alcunchè di anormale.

Il terzo esemplare del gruppo riguardava una bambina di mesi 21 (Berlin Elena n. 481 - 17). Il cadaverino della lunghezza di m. 0.65 si presenta molto emaciato, di gracile costituzione, con pelle di colorito cereo, poco elastica, con pannicolo adiposo sottocutaneo scarsissimo, muscoli sottili, flaccidi a contorno indeciso. Le epifisi delle ossa lunghe sono ingrossate specie ai ginocchi per rachitismo. Su di un taglio frontale l' epifisi femorali mostrano la cartilagine di coniugazione ispessita e la zona di calcificazione preparatoria irregolare, sinuosa. Sono del pari ingrossate le articolazioni condro-costali.

La calotta cranica è normale, così anche il cervello ed il cuore. I polmoni presentano gli apici un po' enfisematosi, le basi congeste. Quà e là sotto la pleura si trovano multipli infarti emorragici in parte recentissimi, in parte più vecchi. La milza è di grandezza e di volume normale, un po' iperemica. Fegato un po' congesto. Lievi fatti di colite catarrale emorragica. Organi del collo sani. Vescica sana.

Reni. — Asportato il pacchetto intestinale si nota la mancanza del rene sinistro. A destra tutta la regione lombo-iliaca è occupata da un rene voluminoso due volte più del normale, del peso di gr. 70. Esso si presenta bernoccoluto costituito da cinque grossi lobi di cui il superiore più grande degli altri è in rapporto con la surrenale che occupa la sede abituale. Le lobazioni sono tondeggianti riunite fra loro come a corona all' intorno di un ilo molto ampio irregolare con incavo rivolto verso l' innanzi in modo che il suo bordo posteriore si avvicina alla colonna vertebrale più che l' anteriore. Tra lobo e lobo sorgono solchi più o meno profondi i quali si trasformano in vere incisure in corrispondenza al margine laterale dell' organo. Il rene giace, come di norma, sul quadrato dei lombi i cui confini supera di gran lunga

in tutti i sensi: esso raggiunge infatti in alto il diaframma, lungo la linea immaginaria attraverso cui i pilastri passano nella cupola, supera in basso la cresta iliaca sino ad insinuarsi col polo inferiore nella parte superiore del solco esistente tra il muscolo psoas e l'iliaco interno, lateralmente col suo bernoccolo maggiore arriva alla ascellare media. Medialmente rasenta i corpi delle vertebre lombari.

Dall'unica pelvi parte un uretere di calibro 4-5 volte superiore al normale, che si allarga per quanto più discende, talchè raggiunge quasi il volume di un ansa del tenue poco sopra il suo sbocco in vescica. Al contrario esso si apre in quest'ultima con l'orificio di calibro capillare sollevandone la mucosa in sottile plica a direzione laterale, media, discendente.

Come topografia lo sbocco corrisponde ai dati anatomici normali. Dell'altro uretere non vi è accenno.

Il rene è facilmente scapsulabile di un colore grigio-giallo-roseo, di consistenza un po' molle e presenta sotto la capsula discreta arborizzazione sanguigna.

Spaccato il rene in senso longitudinale, dal suo margine laterale verso l'ilo si rileva che ad ogni bernoccolo carnoso corrisponde in sezione uno strato di sostanza corticale che sovrasta ad una piramide.

Solo là dove esistono i solchi e le incisioni più profonde fra lobo e lobo vedesi un tessuto parenchimatoso, grigiastro perchè ricco di connettivo, di aspetto uniforme, senza distinzione fra corteccia e midolla.

Sull'aerea di taglio la corteccia di ogni lobo è rosea, pallida, le piramidi appaiono d'un rosa vivace e spesso le loro strie rosse si prolungano per un certo tratto nella corteccia rendendo apprezzabili il decorso delle cosidette piramidi di Ferrein.

I calici sono ampi, rivestiti di una mucosa liscia bianco-madreperlacea - il bacinetto è unico e di aspetto normale.

Organi genitali. — L'utero appare come un viscere digitiforme compatto, saldamente fuso con la parete posteriore della vescica e lateroverso a destra. È di forma invertita cioè rigonfio in basso verso il suo attacco alla vagina ed assottigliato in alto dove si continua con un cordone impari, la salpinge di destra,

che termina come normalmente nell' ampolla. Presso di essa si trova l' ovaio della forma e grandezza di un piccolo fagiuolo.

A sinistra, là dove l' utero maggiormente si restringe, parte da esso un tenue filamento appiattito, del calibro di appena due millimetri, che si addossa alla vescica, e giunto ad un centimetro dal Ponte di Poupart sulla linea innominata presso l' orificio addominale del canale inguinale si allarga e si confonde con l' aponeurosi dei muscoli psoas ed iliaco interno.

Ivi si incontra con il legamento rotondo proveniente dalla parte antero-laterale dell' utero un po' più in basso del punto ove si origina il filamento sopra descritto ed assieme al legamento rotondo si addossa all' ovaio sinistro, che è tre volte più voluminoso di quello di destra, ha forma cilindrica, è lungo 3 cent., largo $^1/_2$ cent. e si insinua col legamento rotondo nell' orificio addominale del canale inguinale che si presenta beante. La bocca dell' utero è ampia in relazione alla picciolezza dell' organo con la portio prolassata e deviata verso sinistra. La vagina è normale, larga un centimetro, profonda tre.

Diagnosi anatomica. — Colite muco-emorragica. Agenesia del rene ed uretere sinistro. Ipertrofia compensatoria in rene lobato destro, con ectasia funzionale del bacinetto e dell' uretere. Ipoplasia dei genitali interni. Deformità rachitiche del torace e delle ossa lunghe.

Il Ballowitz, lo Sträter e il De Vecchi (1) nel riferire i casi di agenesia e di aplasia da loro descritti rilevano esser probabile che nei numerosi casi riferiti di mancanza di un rene non si tratti di una vera e propria agenesia.

A volta si ha tale un arresto di sviluppo di un rene che soltanto l' esame microscopico del tessuto e della piccola formazione che prende il posto del rene mancante, può dimostrare che si è in presenza di rudimenti renali e che non si tratta quindi di agenesia renale in senso stretto.

Noi nessun rudimento di reni abbiamo potuto mettere in evidenza, e la mancanza dei vasi renali ci conferma che non è sfuggito alla nostra osservazione. Ma io credo che la presenza o meno di resti rudimentali che microscopicamente nulla hanno

(1) De Vecchi - *Boll. Società Medico Chirurgica di Bologna* 7 - 7 - 914.

del rene, ha solo una grande importanza per gli studi embriogenetici, cioè per conoscere in quale fase dello sviluppo dell'embrione è intervenuta la causa perturbatrice del regolare sviluppo dell'organo. Il rene nella sua evoluzione fetale attraversa 3 fasi; cioè pronephros o rene cefalico - mesonephros o corpo di Wolff e metanephros o rene definitivo. Evidentemente la causa deleteria può agire durante una delle tre fasi ed arrestare quindi lo sviluppo dell'organo in tempi diversi.

Dalle descrizioni minute che si hanno dei resti dei tessuti trovati al posto dei reni forse si potrebbe tentare di risalire al momento nel quale si è avuto l'arresto facilitando la ricerca della causa che può avervi influito. Noi non vogliamo qui dilungarci avendo osservato solo casi di agenesia vera e propria, ma accennavo a questo particolare perchè non trovo completamente esatta l'osservazione dei succitati autori, che non si debba parlare di agenesia renale nel caso si trovi un abbozzo di tessuto renale.

Riferendoci ad altri organi noi chiamiamo rispettivamente aplasico od atrofico un organo quando esso esiste, ma o non ha raggiunto il suo completo sviluppo o è regredito nel suo volume.

Così noi chiamiamo aplasico o atrofico un braccio quando esiste il braccio ma è più piccolo comparativamente all'altro. Certo però diremo che manca l'organo tutte le volte che non si trovano tutte le parti che lo costituiscono; e così non vorremo chiamare aplasico un braccio quando nel moncherino trovansi resti di tessuti ossei, muscolari, e cutanei. Nel caso di reni io credo che si debba parlare sempre di agenesia quando non esista una formazione che almeno ricordi l'organo.

Parlare di aplasia renale quando solo al microscopico si rileva la presenza di un canalicolo contorto o dell'epitelio secernente credo serva solo a generare confusione e non risponde a verità. Un canalicolo contorto, dell'epitelio secernente può, anzi deve, interpretarsi non come resto di un rene ma come resto del pronofros o del corpo di Wolff; e il pronefros od il Corpo di Wolff non sono il rene.

Quindi noi non abbiamo il resto di un rene ma di un abbozzo del rene.

In questo caso si può dire *disgenesia* del rene a volerla di-

stinguere dal tipo dell' *agenesia* completa, cioè da quella malformazione in difetto, che è contraddistinta dalla mancanza di alcun frammento di tessuto che richiama il tessuto renale.

Riguardo ai casi da noi riferiti possiamo dire che in quanto alla frequenza presentano una altissima percentuale il 3 % forse dovuta al caso più che ad altro che nelle 4000 autopsie fatte dal 1913 al 1916 in questo stesso Istituto l' agenesia di un rene fu trovato una sola volta.

L. Jores (1) riepilogando i risultati dei casi descritti da Ballowitz ed altri fino al 1898 trova che la mancanza del rene è più frequente a sinistra che a destra, che si trova con egual frequenza in ambo i sessi, ma che nella donna è più frequente la mancanza del destro, che l' uretere manca nel più dei casi, che l' altro rene per lo più è sano e ipertrofico per compensazione e che molto spesso la mancanza di un rene è accompagnata da difetti degli organi genitali.

Queste conclusioni vengono solo in parte confermate dalle nostre osservazioni, perchè su tre casi manca il rene sinistro due volte: nella bambina manca il sinistro invece che il destro, e su tre casi solo in uno gli organi genitali presentano delle anomalie simili a quelle descritte da Ebstein (2) però nel nostro caso si presentano a sinistra invece che a destra. Differenze che hanno poca importanza considerando che i casi riportati dalla letteratura non mostrano poi una grande differenza nella frequenza tra l' agenesia destta e l' agenesia sinistra.

L' accompagnarsi o meno alle anomalie degli organi genitali, dato l' intimo rapporto tra questi e gli organi urinarii, evidentemente dipende dal fatto che la causa deleteria può agire quando la differenziazione degli organi non è ancora avvenuta.

(1) L. Jores - *Erkrankungen der Harnorgane beim Menschen Ergebnisse der allgemeinen pathologie und pathologischen Anatomie* 1896 S. 82.

(2) Ebstein W, - *Eigentümlicher Krankheitsverkauf bei Uterus unicornis und Einzelnniere*. Virchows Arch. Bd, 145.

Duplicità dell' Uretere.

P.llo n. 940-17. - Costantini Maria di anni 69, morta il 29 dicembre all' Ospedale Civile di Venezia. Soggetto di buona costituzione scheletrica e muscolare, nutrizione scaduta, pelle di colorito terreo-gialliccio, anelastica, colorazione delle sclere giallo-paglierino, edema dell' ipoderma al dorso, agli arti inferiori e alle regioni sottopalpebrali. Calotta cranica brachimorfa; cervello leggermente edematoso con raccolta di liquido fra le meningi tenui, poco liquido giallo-citrino nei ventricoli, arterie basilari integre.

Aperte le cavità toraciche e addominali vi si trova discreta quantità di liquido colorito giallo-verdastro.

Cuore: completamente aderente al pericardio, aumentato di volume, ipetrofico il V. S., dilatato il V. D., di consistenza dura, apparecchi valvolari integri, miocardio ispessito e degenerato in grasso.

Polmoni: espansi, enfisematosi, vecchie aderenze pleuriche in corrispondenza degli apici dove il tessuto polmonare si presenta sclerotico. Lieve colorazione subitterica del parenchima polmonare.

Milza: leggermente aumentata di volume, di consistenza dura, con capsula, tesa superficie di taglio liscia, di colorito rosso-scuro con stroma molto manifesto.

Fegato: piccolo, duro, granuloso, di colorito giallo-verdastro, cianotico. Vie biliari pervie.

Stomaco: lieve stato catarrale.

Vescica ed organi genitali sani. Reni arteriosclerotici, facilmente scapsulabili con sostanza corticale di colorito giallastro cosparsa di piccoli punti emorragici. Il rene destro, della lunghezza di 9 cm., è largo 6; il sinistro invece è lungo 12 cm., presenta quasi un rigonfiamento al polo superiore dove ha la larghezza di cm. 6 mentre poi si restringe pigliando la forma cilindroide, larga 4 cm. per la lunghezza di 8 cm.

Occupano le loggie proprie ed hanno gli ili rivolti come norma verso la colonna vertebrale. I vasi che arrivano e partono dai

reni non presentano alcuna anomalia tanto a destra che a sinistra, come pure normale è il canale escretore a destra.

A sinistra invece, al disotto del rigonfiamento del polo superiore e dalla parte più alta dell' ilo, ha origine un uretere di grandezza normale, che assieme con la vena spermatica passa innanzi i vasi, mentre dalla parte più bassa dell' ilo nasce un secondo uretere che discende lungo la superficie anteriore del grande psoas.

I due ureteri giunti a 4 cm. della vescica, lasciano la vena spermatica, si fondono in un' unico canale e, raggiunta la parete posteriore della vescica, sboccano alla base di essa normalmente.

Seguendo i due ureteri nel rene, si nota che l'uretere inferiore si allarga a mo' d' imbuto con la base rivolta in alto, e si continua con i calices majores e i calices minores, raccogliendo l' urina da tutte le papille renali della porzione cilindroide del rene; l' uretere superiore invece si approfonda verso la parte alta del rigonfiamento del polo superiore, conservando il proprio diametro, e si allarga solo dopo un percorso di 2 cm. per raccogliere l' urina di una sola papilla renale.

Fra i due ureteri, o meglio fra il calice ed il bacinetto dei due ureteri, non pare vi sia comunicazione di sorta; chè anzi le colonne di Bertin poste fra le piramidi alla dipendenza dell'uno e dell' attro uretere sembrano molto più grosse quasi a separarli.

L' esame microscopico delle due porzioni del rene come delle colonne di Bertin, non fa rilevare che uno stato di leggiera nefrite interstiziale.

Diagnosi anatomica. — Nefrite cronica mista in rene sclerotico. Pericardite adesiva. Ipertrofia del V. S. e dilatazione del V. D. del cuore. Enfisema polmonare alveolare ed interstiziale. Anasarca e idropi multiple: cirrosi volgare del fegato. Ittero lieve generale. Duplicità dell' uretere sinistro. Emaciazione.

Il caso suesposto rientra nella categoria delle anomalie per eccesso, cioè di duplicità del tratto escretore del rene, bacinetto pelvi, uretere.

È notorio che i due calici maggiori possono mantenersi indipendenti, ed in tal caso l' uretere si sdoppia ugualmente mantenendosi doppio per un tratto più o meno esteso, e rare volte

i due ureteri restano separati sì che vanno a sboccare separatamente come nei casi descritti da Spaletta (1).

L' uretere poi si mantiene doppio nei casi di rene unico quando questo è il risultato della fusione dei due reni (rene a ferro di cavallo).

Fatto da tener presente tutte le volte che con il separatore si raccoglie l' urina per esaminare la funzionalità dei due reni, considerando che le due porzioni del rene possono funzionare in modo diverso, e dall' esame dei due campioni dedurre erroneamente per la presenza di due reni. Lo Scönberg (2) riporta il caso di un rene destro doppio con due ureteri. Il rene sinistro era normale. Il rene destro era atrofico e diviso in due parti riunite da una benderella di tessuto connettivo lasso e di una lamina superficiale di parenchima. Una delle due parti, la superiore, era invasa da un adenoma. L' autore considera le due parti come formate da due reni distinti. Gli ureteri, come nel caso da noi osservato, prima di immettersi nella vescica, a 4 cm. da essa si fondevano in uno solo.

Non ho potuto trovare nella letteratura altri casi di presenza di tre reni, e forse il caso suesposto è da interpretarsi come un rene con due ureteri alterato nella sua forma profondamente, in parte per difetto primordiale, in parte per la presenza del tumore. Nel nostro caso, difatti, se il rene fosse stato unico esposto innanzi alla colonna vertebrale, poteva farci pensare anche alla fusione dei due reni. Esso, in rapporto agli ureteri, si può dividere in due sezioni distinte: la prima è data dalla parte cilindrica inferiore, l' altra dal rigonfiamento che si trova al polo superiore e che è provvisto di uretere ed ha la forma e la dimensione di un rene. Ma nel caso di un rene unico ectopico con doppio uretere si può pensare alla fusione di due reni, nel nostro caso come nel caso di Scönberg non è lecito invocare tale fusione sulla base del solo reperto della duplicità dell' uretere (anche se completa) giacchè per quanto riflette la deformazione dell'organo bisogna tener

(1) Spaletta - *Thèse de Paris* 1895.

(2) Schönberg - *Rechtsseitige Nieren - und Ureterverdoppelung mit Hypoplasie und Adenom der überzähligen Niere. — Frankfurter Zeitschrift für Pathologie* 14 Bd. 1913.

presente che l' arteriosclerosi e gli esiti di infarcimenti emorragici ed ischemici possono stare a base delle più strane e profonde variazioni di forma.

Molti casi di sdoppiamento dell' uretere e di anormale sbocco di esso si hanno nella letteratura (Schwarz (1), Wolff (2) ecc.), senza la compartecipazione dei reni e degli organi genitali ad esso intimamente connessi.

Ciò dimostra che un vizio di conformazione può interessare anche una sola piccola porzione dei corpi di Wolfer senza coinvolgere le altre parti deputate alla formazione del rimanente apparato uro-genitale, nel mentre d' altro canto, la presenza di uno sdoppiamento dell' uretere combinato ad un' alterazione di forma del rene non è elemento sufficiente per un giudizio di doppio rene.

Distopia dei reni.

P.llo n. 408 - Perroni Albertina, anni 3, morta il 5 giugno 1917 nello Spedale Umberto I. per tubercolosi ulcerativa e miliarica diffusa ai polmoni ed all' intestino. Tabe mesenterica. Distopia dei reni. Emaciazione. Diamo qui un riassunto del reparto anatomico,

Il cadaverino si presentava in uno stato di grave emaciazione. Calotta cranica normale. Cervello anemico ed edematoso. Cuore di volume e consistenza normale. Miocardio pallido. Sani gli apparecchi valvolari.

Polmoni: Vaste caverne al labo superiore del polmone destro ripiene di liquido siero purulento. Disseminio di tubercoli di varia grandezza nell' altro polmone con piccoli focolai di broncopolmonite alle basi.

Ghiandole regionali: ingrossate in incipiente caseificazione. Milza di volume e consistenza normale con capsula opacata, su-

(1) Schwarz C. - *Über abnorme Ausmündung der Ureteren und deren chirurgische Behandlung. Beitr. zur klin Chirurg*, Bd. XV. S. 159.

(2) Wolfer A. - *Über abnorme Ausmündungen der Ureteren. Prager med. Wochenschr* 1895.

perficie di taglio rosso-bruna, polpa succulenta, stroma e follicoli invisibili. Fegato un po' iperemico.

Intestino disseminato di ulceri tubercolari. Ghiandole mesenteriche ingrossate e caseificate. Stomaco sano. Organi genitali e vescica sani. Organi profondi del collo. Tumefazione e caseosi delle ghiandole cervicali.

Reni: sollevate le anse intestinali si osserva la mancanza del rene sinistro nella loggia corrispondente. Esso invece si trova collocato e fissato da connettivo lasso nel piccolo bacino che occupa quasi interamente.

Il retto lo separa dagli organi genitali. L' uretere, le arterie, le vene lasciano dei solchi su di esso sì da dividere l' organo in quattro lobi, riproducendo quasi la figura di un quadrifoglio con i lembi di grandezza varia.

L' ilo è quasi al centro della faccia anteriore dell' organo.

Dei lobi i due inferiori ed il superiore destro sono di grandezza, uguale mentre il lobo superiore sinistro è molto più piccolo. Dall' ilo parte un' uretere di diametro normale ma molto più corto che scorre nel solco tra i due lobi inferiori e sbocca nella vescica nella sede abituale.

È irrorato da due arterie, una più grande parte dall'angolo della biforcazione dell' iliaca primitiva passa tra questa e il lobo inferiore di destra per penetrare nell' ilò. L' altra arteria più piccola invece si origina dall' iliaca primitiva sinistra a 1 cm. e $^1/_2$ dalla biforcazione, scorre nel solco tra il piccolo lobo e il lobo inferiore di sinistra e raggiunge l' ilo. Anche il sistema venoso è formato da due vene: una si origina dalla porzione inferiore dell' ilo, accompagna l'arteria che nasce dall' iliaca primitiva e sbocca nell' iliaca primitiva di sinistra alla stessa altezza dell' arteria. L' altra invece, molto più grossa, nasce dalla parte alta dell' ilo, scorre tra il lobo superiore di destra e il piccolo lobo e va a versarsi dove le due iliache sboccano nella cava.

La surrenale corrispondente al rene sinistro si trova nella sua sede normale.

Il rene destro, di forma quasi cilindrica, leggermente aumentato di volume, trovasi spostato in basso sì che col polo inferiore rasenta la linea innominata raggiungendo l' apice dell' altro rene.

È formato da due lobi, uno quadrangolare inferiore, l'altro quasi triangolare con l'apice in alto.

L'ilo è rivolto all'innanzi, è molto ampio e separa quasi completamente i due lobi. L'uretere non presenta alcuna anomalia, nè all'origine nè allo sbocco. Il rene è irrorato da una sola arteria che nasce dall'aorta a $^1/_2$ al di sopra della sua biforcazione e penetra nel suo ilo nella parte mediale di esso in un punto prossimo all'uscita di una vena la quale sbocca nella cava all'altezza dell'arteria sopra detta.

Dalla parte laterale dell'ilo nasce una seconda vena che costeggia la faccia inferiore del lobo superiore e va a versarsi nella cava poco sopra lo sbocco della prima zona. La surrenale è a contatto col rene e perciò ectopica anch'essa e si presenta quasi a mezzo centimetro più in basso dell'altra surrenale.

Desiderando conservare il pezzo anatomico per la collezione dell'Istituto non si esaminarono i reni internamente.

Dato il contegno dei vasi sanguigni in rapporto all'origine e terminazione, la brevità e il tragitto rettilineo degli ureteri, le aderenze con le parti vicine e le alterazioni di forma, indiscutibilmente trattasi di una distopia renale congenita.

Si sa, infatti, che nell'ectopia acquisita i vasi presentano l'origine e lo sbocco nella sede abituale.

Noí qui abbiamo dato in succinto la descrizione del reperto credendo non privo d'interesse due fatti che non si riscontrano nella letteratura.

Si sa che i reni possono presentare le ectopie le più varie. ma in tutti i casi descritti si tratta quasi sempre o di un sol rene ovverosia di entrambi i reni ma con la singolare loro fusione in una massa unica (rene a ferro di cavallo, rene a focaccia) mentre è eccezionale ch'essi conservino la loro assoluta indipendenza e simultaneamente si spostino ambedue dalla loro base. Intendo solo riferirmi all'ectopia congenita. L'altro fatto che ha richiamato la nostra attenzione è la contemporanea ectopia della surrenale.

Per quanto numerose sieno le osservazioni, mai è stata notata un'alterazione di sede e di forma della surrenale in concomitanza colle alterazioni del rene corrispondente.

A spiegare l'ectopia renale congenita, alcuni hanno richia-

mato l' attenzione sul fatto ch' essa è accompagnata costantemente (anzi è un elemento essenziale diagnostico) da anomalie dei vasi.

Pertanto hanno creduto poter formulare l' ipotesi che, data l' assenza di legamenti robusti che mantengano in sito i reni, i vasi non sviluppandosi sufficientemente, e avendo origine e sbocco in basso, finiscano col trascinare in basso e fuori posto i reni.

Il caso da noi qui descritto, per quanto riguarda il rene destro, concorre ad avvalorare questa ipotesi. Il rene, infatti, vi si trova spostato in basso e presenta, nei rapporti coi vasi, quella posizione che ci può far pensare alla possibilità della trazione esercitata da essi.

Specialmente poi ove si consideri la forma cilindroide allungata del rene e lo spostamento della surrenale che aderisce al polo superiore del rene.

Forse in questo caso mentre in un primo tempo il rene potè svilupparsi nel sito abituale contraendo aderenze colla surrenale, permettendolo la lunghezza dei vasi, in un secondo tempo, non continuando i vasi a svilupparsi proporzionatamente, fu il rene forzato ad assumere la forma cilindrica allungata e a trascinare in basso la surrenale. Lo stesso fatto non si può invece invocare per il rene sinistro. Anche in questo caso i vasi si trovano in basso, originano e sboccano nell' iliaca, ma il rene si trova nel piccolo bacino e più in basso dei vasi. Evidentemente se i vasi esercitando una trazione sul rene, potevano riuscire a spostarlo verso il basso, non potevano poi rovesciarlo e fissarlo nel piccolo bacino.

Pertanto se in alcuni casi si può invocare la trazione dei vasi ectopici sul rene per spiegarci la ectopia del viscere, in molti altri essa non è sufficiente a darci ragione dell' ectopia la quale deve essere legata a fenomeni più intimi di cui ci sfugge il movente ed il procedimento. Val forse meglio, in via generale attribuire l' ectopia renale congenita più ad un difetto idiopatico dell' abbozzo uro-genitale, considerando che organo e vaso si formano contemporaneamente e non possono quindi influenzarsi a vicenda e tenendo presente che i vasi sanguigni dei genitali interni muliebri ectopici o malformati non presentano alcuna anomalia nei rari casi in cui si accompagnano con l' ectopia dei reni.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Caso Perroni — Il tronco aperto dall'innanzi permette di riconoscere l'ectopia e la malformazione di amendue i reni e la disgenesia, distopia e deformità dei genitali interni. $^2/_3$ della grandezza naturale.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 16 gennaio 1919)

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1917-918 - Tomo LXXVII - Parte seconda.

Sulle rigate sviluppabili passanti per una linea e per le sue trasformate di Combescure

NOTA DI MATTEO BOTTASSO

(*present. dal s. c., T. Levi-Civita*)

1. — Il Prof. BURALI nell' ultima sua Nota (1) ha esposto come si ottengano assai facilmente ed in modo completo, con il metodo vettoriale, tutte le rigate con assegnato cono direttore, o con assegnata direttrice. Come ha notato (n.º 2), ed è ovvio, le curve spigoli di regresso delle sviluppabili aventi un dato cono direttore si ottengono considerando tutte le possibili trasformate di COMBESCURE (2) di una qualsiasi di esse. Ora, in relazione alla trasformazione di COMBESCURE, mi sembra opportuno rilevare le seguenti proprietà, la prima delle quali è particolarmente notevole in quanto riconduce la costruzione delle sviluppabili indicate alla costruzione di tutte le trasformate di COMBESCURE della linea data.

I. *Della linea data* P *si consideri una qualsivoglia trasformata* Q *di* COMBESCURE, *ed il cono* (*o cilindro*) *che proietta quest' ultima da un punto* O, *fissato ad arbitrio nello spazio; conducendo allora per ogni punto* P, *della prima linea la parallela alla generatrice del cono che passa per il corrispondente punto* Q

(1) C. BURALI-FORTI - *Rigate sviluppabili con assegnato cono direttore o direttrice* (in questi Atti, t. LXXVII, parte 2ª, 1917-18).

(2) V. L. BIANCHI, *Lezioni di geometria differenziale* 2ª ediz. vol I (Pisa E. Spoerri. 1902) p. 40. Per la trattazione sotto forma assoluta V. p. es. M. BOTTASSO, *Generalizzazione della trasformazione di Combescure per le curve* (Atti della R. Acc. di Torino, t. LIII, 1917-18).

della seconda linea, si ottiene una rigata sviluppabile. Inversamente, ogni sviluppabile passante per la linea, data, e che non sia la sviluppabile osculatrice ad essa, si può ottenere nel modo indicato.

II. *Ogni rigata sviluppabile passante per una curva data si può ottenere conducendo per il suo punto generico la parallela alla corrispondente generatrice di una delle rigate sviluppabili passanti per una (comunque fissata) delle trasformate di* COMBESCURE *della curva data.*

Inversamente, se fra due curve è stabilita una corrispondenza biunivoca tale che ad ogni rigata sviluppabile per una di esse si possa associare una rigata sviluppabile per l'altra curva, essendo parallele fra loro le generatrici passanti per le coppie di punti omologhi delle due curve, queste sono trasformate di COMBESCURE *l'una dell'altra; cioè alla sviluppabile osculatrice di una risulta associata la sviluppabile osculatrice dell'altra.*

Cosicchè la proprietà enunciata è una *proprietà caratteristica* per tutte le trasformate di Combescure d'una linea data.

D'una qualsivoglia sviluppabile uscente dalla linea P (ottenuta come si è indicato nella proporzione I) si può esprimere facilmente lo spigolo di regresso P_1 mediante P, il punto O ed il rapporto dell'elemento d'arco della linea Q al corrispondente elemento d'arco della linea data.

Dopo ciò si potrà dedurre ogni altro carattere della linea P_1, quale l'arco, la flessione, la torsione, le direzioni principali.

2. — Indicando al solito (¹) per la linea P con s, ρ, τ l'arco, il raggio di flessione e quello di torsione, e con **t**, **n**, **b** la terna di vettori unitari ortogonali paralleli agli spigoli del triedro principale della linea data (in P), consideriamo un vettore **u** funzione di P, o di s. Perchè la rigata descritta dalla retta P**u** sia sviluppabile occorre e basta sia verificata la condizione:

$$\mathbf{t} \times \mathbf{u} \wedge \mathbf{u}' = 0 \ , \tag{1}$$

indicando con gli apici le derivate rispetto all'arco s.

(1) C. BURALI-FORTI e R. MARCOLONGO, *Elementi di calcolo vettoriale con numerose applicazioni ecc.* (Bologna, Zanichelli, 1909). Parte II Cap. 1.

Escluso il caso della rigata osculatrice alla linea P, cioè di $\mathbf{t} \wedge \mathbf{u}$ identicamente nullo, col Burali [loc. cit. (2) n.° 5] avremo che la (1) equivale alla

$$\mathbf{u}' = \frac{h'}{h}\mathbf{u} + \frac{1}{k}\mathbf{t} \ , \tag{2}$$

ove h, k sono due funzioni arbitrarie di s, purchè non identicamente nulle.

Tale equazione differenziale lineare del 1° ordine in $\mathbf{u}$ ha per soluzione generale:

$$\mathbf{u} = h\left[\mathbf{a} + \int_0^s \frac{\mathbf{t}}{hk}\, ds\right] , \tag{3}$$

ove $\mathbf{a}$ è un vettore costante arbitrario.

Per $1/k = 0$ si hanno così i cilindri, le cui generatrici son parallele ad $\mathbf{a}$, per i quali la proposizione I è ovvia. Escluso ancora questo caso, ricordiamo che il punto generico Q d'una qualsiasi trasformata di Combescure della linea data è espresso dalla

$$Q = A + \int_0^s f(s)\, \mathbf{t}\, ds \ , \tag{4}$$

essendo A un punto fisso, ed $f(s)$ la funzione (arbitraria) che esprime il rapporto dei due elementi d'arco, o di due raggi di curvatura omonimi, nei punti corrispondenti Q e P delle due linee [loc. cit. (3)].

Quindi, posto $f = 1/hk$ ed $O = A - \mathbf{a}$, la (3) può scriversi:

$$\mathbf{u} = h\,(Q - O) \ , \tag{3'}$$

ove O è un altro punto arbitrario dello spazio, non variabile con s. E ne segue così senz'altro la proposizione I.

3. — Fissata (ad arbitrio) una trasformata (4) della linea P, ogni altra trasformata di Combescure di quest'ultima è pure una trasformata di Combescure della prima ed inversamente. Quindi le rigate sviluppabili per Q possono ottenersi precisamente come quelle passanti per P, e la costruzione delle due

serie di rigate può essere fatta contemporaneamente. Dunque ad una qualsiasi rigata sviluppabile per la linea P (o Q) può associarsi un'altra rigata sviluppabile per la linea Q (o P), in guisa che risultano parallele le generatrici passanti per due punti omologhi delle due curve; il che vale anche per le sviluppabili osculatrici, le quali risultano associate nel modo indicato per la definizione stessa della trasformazione di Combescure. È vera dunque la 1ª parte della proposizione II.

Consideriamo ora, con la linea P, un'altra linea il cui punto P_1 sia pure funzione dell'arco s della prima, e la corrispondenza fra le due linee che si ottiene dicendo omologhi due punti P, P_1 corrispondenti allo stesso valore di s. Supponiamo che ad ogni rigata sviluppabile $P\,\mathbf{u}$ della prima linea corrisponda una rigata sviluppabile $P_1\,\mathbf{u}$ per la seconda linea, ed ammettiamo, se è possibile, che non si corrispondano le due sviluppabili osculatrici $P\,\mathbf{t}$, $P_1\,P'_1$, cioè $\mathbf{t} \wedge P'_1$ non sia identicamente nullo. Risulterà nondimeno sviluppabile la rigata $P_1\,\mathbf{t}$, per cui (essendo per le formule di Frenet $\mathbf{t}' = \mathbf{n}/\rho$) in virtù della (1), o (2), dev'essere:

$$(\alpha) \qquad P'_1 = a\mathbf{t} + b\mathbf{n} \ ,$$

ove a e b son due funzioni di s; e similmente, dovendo essere sviluppabile la rigata $P\,P'_1$, indicando con p e q altre due funzioni di s, si avrà:

$$(\beta) \qquad P''_1 = p\,P'_1 + q\,\mathbf{t} \ .$$

Se deriviamo la (α) ed eguagliamo il risultato al 2° membro della (β), tenendo conto delle formule Frenet [loc. cit. (3), p. 83] otteniamo $b/\tau = 0$; cioè, poichè $P_1' \wedge \mathbf{t} \neq 0$, la linea P dev'essere piana. D'altro lato la rigata $P_1\,\mathbf{t}$ inviluppa una trasformata di Combescure della linea P, cioè una linea posta in un piano parallelo al piano della linea data, nel quale piano quindi giace la linea P_1; perciò tanto $\mathbf{t}$ quanto P_1' sono sempre normali al vettore costante $\mathbf{b}$.

Dopo ciò, consideriamo due rigate sviluppabili associate $P\,\mathbf{u}$, $P_1\,\mathbf{u}$, per le linee P e P_1, non osculatrici ad alcuna di queste linee; in virtù del n.° 2 debbono esistere due vettori costanti $\mathbf{a}$, $\mathbf{a}_1$ e tre funzioni f, f_1, l dell'arco s tali che risulti, per ogni valore di s:

$$(\gamma)\qquad \mathbf{a} + \int_0^s f\,\mathbf{t}\,ds = l\left(\mathbf{a} + \int_0^s f_1\,P_1'\,ds\right).$$

Moltiplicando scalarmente per $\mathbf{b}$, si riconosce che l dev'essere indipendente da s; e quindi, derivando la (γ) risulta: $f\mathbf{t} = l f_1 P_1'$, cioè i due vettori $\mathbf{t}$ e P_1' risultano paralleli, ciò che era escluso.

Dunque la P_1 è necessariamente una trasformata di COMBESCURE della linea P e la proposizione II è completamente dimostrata.

4. — Lo spigolo di regresso P_1 della sviluppabile descritta dalla retta $P(Q-O)$, ove Q è espresso dalla (4), si ottiene subito osservando che per tale spigolo di regresso dev'essere P_1' parallelo a $Q-O$ e si ha [Cfr. la (17) del BURALI, loc. cit (1)].

$$P_1 = P - \frac{1}{f}(Q-O).$$

Di questa linea possono quindi ottenersi subito l'arco s_1, la flessione $1/\rho_1$, la torsione $1/\tau_1$ [V. C. BURALI-FORTI, loc. cit. (3) p. 84], e risulta:

$$\frac{ds_1}{ds} = \mathrm{mod}\,P_1' = \frac{\mathrm{mod}\,[f'(Q-O)]}{f^2},$$

$$\frac{1}{\rho_1} = \frac{\mathrm{mod}\,(P_1' \wedge P_1'')}{(\mathrm{mod}\,P_1')^3} = \pm\frac{f^3}{f'}\,\frac{\mathrm{sen}\,(Q-O,\ \mathbf{t})}{(Q-O)^2},$$

$$\frac{1}{\tau_1} = -\frac{P_1' \wedge P_1'' \times P_1'''}{(P_1' \wedge P_1'')^2} = -\frac{f^2}{\mathrm{mod}\,[f'(Q-O)]}\,\frac{\cos\,(Q-O,\ \mathbf{b})}{\mathrm{sen}^2\,(Q-O,\ \mathbf{t})}.$$

Poichè la tangente in P_1 alla linea (5) è parallela al vettore $Q-O$, cioè al vettore $\mathbf{t}_1 = \varepsilon\,(Q-O)\,.\,\mathrm{mod}\,(Q-O)$, essendo ε il segno di f', la normale principale è parallela al vettore $\mathbf{t}'_1$ e la binormale è parallela a $(Q-O)\wedge\mathbf{t}'_1$, ossia al vettore $(Q-O)\wedge\mathbf{t}$ (1).

---

(1) Cfr. M. BOTTASSO, *Problemi sulla determinazione delle curve sghembe*, negli " Scritti matematici offerti ad Enrico D'Ovidio " (Torino, Bocca, 1918) n. 2.

La linea descritta dal punto P_1 dipende tanto dal punto O, che si può fissare ad arbitrio nello spazio, quanto dalla funzione $f(s)$, cioè dalla trasformata di COMBESCURE (4) della linea data. L'insieme di tutte queste linee P_1 costituisce una classe di curve che si posson chiamare " trasformate della linea data P secondo la fuzione f ed il punto O ".

Per f costante si hanno tutti i coni che proiettano la linea P, e le P_1 ri riducono ai vertici di questi coni.

Mantenendo invariata la funzione f, cioè la trasformata Q di COMBESCURE, e muovendo O sopra una retta, nella direzione di un vettore **k**, la linea P_1 si muove, deformandosi, sopra il cilindro passante per essa, e le cui generatrici son parallele a **k**.

Potrebbe studiarsi il sistema delle ∞^1 linee P_1 ottenute facendo muovere O sopra una curva, o, più in generale, facendo variare tanto la f quanto il punto O con un parametro t.

5. — *Alcune osservazioni.* Siccome le rigate sviluppabili passanti per la linea data dipendono dalla funzione arbitraria f, si può imporre ad una di esse di soddisfare ad una condizione prestabilita in ogni punto della linea P.

Così se si vuole che questa linea risulti linea di curvatura per la sviluppabile, ossia (ciò che equivale, quando la linea P non è piana) una traiettoria ortogonale delle generatrici della rigata, quale spigolo di regresso di una di tali rigate si ottiene una arbitraria evoluta della linea P.

Imponendo che la linea P risulti una geodetica della sviluppabile, si ottiene ovviamente per questa la rettificante $P(\rho\mathbf{t} - \tau\mathbf{b})$ della linea data [1].

I casi ora indicati si hanno supponendo che la generatrice della rigata debba appartenere al piano normale od al piano rettificante della linea data. In modo più generale, si può imporre a tale generatrice di appartenere ad un piano per P o ad

(1) Per la risoluzione di questi problemi, astraendo dalla condizione di sviluppabilità della rigata per la linea P, vedi C. BURALI-FORTI, *Alcune linee e superficie collegate con una linea gobba* (Rend. R. Accad. dei Lincei, vol. XXVII, serie 5ª (1° sem. 1918) pp. 109-112.

un cono di vertice P, invariabilmente collegato col triedro principale in P.

La condizione che la generatrice P **u** sia essa stessa rigidamente legata al triedro principale in P è doppia, e quindi — oltre alla rigata osculatrice alla linea data — non vi sono altre sviluppabili per questa linea soddisfacenti a detta condizione, finchè la linea P è generica. È facile riconoscere che soltanto quando la curva P è un' elica esistono di tali rigate e ne esistono allora infinite.

Se **k** è un vettore parallelo alle generatrici del cilindro dell' elica, e θ è l' inclinazione di questa curva, si trova che affinchè una retta P **u** sia la generatrice di una delle dette sviluppabili è necessario e sufficiente soddisfi alla condizione

$$\cot \theta = \cot \alpha \cos \beta \ ,$$

ove $\alpha = \operatorname{ang}(\mathbf{u}, \mathbf{k})$, e β è l' angolo dietro dei due piani P **k t**, P **k u**, cioè $\beta = \operatorname{ang}(\mathbf{k} \wedge \mathbf{t}, \mathbf{k} \wedge \mathbf{u})$. Così ad ogni valore di β corrisponde un determinato valore di α, e si ottengono quindi infinite rette P **u** la cui massima inclinazione sulla retta P **k** è θ.

Messina, giugno 1918.

(*Licenziate le bozze per la stampa il giorno 13 febbraio 1918*)

ATTI DEL REALE ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
Anno accademico 1917-918 - Tomo LXXVII - Parte seconda

Una redazione Abruzzese della "Fiorita„ di Armannino

DEL PROF. ANTONIO MEDIN, M. E.

(Memoria presentata alla Presidenza durante l' anno accademico 1917-18)

Di un bel codice trecentesco della Fiorita di Armannino, acquistato di recente dalla Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze, dette un'assai accurata notizia la dott. sottobibliotecaria T. Lodi nel *Bollettino delle pubblicazioni italiane* entrate in quella Biblioteca, dell'Agosto 1917; notizia che qui riportiamo integralmente.

" La Fiorita di Armaninno Giudice, Membr., sec. XIV ex., " cc. 137 con antica numerazione in cifre romane, più dodici cc. " in principio, modernamente segnate a-m, che contengono il ru- " bricario e il prologo. Scrittura a due colonne, che sembra di " due mani diverse, iniziali e rubriche di rosso, rilegatura in vel- " luto rosso, taglio dorato „.

" Questa redazione della Fiorita spetta al gruppo costituito " dai due codici fiorentini Laur. Gadd. 95 e Naz. II. III. 136 " (quest'ultimo però sta a sè per la parte che riguarda le storie " romane, essendo un rifacimento del Covoni secondo il Romu- " leon di Benvenuto da Imola), ma presenta non poche notevoli " differenze: ad es. l'inserzione di un Lamento di Ettore in ot- " tava rima dopo il conto 17, e di alcuni capitoli della Cronaca " del Villani; infine, come parte integrale di questa compilazione, " e quindi compresa nell' indice delle rubriche, si aggiunge una " cronaca da Costantino al 1268, ossia il testo del Villani, senza " i fatti che riguardano più particolarmente Firenze e la Toscana „.

" A differenza delle altre redazioni, che ne portano 33, questa " redazione comprende 47 conti (ossia 45, più il 29 e il 34 ripetuti),

" chiamati *Commenti* nel rubricario dei conti e capitoli: *Taula* " *sopra la decta cronicha raeontando e i chomente e i chapitoli ru*- " *bricate che se contiene en ciascheuno commento* (c. a-k). A c. 1.ª " la dedicatoria a Bosone, in latino: " Egregie nobilitatis et po- " tentie militi domino suo Bosono Novello et Eugubine civitatis " honorabili civi suus Armannus'. Seguono il prologo e gli argo- " menti dei 33 conti della Fiorita originale, in latino come nel " nostro II. III. 136. Indi comincia il conto 1 (c. mᵇ) ' Già longo " tempo pellegrino errante.' Sino alla fine del cap. 7 del conto 17 " il testo, salvo lievi differenze, procede conforme al Laur. Gadd. " 95 e al II. III. 136, i quali però non hanno divisione in conti " (nè la divisione in conti del nostro corrisponde sempre perfet- " tamente a quella di altri mss.). Continua poi (55ᵇ): ' La gente " troyana serrati stanno fra li gran mura de Troya, però che de " la morte del loro barone Hector consolare non se possono; " molti sono li pianti e li lamenti che de la morte de Hector " fuorono fatti, sì che troppo saria a racontare; ma solo el pianto " del padre e de le sorelle de la morte di tanto barone udiàno'. " Segue, in 35 ottave, *El lamento de Hector barone e chavaliere* " *presgiato sopr'ogni altro:* ' O gloriosa pura e sancta madre' " (56ª - 57ª). Queste ottave sono parte dell' anonimo Poema di " Achille che è nel Laur. Med. Palat. 95 (str. 151-184, canto IV), " riprodotte poi anche nel Troiano di Domenico da Montechiello, " canto XXV (Laur. Red. 169): avvertendo però, che la 5ª ot- " tava non compare nel poema d'Achille, ma è nel Troiano, che " viceversa nel poema di Dom. da Montechiello mancano la 26ª " e le 32ª-35ª del testo nostro. Riprende a c. 57ᵇ il conto 18: " *Come Ecchuba regina pensa de fare vendecta de Acchille C. i*: " ' Heccuba regina pensato à de fare vendecta del suo gran " danno'. Nel conto 28, dove si parla dei successori di Enea " (c. 86 e segg.), il testo nostro si stacca in alcuni punti dal Laur. " Gadd. per seguire il Villani (I. 25 e segg.); e così sono presi " dal Villani (I, 34-38) i capitoli 10-14 del conto 29^bis^ (95ª-96ª) " *Come Metello e Fiorino sconfissaro li Fiesolani, Come li Romani* " *la prima volta asidiarono Fiesole e come Fiorino morìo, Come* " *per la morte de Fiorino li Romani ritornarono a pporre l'oste a* " *Fiesole, come Fiesole s'arendectaro a' Romani e come fu destructa e* " *guasta, Come de prima fu hedificata la cità de Fiorençe.* Altro estratto

" dal Villani (I, 3-5) si trova nel conto 31, capp. 48-50 (111[b]-
" 112[a]), che trattano delle tre parti del mondo. Col cap. 15 del
" conto 32 (113[b]), *Come Galasso fu quegli che ritrovò al san Cra-*
" *dale*, la redazione nostra si stacca tanto dal Laur. Gadd. 95 e
" dal II. III. 136 come dagli altri testi noti della Fiorita. Detto
" capitolo finisce: ' Per luxuria e per avaritia guasta fu la taula
" retonda. Ma una chosa de loro campò nel paese, la quale troppo
" bene osservavano, che saramento che facessaro rompare non
" voglíeno. E alora fu trovato el duellare fra corpo e corpo, giu-
" rando prima ciasschuno sua veritade, e tiense che 'l perdente
" conquiso sia a rasgione. Assai ò decto di ciò, ma soli raconciamo
" certi normi (1) de chavalieri electi per Merlino ' (113[b]-114[a]).
" Qui, dopo un breve spazio bianco, segue il cap. 16: *Queste sono*
" *le città de Tosschana, a ciò che mentione faciamo de quelle che*
" *mentovate non navemo in nostro dire:* ' La prima città si è Roma,
" e solo quella parte ch' è di qua dal Thevere si è in Tosscana e
" l'altra no, Pisa, Luccha, Luni, Pistoia ' (cfr. Villani I, 45). I
" capitoli successivi trattano delle origini di Chiusi, Volterra,
" Siena, Viterbo, Orvieto, seguendo il Villani (I, 51, 52, 54-56).
" Il cap. 13 (114[b]) fin.: ' Perchè queste città sono in Tosschana,
" come decto avemo, di loro niuna mentione facta avevàno, perciò
" de sopra dire ne volli, ora retorniamo al nostro dire '. E col
" seguente conto 33 incomincia il testo del Villani: *Come Gostan-*
" *tino imperadore doventò christiano e chome dotò la Chiesa* (114[b]).
" Questo conto comprende dieci capitoli: i capp. 1-2 corrispon-
" dono al Villani I, 59; il 3°, che non è nel Villani, contiene
" un elenco degli imperatori da Ottaviano a Costantino; i
" capp. 4-10 corrispondono al Villani I, 61 e II, 1-2. Seguita
" sempre la corrispondenza col Villani, salvo lievi differenze, nel
" conto 34, capp. 8 (116[b]): Vill. II, 4-6; nel conto 34[bis], cap.
" 15 (117[b]): Vill. II, 7, 9-13; nel conto 35, capp. 18 (119[a]):
" Vill. II, 14-20, III, 4-5; nel conto 36, capp. 10 (122[a]): Vill.
" IV, 1-4; nel conto 37, capp. 14 (124[a]): Vill. IV, 5, 9, 15-20;
" nel conto 38, capp. 6 (126[b]): Vill. IV, 21; nel conto 39, capp.
" 7 (127[b]): Vill. IV, 22-24; nel conto 40, capp. 15 (128[b]): Vill.
" IV, 27-31, 34, 35, 37, 38; nel conto 41, capp. 8 (130[a]): Vill. V,

(1) Queste norme non seguono poi nel testo.

" 1-3; nel conto 42, capp. 4 (131b): Vill. V, 4; nel conto 43, " capp. 8 (132a): Vill. V, 25-40; nel conto 44, capp. 21 (133a) " fino al cap. 17 inclusive: Vill. VI, 1-3, 14-22. Non vediamo " corrispondenza col testo del Villani nei successivi capp. 18-21 " (136a-b): *Come morío Federigho imperadore, Come fra xviij anni* " *doppo la morte de Federigho fu asspenta tucta sua progenie,* " *Come al tempo del decto Federigho nacque in Cicilia Nicholò* " *Pescie, Come fu una donna in Aquilea la quale mirabilemente* " *fu faconda in generare.* Da ultimo viene, con un salto nella nar- " zione storica, il conto 45, in capp. 3 (136b): *Come Carlo senza* " *terra venne a petitione de la chiesia sora el re Manfredi e lui* " *uccise e sconfixe, Come Curadino venne in Pulglia e combattette* " *con Carlo e da lui fu sconfitto, Come Curadino fuggendo con molti* " *caporali di parte ghibellina essendo presentati a Carlo tucte li* " *fece dicapitare.* Finisce (137b): ' Rimase el decto Carlo signore " e libero re di Pulglia e di Cicilia e con gran senno suo reame " sapendose ben portare con sancta Chiesa '".

" Ms. di provenienza veneta, che fu poi nella raccolta Sneyd (1)".

Per due rispetti soprattutto parrà subito notevole questa redazione della Fiorita: per l'inserzione di una così cospicua parte del Villani, con l'esclusione espressamente voluta dei fatti riguardanti particolarmente la Toscana, e per l'aggiunta degli ultimi capitoli, nei quali il redattore, staccandosi dal Villani, narra brevemente le vicende degli ultimi Svevi. Dell'inserzione non dovremmo maravigliarci se il redattore fosse stato un toscano, perchè della fama goduta subito dalla Cronaca del Villani nella sua regione abbondano le testimonianze: basti ricordare che vi ricorse più

---

(1) La *Bibliofilia*, A. XIX, p. 205 (Luglio-Ottobre 1917), dando notizia di questa descrizione dice che il nostro ms. è " *di origine veneta* " e seguita: " ciò che parrà naturale a chi ricordi che il rev. Walter Sneyd (la cui raccolta fu venduta all'asta in Londra nel dicembre 1903) acquistò dal Parissinotti il residuo dei manoscritti dell'ab. Matteo Luigi Canonici († 1806), che non era stato ceduto alla Bodleiana di Oxford ". Ora, che il nostro ms. sia di *provenienza* veneta non v'è dubbio: quanto alla sua *origine*, nulla ci autorizza a crederlo di questa regione: anzi il non trovarvi alcun indizio di mano veneta, ci fa credere che vi sia stato importato posteriormente alla sua stesura.

volte Fazio degli Uberti pel suo Dittamondo (1) e che ben 32 delle 53 novelle del Pecorone trasse da essa ser Giovanni Fiorentino. Ma che toscano non potesse essere stato il nostro redattore ci fecero subito sospettar fortemente e la voluta omissione dei capitoli del Villani, o parte di essi, in cui sono narrati fatti toscani, e l'aggiunta finale, ove sono altresì frammiste due caratteristiche leggende meridionali. E però un esame accurato di questo manoscritto potrà portare nuova luce alla storia della fortuna dalla Fiorita di Armannino in Italia.

È noto che il testo della Fiorita, secondo la lezione dei manoscritti finora conosciuti, finisce con quei capitoli di materia cavalleresca, i quali con lievi differenze si trovano anche nel nostro; nel quale ci aspettiamo invano di leggere altresì le promesse norme relative ai cavalieri eletti da Merlino, perchè il redattore a questo punto tronca la sua narrazione, lasciando uno spazio in bianco, per riallacciarsi poi subito al Villani. Sennonchè una notizia del Tiraboschi, passata inosservata a quanti parlarono del testo di Armannino, ci avverte, che " in molte Biblioteche conservasi ancora una *Cronaca* intitolata Fiorita d'Italia, che cominciando dai tempi più antichi giunge fino all'anno 1268 " (2). Quali fossero quelle biblioteche il Tiraboschi, che spesso si riferiva a notizie avute da' suoi numerosi e premurosi corrispondenti, non dice, e molto probabilmente egli esagerò affermando che erano *molte*. A ogni modo regge il fatto, che anche a' suoi tempi erano noti dei manoscritti in cui l'opera di Armannino, anzichè arrestarsi all'accenno sull'istituzione della cavalleria, procedeva, come nel codice di cui noi parliamo, fino al 1268; e assai probabilmente questo è uno di quei manoscritti cui allude il Tiraboschi. Un altro può essere facilmente e sicuramente identificato con quel codice che fin dal 1887 il Mazzatinti descrisse nell'Appendice all'Inventario dei manoscritti italiani della Biblioteca Nazionale di Parigi (3), cominciato a scrivere a Chieti il 13 settembre 1418, della cui

(1) Cfr. G. Corsi, *Appunti sul " Dittamondo " di Fazio degli Uberti* (Fabriano, 1917), cap. II, *Le fonti,* passim.

(2) *Storia della Letteratura Italiana*, Modena 1789, T. V, p. 408.

(3) Roma, 1887, p. 10. Il Mazzatinti non avvertì che in questo ms. si scorgono talora due mani, delle quali la seconda corresse i manifesti errori della prima.

importanza rispetto alla materia nè il Mazzatinti, che tuttavia pochi anni innanzi aveva pubblicato uno studio particolare sulla Fiorita (1), nè altri dopo lui si avvide. Tant'è vero, che il Mazzatinti, se ebbe cura di dare un saggio delle caratteristiche forme linguistiche di esso, riproducendo la descrizione dei funerali di Ettore, il racconto del modo onde Lavinia fece giungere una sua lettera ad Enea, e la narrazione del viaggio di Enea all'Inferno, non notò che la prima non si trova in nessuno dei molti manoscritti da lui rassegnati nel suo precedente lavoro a cui pure si richiama, nè fece cenno delle altre numerose e notevoli aggiunte presentate da quel codice.

Dodici anni più tardi il prof. V. De Bartholomaeis studiò sulla stampa del Mazzatinti la lingua di quei tre episodî, perchè il rifacimento chietino della Fiorita è " il solo antico documento in volgare conosciuto finora, che provenga dalla città di Chieti „; ben riconoscendo però che il dialetto chietino si era qui sovrapposto ad altri elementi più antichi, ossia all'italiano letterario e ad un dialetto dell'Italia superiore, che non esitò d'assegnare alla regione veneta, e concludendo, quanto alla cronologia dell'elemento settentrionale, che o il libro doveva avere subìto " prima un travestimento veneto e poi un altro abruzzese, o che i settentrionalismi, quelli almeno non decisamente veneti, risalivano fino al testo dettato dal Giudice da Bologna, per modo che il rifacimento abruzzese si ricollegava, per via diretta, a un testo più genuino „ (2). La prima di queste due ipotesi parve poi confermata dalla scoperta della redazione in volgare veneziano, conservataci in un codice Marciano (3), di quella parte della Fiorita in cui sono narrate le storie di Tebe; soli cinque conti, dal sesto al decimo (4); e certo non si avrebbe più avuto ragione di dubitare della veridicità di essa, se il manoscritto entrato or non è molto nella Nazionale di Firenze non ci guidasse per un'altra via a ritrovare la vera origine di quel travestimento chietino.

---

(1) *Giornale di Filologia Romanza*, vol. III.

(2) *La lingua di un rifacimento chietino della Fiorita, in Zeitschrift für Rom. Philol.*, XXIII, 117 sgg.

(3) È il codice L della cl. VI, del secolo XV.

(4) P. Savj-Lopez, *Storie Tebane in Italia*, Bergamo 1905, pag. XVI sgg.

Il manoscritto ora fiorentino non è l'originale della nuova redazione della Fiorita, bensì una copia calligrafica di esso, come testimoniano i non infrequenti errori e le omissioni di parole; una copia eseguita successivamente da due mani, a breve intervallo l'una dall'altra. L'identità del formato e della qualità della pergamena dimostra che il volume fino dalla sua origine fu materialmente costituito così com'è ora; e certo fu nell'intenzione del primo amanuense di inserirvi tutto il testo del suo originale, che invece lasciò sospeso al tergo della carta 54 sul principio del capitolo: *Come Acchille chomandò che patrocholus suo caro conpagno che se metesse le sue armi e colla sua gente socorresse li greci.*

" Acchille chomandò che patrocholus lo suo charo amico e
" conpangnio prendessi li suoi armi e lo suo buono chavallo. Al
" canpo n'è gito patrocholus lo prode e la gente mirmidona e
" sua bandiera, l'armi de Acchille porta per insengnia: chi llo
" vede crede che..... "

Era certamente intenzione di questo amanuense di continuare la copia: perchè nel margine inferiore della carta, che finisce con le parole ora riferite, a richiamo delle prime parole onde, seguendo la narrazione, doveva cominciare la carta seguente, scrisse: *sia Acchille.* Invece, a questo punto egli si arrestò; e il secondo amanuense, ripigliando la trascrizione, copiò da capo quelle prime linee del capitolo, a questo modo: " Achille comandò
" che patrocholus lo suo caro amico e compagno prendesse le sue
" armi e lo suo buono cavallo. Al campo n'è gito patrocholus lo
" prode e la gente mirmidona e sua bandiera, l'armi de acchille
" porta per ensegna. Chi 'l vede credono che sia Achille ".

Le differenze ortografiche, per quanto tenui, che si riscontrano nella duplice copia del passo surriferito, suffragano la nostra asserzione, la quale è corroborata altresì dalla grafia stessa, più angolosa nella prima parte del manoscritto che non nella seconda, e dalla diversità di alcuni segni d'abbreviazione (1). Dalla seconda mano furono vergate tutte le rubriche in fronte ai capitoli e il rubricario generale scritto nelle prime carte del codice; com'è provato dal fatto che talora gli amanuensi, tanto nella prima

---

(1) Non escludiamo però in modo assoluto che la copia possa essere stata fatta tutta da un solo amanuense, in tempi diversi.

quanto nella seconda parte, lasciarono in bianco degli spazi insufficienti per le rubriche, sicchè il secondo di essi, per farcele entrare, dovette poi restringere i suoi caratteri.

Le ragioni intrinseche, le quali ci indussero ad escludere l'origine toscana del redattore del codice originale, onde derivò questa copia, non però sarebbero state sufficienti a rivelarci con sicurezza la regione d'Italia a cui egli appartenne, ove questa non fosse palesata da particolari forme e fenomeni metafonetici e da altri accidenti linguistici abruzzesi (1), che traspariscono nel testo toscano; poichè è risaputo che il libro di Armannino ci è noto solo in redazioni toscane. Strettissimo dunque il rapporto di affinità tra questo nostro manoscritto e il chietino, ora parigino, descritto dal Mazzatinti; affinità confermata dalla identità della materia e dal fatto che entrambi arrivano con la narrazione all'anno 1268 (2). Sennonchè sappiamo che nel chietino, oltre all'italiano letterario e all'abruzzese, compare un terzo elemento linguistico, il veneto, che manca nel nostro; onde la derivazione di quello da questo non potè essere così diretta come a tutta prima si sarebbe potuto supporre. Tra i due, in ogni caso, ci deve essere stata per lo meno un'altra trascrizione intermedia: ma non è però necessario supporre altresì un'antecedente redazione in volgare veneziano, di cui il Savj Lopez credè potesse essere un frammento il testo contenuto nel già ricordato codice Marciano. A prescindere dal fatto che quei cinque conti della fiorita redatti in veneziano non ci autorizzano a supporre necessariamente che

(1) Cfr. E. Pèrcopo, *Laudi e devozioni della città di Aquila* in *Giorn. Stor. d. Lett. ital.*, vol. VII, 153, 345; VIII, 180; IX, 381; XII, 368; XV, 152; XVIII, 186; XX, 379; *Cronaca Aquilana rimata* di Buccio di Ranallo a cura di V. De Bartholomaeis, Roma, 1907; *Zeitschrift* cit., p. 119 segg. C. Guerrieri-Crocetti, *L'antica poesia abruzzese*, Lanciano, Carabba ed., 1914. Riferisco qui alcuni esempi di metafonesi del nostro codice: *quillo*, *quisto*, *roliva; lu*, *pui*, *maiure* e *magiure; franchesgie*, (franchigie), *angegno*, *ebaro*, *essare*, *fossavo*, *sepparo* ecc.; metafonesi e prostesi: *achapetavano*; altre forme abruzzesi: *vuie*, *custuie*, *luie*, *assaie*, *sempece* (sempre in luogo di *semplice*) ecc. Sennonchè, assai meglio di questi pochi esempi, gioveranno all'uopo i capitoli che qui pubblicheremo, aggiunti dal nostro redattore.

(2) Nel cod. Chietino. Parigino, come avverte anche il Mazzatinti, mancano però le ultimissime carte.

tutto il testo sia stato travestito in quel volgare, il nostro codice prova, per le ragioni che ora vedremo, che quella supposta redazione veneziana non è mai esistita.

Abbiamo già avvertito che questo deriva, vedremo subito se direttamente o indirettamente, dall' originale redazione abruzzese, e parimenti ci sarà ora facile dimostrare che il codice chietino è indipendente dal nostro. La prova più manifesta sta in ciò, che la lezione talora esatta nell' uno, è errata nell'altro, e viceversa. Basti un esempio: a carta 80 il codice fiorentino legge: " Da *pochi* inteso fu el buono Scipione, però che dove era tanta gente aprire non se volle el suo *concepto*, a ciò che Anibale del suo grande affare *potere potesse* „; e il codice chietino: " Da *poy che* inteso fo lo bono Scipione perzò che dove era tanta *bona* gente aprire non se volse lo seo *cospecto* ad zò che Anibal de lo seo grande affare *provedere non se potesse* „ (c. 67[t]). Inoltre, l'amanuense del primo alla carta 113, dopo avere scritto: " *Quegli* fra picciolo tempo la vergine parturio „, dette di frego alla prima parola, che infatti doveva essere tolta e che vediamo invece conservata nel codice chietino. Nella stessa carta il primo, dopo avere scritto: " En questo tempo el ducha de *Somassa* „, cancellò questo nome, e vi sostituì *Sassonia*, mentre l'errato nome *Somassa* rimase nel Chietino. Tanto l' uno quanto l' altro avevano dunque dinanzi a sè un esemplare in qualche luogo errato; e mentre lo scrittore del codice ora fiorentino riuscì talora, o con la scorta dell' originale redazione abruzzese, o, com' è più probabile, col buon senso, a correggere gli errori; l'altro, più grosso, li lasciò al loro posto. Vi fu dunque una trascrizione, che non conosciamo, non sempre esatta, dell' originale redazione abruzzese, dalla quale derivò tanto il codice ora fiorentino, quanto il chietino, arricchito di un maggior numero di forme abruzzesi; ma questo, a sua volta, pel tramite di una trascrizione veneta (che naturalmente non ha alcun rapporto col travestimento veneto edito dal Savj Lopez), della quale fanno sicura fede le frequentissime forme di questa regione offerteci dal codice chietino: onde la derivazione dei due manoscritti di cui abbiamo parlato può essere così rappresentata:

Testo originale di Armannino
nella redazione toscana

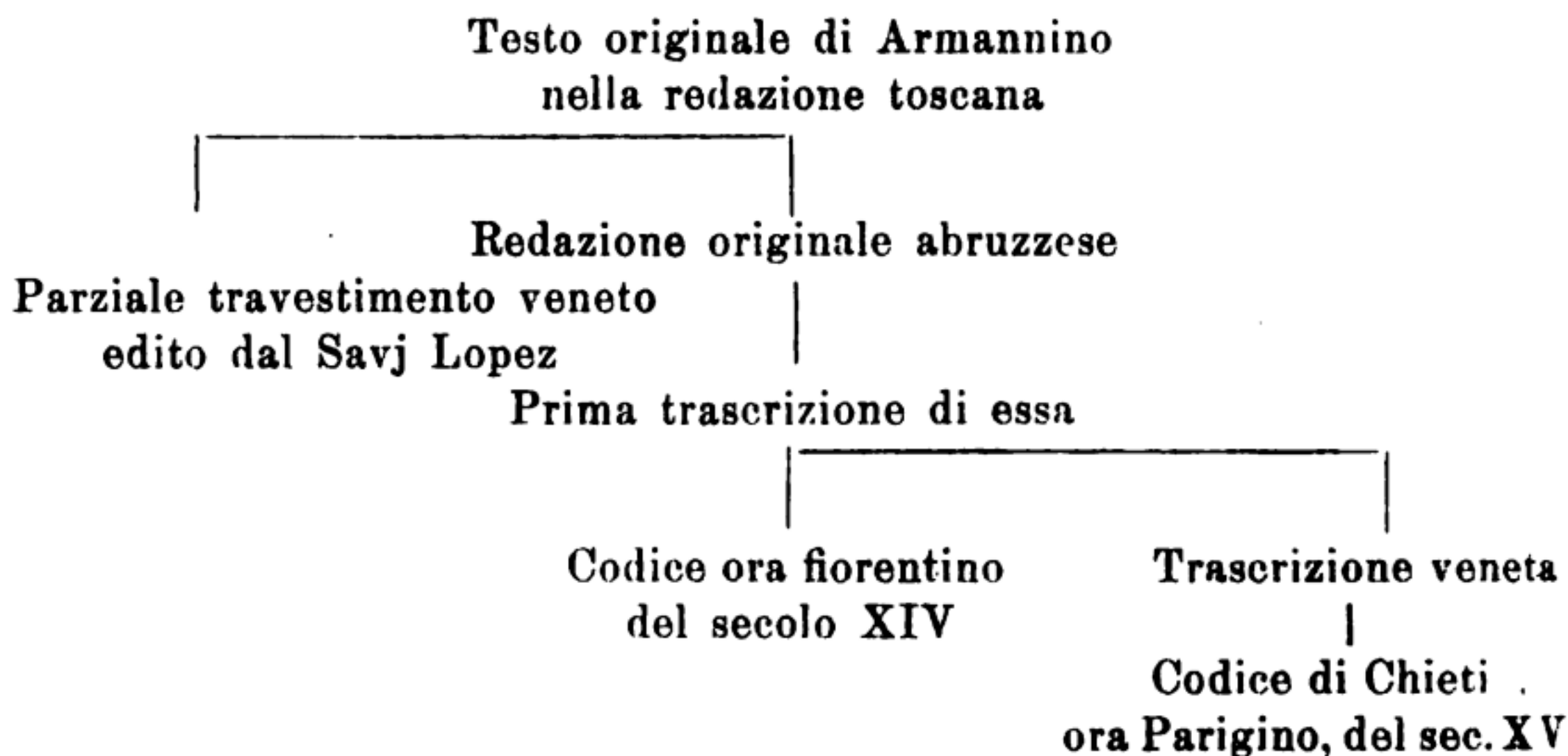
Redazione originale abruzzese

Parziale travestimento veneto
edito dal Savj Lopez

Prima trascrizione di essa

Codice ora fiorentino
del secolo XIV

Trascrizione veneta

Codice di Chieti
ora Parigino, del sec. XV

Chiarita così l'origine del nostro manoscritto, e vedute le propaggini dell'originale redazione abruzzese di cui non può essere messa in dubbio l'esistenza, vediamo ora un po' più da presso il nuovo contenuto di questa redazione, rifacendoci naturalmente da quelle toscane finora note; le quali, assai meglio che dal Mazzatinti, furono studiate parecchi anni sono dal Parodi (1). Questi vide che il testo autentico di Armannino probabilmente ci è dato dai codici Laurenziani PL. LXII, 12 e PL. LXXXIX Inf., 150, e dal Magliabechiano II. III. 139 (2). Verso la metà del secolo XIV, poco prima o poco dopo, cominciarono le alterazioni e i rimaneggiamenti: le une si fecero nella prima metà del testo, in quella parte, cioè, che precede le storie romane; gli altri, in questa seconda parte per opera dal Covoni, il quale, come sappiamo, seguì, per sua confessione stessa, il *Romuleon* di Benvenuto da Imola. Le alterazioni si riscontrano nel codice Laurenziano Gaddiano 95 e nel Magliabachiano II. III. 136, nel quale troviamo altresì il rimaneggiamento del Covoni. Essi formano dunque un solo gruppo, e il secondo derivò dal primo, a meno che non procedano entrambi da un'unica fonte già alterata. Tuttavia, fatta eccezione delle alterazioni nella prima parte dell'opera, il Gaddiano per tutto il resto è, in fondo, molto stretto al testo primitivo di Armannino, rappresentato dai due Lau-

(1) *Studî di Filologia Romanza*, II, 124 sgg.

(2) Cfr. altresì E. Gorra, *Testi inediti della Storia Troiana*, Torino 1887, p. IX seg.

renziani e dal Magliabechiano surricordati. E poichè al gruppo del Gaddiano 95 e del Magliabechiano II. III. 136 spetta altresì il nostro, ne consegue che anche questo, rispetto al nucleo primitivo dell'opera, è assai prossimo al testo di Armannino. Dal quale però, come pure da tutti i manoscritti finora noti di quest'opera, esso, insieme naturalmente col chietino, diversifica per le numerose giunte che sappiamo e per altre ancora che rassegneremo, e di cui occorre dichiarare l'importanza.

L'intento dell'autore della Fiorita, come di tutti gli altri di analoghe scritture medioevali, fu essenzialmente pratico: raccogliere quante più notizie fosse possibile intorno alla storia greca e romana a istruzione, come ora si direbbe, dal gran pubblico, attingendo gli elementi storici e romanzeschi dalla duplice sorgente latina e francese. La cura che Armannino ebbe di gradire ai suoi lettori trasformando e colorendo, come voleva il gusto e lo spirito del tempo, i fatti con tinte cavalleresche, arrivava a tale, che se non li trovava foggiati a questo modo ne' suoi modelli, aggiungeva egli stesso le tinte, o creava addirittura nuovi racconti fantastici.

Così è pure del nostro redattore; e se, confrontando il testo di lui con quello di Armannino tramandatoci dal codice Gaddiano 95 e dal Magliabechiano 136 (questo solo fino alle storie romane), vi si riscontra in generale una forma meno verbosa e retorica, e la quasi totale soppressione delle osservazioni conclusive dei fatti narrati, degli epifonemi e di altre ampollosità che in essi ricorrono di frequente [1]; non è certo venuta meno in lui la predilezione ai racconti romanzeschi, che riscontriamo in parecchie sue aggiunte attinte o dal Villani stesso o da altri storici, da poemi cavallereschi, o da narrazioni leggendarie, che talora trovò attribuite, se non le attribuì egli stesso, a nomi gloriosi: com'è, ad esempio, di un racconto della morte di Annibale che egli afferma desunto da Tito Livio. A ogni modo però è certo che egli ebbe sopra tutto lo scopo pratico di fornire abbondanti notizie storiche; e come Armannino aveva narrato, a modo suo, i fatti

(1) Tutta questa parte retorica però anche negli altri manoscritti non è uniforme, perchè spesso e volentieri si sbizzarriva in essa la fantasia dei trascrittori.

della storia greca e della romana, così egli, venuto non più di mezzo secolo dopo, volle compiere l'opera di lui, aggiungendovi il racconto di quelli più notevoli della storia medievale d'Italia, riproducendo quasi letteralmente il testo delle sue fonti. A tal uopo si giovò della più autorevole cronaca che fosse stata scritta a quei tempi, quella del Villani: onde la nostra redazione della *Fiorita,* se testimonia della fama raggiunta ben presto da quest'opera, nota poco dopo la sua composizione anche negli Abruzzi, (1) mostra altresì quanta fortuna abbia goduta la Cronaca del Villani nello stesso secolo XIV fuori della Toscana. Se la nostra redazione fosse stata scritta in Toscana, non capiremmo perchè poco dopo la composizione della Fiorita, che comunemente si fa risalire al 1325, l'abruzzese avrebbe abbandonato il suo modello all'anno 1240, per servirsi di un'altra fonte rispetto ai fatti che dal 1240 giungono al 1268, e che pur sono narrati dal Villani stesso; mentre ben è probabile che della cronaca del Villani una sola parte, la prima, fosse a quel tempo uscita fuori della Toscana. La cura che il nostro redattore pose nell'omettere quasi sempre la narrazione degli avvenimenti che riguardavano particolarmente la Toscana, dimostra che fu suo intento di togliere dal Villani quelle pagine in cui erano raccontate le vicende politiche più notevoli della storia generale d'Italia: e però allorchè gli venne meno questa sua fonte, per non lasciar sospesa la narrazione di fatti tanto importanti, quali furono quelli che segnarono la fine degli Svevi, ricorse ad un'altra cronaca, che pur abbiamo identificata.

Il racconto del Villani è per lo più riprodotto testualmente dal redattore abruzzese, ma non è raro il caso in cui omette anche interi capitoli che non gli interessano, come quelli che parlano della Toscana, o li sunteggia; e dei capitoli che contengono accenni a fatti fiorentini, trascura questi e riproduce tutto il resto: di che ci sembra superfluo addurre le prove. Gioverà piuttosto notare che in più luoghi, invece, egli aggiunge notizie che non si trovano nel Villani; indizio sicuro che doveva

(1) Per la diffusione che la Fiorita ebbe nei varî paesi d'Italia, e più precisamente nel Veneto e negli Abruzzi cfr. P. Savj Lopez, *Storie Tebane* cit.; p. XXI.

avere presente qualche altro testo, quando non riferiva vecchie tradizioni: e ciò è degno di nota, perchè conferma com' egli seguisse la consuetudine dei nostri scrittori didattico-narrativi, e quindi di Armannino stesso, i quali assai volentieri fondevano insieme le fonti storiche con le leggendarie. Il Villani scrive che Teodorico morì di mala morte (L. II. cap. V), e il redattore, accogliendo la nota leggenda, soggiunge: " correndo uno cavallo „ (c. 117). Al capitolo del Villani, che si chiude con la morte di Carlo Magno (L. II, cap, XV), il nostro aggiunge: " Li XII sui " pari, ciò furono paladini chiamati, bonamente tucti morirono " inançi lui combatendo coi Saracini e sì in Provença nella cità " d'Arli e sì in Navarra a Rocissvalle. Li nomi de' dicti Pala- " dini fuoron questi „ (c. 130r); e segue uno spazio bianco per i nomi che mancano. Il Villani, al termine del capitolo narrativo della vittoria maiorichina riportata dai Pisani nel 1117 (L. IV. c. XXXI), dopo aver detto che essi mandarono a Firenze, come segno della vittoria, le due colonne di porfido tratte di là, coperte di scarlatto, conchiude: " e per alcuno si disse, che innanzi che le mandassero per invidia le feciono affocare „; e il redattore abruzzese, ricordando la vecchia leggenda, che già altrove (a. c. 115t) aveva riportata sulla fede del Villani stesso (L. II, cap. I), invece delle parole testè riferite scrisse: " Molti dicono che adomandando " li Fiorentine le dicte colompne, prima dai Pisani furono abrus- " sciate, unde perdectono tucto loro belleçça, e perciò recevendo " li Fiorentini così vestite, el nome ch'ebbono infine al tempo di " Totila fu loro rinovellato, unde appellati fuorono Fiorentini " ciechi „ (c. 129t). Ma quanto il nostro amasse di colorire con tinte romanzesche e drammatiche, allorquando gli se ne offriva il destro, la narrazione del Villani, meglio che altrove si vede nel modo ond'egli, pur attenendosi al Villani (L. V. cap. CXXXVII), narra come avvennero gli sponsali del conte Guido con Gualdrada di Bellincion Berti: " Venendo Octo IIIJ imperadore in Firenze, li Fio- " rentini per honorallo feceno tucte loro giovane donne con pulçelle " fanciulle vestite e adobate (1) ballarli inançi infine a sancta Repa- " rata. Ma qui el decto Octo imperadore pose grande amore a la " dicta madonna Gualdrada per la più singulare e di belleçça e

(1) Il cod. *vestiti e adobati*.

" di piacevoleçça. Meser Bellincione suo padre, vedendo che lo
" imperadore forte la (1) remirava, sì come cavalieri cavallaresco
" e liberale disse a lo 'mperadore che voleva che la filglia li par-
" lasse. E chiamata a sè la dicta pulçella, a liei parlò e disse:
" Cara filglia, al signore del mondo volglio che ti lasscie bas-
" sciare. Gualdrada, astuta e saggia, rispose: Caro mi' padre e
" signore, giamai homo vivente questo farebbe se sposata prima
" da lui non fosse. De la qual risposta lo 'mperadore molto la
" lodò con tucti li sui baroni. E dicese che [se] 'l dicto Octo Im-
" peradore non avesse avuto el legame del matrimonio che se
" l'avebbe tolta per molglie. Ma alora (2) chiamò el conte Guido
" vecchio, e a lui disse che mirasse se Gualdrada li (3) piacea:
" quegli rispose che molto. Alora di conselglio del dicto Impe-
" radore el conte Guido la se prese (4) in molglie " (c. 132t).

Non è raro il caso che la materia del Villani abbia subìto nella nostra redazione delle trasposizioni: ad esempio, nel terzo capitolo del conto 36 troviamo quasi tutta la storia dei Conti Guidi, che nel Villani non si riscontra nel corrispondente capitolo I del Libro IV, ma nel capitolo 37 del Libro V. Viceversa, il capitolo quarto del Libro II del Villani, in cui si parla della dominazione dei Goti in Italia, corrisponde bensì al capitolo quarto del conto 34 del nostro testo, ma in questo non troviamo la fine di quello, che tratta della nascita di Merlino e della origine della Tavola Rotonda, il quale argomento vediamo invece narrato in modo diverso nel capitolo dodicesimo del conto 32. (c. 113t).

Anche in questa parte dell' opera derivata dal Villani non mancano gli errori, dovuti certo non al redattore, bensì allo scrittore del nostro codice o a quello della trascrizione da cui esso derivò: nuova prova, se pur ne bisognassimo, che non è l'originale, ma una copia (5).

(1) Il cod. *lo.*
(2) " *alarora.*
(3) " *la.*
(4) " *pose.*
(5) Eccone qualche esempio. Il Villani, parlando di Teodorico, dice che sposò la figliuola del re di Francia, " che Lottieri figliuolo di Clovis ebbe nome: lo scrittore del nostro codice, invece: " el quale Crovius

Non occorre avvertire che quanto abbiamo detto ora relativamente ai rapporti tra il Villani e il nostro codice fiorentino vale anche per il codice Chietino-Parigino, con la sola differenza che gli errori abbondano maggiormente in quest'ultimo: non è però raro il caso che sbaglino entrambi in modo diverso l'uno dall'altro, ora omettendo qualche parola, ora fraintendendo il testo ognuno per conto proprio (1). Il passo seguente, che riportiamo nelle tre diverse lezioni dal Villani, dal codice fiorentino e dal Chietino-parigino, gioverà a mostrare insieme come talora il testo del Villani riapparisca suntèggiato nella redazione abruzzese, e come le omissioni di parole si riscontrino quando nell'uno e quando nell'altro dei nostri due codici.

Villani L. V. capitolo XXXVIII.	Cod. Fiorentino (c. 133v)	Cod. Chietino-Parigino (c. 100r).
Questa morte di messer Buondelmonte fu la cagione e cominciamento delle maledette parti guelfa e ghibellina in Firenze, con tuttochè dinanzi assai erano le sette tra nobili cittadini e le dette parti, per cagione delle brighe e questioni dalla Chiesa allo 'mperio; ma per la	Già erano le decte parti venute in Italia per le gran guerre ch'erano usute (*sic*) fra 'l papa e lo 'mperio apellati fuorono Ghibellini (*sic*) però che li dicti imperadori di Bavera che fuoron in quel tempo favoreggiarono la decta setta o volete parte. Coloro che se acostaro-	Già erano le dicte parte venute in Italia per grande guerre ch'era facte infra lo papa et lo imperio. Quilly che sequetavano lo imperio appellaty fon gebelliny perzò che li dicty imperadury de bavera che fone in quello tempo faguriavano la decta secta o volete parte, et

ebbe nome „. Questi non capisce il nome Belisario, e scrive sempre *Beluziano*; come altrove *parte* in luogo di *patrice* (patrizio), e *in segratia* invece di *in disgratia* (113v) ecc.

(1) Vill. L. VI. c. I: “ fece il parco dell'uccellagione „; cod. fior., c. 133v: “ fece el palco dell'uccellaggione „; cod. Chiet. Par. c. 100r: “ fece lo palaczo daucelione. Vill. id.: “ ovvero che Iddio il permettesse per giudizio divino „; cod. Fior.: “ fusse per misse divina e divino giuditio „; cod. Chiet.-Par.: “ fusse per visione e divino judicio „. Vill. id.: “ fece fare il castello di Prato „; cod. Fior.: “ fece fare in prato lo castello de lo 'mperadore „; cod. Chiet.-Par. “ fece fare uno prato et lo castello de lo imperadore „. Vill. VI. cap. II: “ rammezzerebbono loro la via „; cod. Fior. (c. 134v): “ ameccarebbono loro la vita „; cod. Chiet.-Par. (c. 100v): “ amaczarano la loro la via „ ecc.

morte del detto messer Buondelmonte, tutti i legnaggi de' nobili e altri cittadini di Firenze se ne partiro, e chi tenne co' Buondelmonti che presono la parte guelfa e furonne capo, e chi con gli Uberti che furono capo de' ghibellini, onde alla nostra città seguì molto di male e ruina, come inanzi farò menzione; e mai non si crede che abbia fine, se Iddio nol termina. E bene mostra che 'l nemico dell'umana generazione per le peccate de' Fiorentini avesse podere nell' idolo di Marti, che' fiorentini pagani anticamente adoravano, che appiè della sua figura si commise sì fatto 'micidio. onde tanto male è seguito alla città di Firenze. I maledetti nomi di parte guelfa e ghibellina si dice che si criarono prima in Alamagna, per cagione che due grandi baroni di là aveano guerra insieme, e aveano ciascuno uno forte castello l'uno incontro all'altro, che l'uno avea nome Guelfo e l'altro Ghibellino, e durò tanto la guerra, che tutti gli Alamanni se ne partiro, e l'uno tenne l'una parte, e l'altro l'altra; e eziandio infino in corte di Roma ne venne la questione, e tutta la corte ne prese parte, e l'una parte si chiamava quella di Guelfo, e l'altra quella di Ghibellino: e così rimasero in Italia i detti nomi.

no ala chiesa appellati fuorono Gelfi. Qneste sette erano pregne in Firençe che non s'erano scoperte. Ma per la morte di Messer buon del monte le dicti setti e parti se scopersono. Questi che tennaro coi buondelmonti servitori erano de sancta chiesa e però appellati fuorono Gelfi. E quelli che fuorono lieti della morte de messer buondelmonte appellati fuorono Ghibellini.

quelloro che sse accostavano ala Ecclesia appellaty fone guelfi. Queste secte era plene in Fiorenza che non se era scoperte. Ma per la morte de missere bono de lo monte le decte secte o parte se scopersero. Quisti che tende con missere bono de monte servidury era de la sancta Ecclesia, et perzò appellaty fone gelfi, et quilly de la morte (*sic*) de missere bono de lo monte appellati fone gebelliny.

L' inserzione di una così notevole parte della Cronaca del Villani è, per ogni rispetto, la novità più importante che presenti la nostra redazione; ma certo non trascurabili sono pure le altre aggiunte che ora rassegneremo. Alcune, al pari di quelle tolte dal Villani, sono di materia storica; altre di materia romanzesca. E al Villani ci richiama altresì la chiusa del capitolo VIII del conto 21 bis, ov' è narrata la morte di Catilina: perchè, non solo dagli ultimi periodi della Catilinaria di Sallustio attinse il nostro redattore, com'egli stesso ci avverte, bensì anche dal Villani stesso (L. I, cap. XXII e XXIII). Ma, a prescindere dai capitoletti in cui assai più diffusamente che non in Armannino si parla degli

uffici e degli ufficiali di Roma, e da oltre minori inserzioni, l'aggiunta storica più notevole, dopo quella del Villani, resta sempre la finale già ricordata, sulla sorte degli ultimi Svevi; la quale schiettamente ci rivela l'intento politico del guelfissimo redattore (non per nulla predilesse tanto il Villani) nell'arricchire l'opera di Armannino, che, così rammodernata, dovè godere molta fortuna tra i guelfi d'Italia, come ci attestano le sue numerose propaggini. Il testo di queste ultime pagine proviene sicuramente dal *Chronicon* di Pipino (1), il quale, com'è noto, seguì assai dappresso l'*Historia* di Riccobaldo da Ferrara (2): che dal primo, anzichè dall'altro abbia il nostro redattore ricavato la narrazione di quegli avvenimenti è prova sicura il fatto, che in quello si trova la leggenda di Nicola Pesce, mancante nell'*Historia* di Riccobaldo. Questi asserì di avere udito il racconto della battaglia di Tagliacozzo e della fine di Corradino da Giovanni Giudice di Reggio d'Emilia, amico di Guido da Suzzara (3) che fu testimonio di quei fatti. Tuttavia nè Riccobaldo nè Pipino, che pur dice di avere attinto anche ad altre fonti, accennano all'ambasceria mandata da Carlo d'Angiò al papa Clemente IV per decidere della sorte di Corradino e alla allegorica risposta di questo, che deriva manifestamente dalla notissima leggenda romana.

Toscane e bolognesi sono dunque le fonti delle principali aggiunte della nostra redazione: indizio manifesto che il suo autore, il quale voleva diffonderne la conoscenza negli Abruzzi, la mise insieme nell'Emilia, e assai probabilmente nella città stessa di Armannino, non già in Toscana, perchè altrimenti, come abbiamo notato, egli, giunto al 1240, non avrebbe lasciato da parte il Villani per attenersi al monaco bolognese.

Assai più brevi sono le altre numerose aggiunte ond'egli volle indulgere al gusto e alla coltura del tempo suo. Se tolse dal poema di Achille e dal Trojano del Da Montechiello il lamento di Ettore, o meglio la descrizione dei suoi funerali, ciò fu perchè allora erano assai graditi simili pianti poetici, fossero essi

---

(1) *Muratori*, RR. II. SS., IX, col. 660 e sgg.

(2) Op. e vol. cit., col. 132 e sgg.

(3) In proposito di questo giureconsulto cfr. Jo, A. Fabricii *Bibliotheca Latina Mediae et infimae latinitatis* (Firenze, 1858), vol. II, p. 127.

scritti in lode di illustri contemporanei, o, come in questo caso, di antichi eroi, dagli uomini del Medioevo considerati alla stregua di quelli (1).

E di nuovi racconti leggendarî il redattore arricchì i capitoli in cui Armannino accenna ai segni precursori delle grandi battaglie tra Cesare e Pompeo (2) e al pronostico che trassero gli indovini dal taglio della selva sacra presso Marsiglia ordinato da Cesare. È più che probabile che egli conoscesse ciò che in proposito di questa selva dice Lucano (Libro III, v. 393 e segg.), o nell'originale, o nella versione trecentesca (3), ma certo nei particolari e nella conclusione il racconto suo è diverso da quello del poeta latino; e del pari, mentre questi non fa parola dei segni precursori delle battaglie fra Cesare e Pompeo, accenna invece ad altri che apparirono in Tessaglia il giorno del combattimento (4), i quali non corrispondono a quelli che leggiamo nel nostro testo. Ignota ci è pure la fonte di un'altra leggenda quivi inserita, senza che corra alcun nesso tra ciò che precede e ciò che segue, relativa alla conversione dei Sassoni (5); mentre alle notissime leggende virgiliane si ricollega l' accenno alla fama di Virgilio, che chiude il capitolo VIII del conto 32.°

---

(1) Riprodurremo anche il lamento di Ettore, sebbene già pubblicato dal Mazzatinti, soprattutto perchè si notino le principali diversità che corrono tra il nostro testo e quello dei due poemi onde fu tolto e dei quali il Mazzatinti non fa cenno. Per il poema d' Achille e per il Trojano e le sue fonti si cfr. GORRA, *Testi ined. di Storia Trojana*, p. 278 e segg., e G. PARDI, *Sulla vita e gli scritti di D. da Montichello* in *Bollett. Senese di St. Patria*, vol. III, 1896, p. 40. Secondo il Pardi, il da Montechiello, nato probabilmente verso il terzo o quarto decennio del sec. XIV, scrisse il suo poema dopo il 1367.

(2) Cfr. E. G. PARODI, *Le Storie di Cesare* in *Studi di Filologia Romanza*, IV, 446 segg.

(3) Cfr. *I fatti di Cesare* a cura di L. Banchi (Bologna, 1863), p. 122 e segg.

(4) L. VII, v. 161 e segg., e *I fatti di Cesare* cit. p. 201.

(5) La cercammo invano nella *Leggenda aurea*, nel *Dialogus miraculorum* del Cesario, nei *Gesta Romanorum*, negli *Exempla* di J. de Vitry ed. da J. Greven (Heidelberg. 1914), nel *Liber de Miraculis* di Johannes Monachus ed. da P. M. HUBER (Heidelberg, 1913) e nelle *Deutsche Sagen* dei fratelli GRIMM (München und Leipzig, bei G. Müller, s. a. voll. 2), ove non mancano altre leggende sui Sassoni.

Più cavalleresca che storica è la materia dei tre capitoletti che parlano dei duci, dei re e della nobiltà dell'Impero; e tutta romanzesca è naturalmente la breve postilla accennante a Galasso, con la quale il redattore chiude i capitoletti in cui Armannino, movendo forse dal Villani, parla dell'origine della cavalleria. Ma ben più notevole è per questo rispetto il racconto della morte di Annibale, da lui attribuito a Tito Livio, e che riferisce dopo quello di Armannino. Non occorre dire che tale fonte è del tutto fantastica, e che quel racconto non si riscontra nè in Cornelio Nipote, nè in Giustino, nè in Paolo Orosio, nè in Floro, nè in Aurelio. Tutti questi, parlando della morte di Annibale, accennano bensì, come il nostro, al suo avvelenamento, e Cornelio più particolarmente degli altri dice: " memor pristinarum virtutum venemun, quod semper secum habere consuerat, sumpsit „ (XXXII, 12); ma il particolare che il veleno fosse racchiuso nell'anello (che è motivo leggendario, derivato certo da un'antica usanza frequentissima nel Medio Evo), si legge solo nel Petrarca: " veneno raptim hausto, quod more regio ad fortunae varios casus sub gemma annuli inclusum gestabat, interiit (1).

È sempre desiderata la stampa della Fiorita di Armannino, che noi con questa modesta contribuzione alla storia della fortuna da essa goduta nel secolo stesso in che fu scritta, vorremmo poter affrettare. E poichè l'invocato editore dovrà necessariamente attenersi ai manoscritti che ne riproducono il testo originale, noi daremo qui in luce tutte le parti aggiunte (fatta eccezione, com'è naturale, dei capitoli del Villani), togliendole dal nostro codice fiorentino, il quale più fedelmente del Chietino-Parigino riproduce l'originale redazione abruzzese. Per alcuni capitoli, dei quali, essendo ora sospeso il prestito dei manoscritti, potemmo procurarci la riproduzione fotografica, daremo altresì le varianti del codice parigino, con lo scopo principale di mostrare di quante più forme abruzzesi sia ricco il codice scritto a Chieti in confronto del nostro.

---

(1) *Vite degli uomini illustri* in *Collez. di opere ined. e rare,* Bologna, 1874, p. 454 e seg. Si noti come il trascrittore chietino abbia a questo luogo curiosamente travisato il testo, in modo che Annibale, anzichè avvelenarsi, si sarebbe strozzato (v. p. 44).

A questa nostra riproduzione delle parti aggiunte faremo precedere alcuni capitoletti della prima parte della Fiorita nella triplice lezione del codice Magliabechiano II, III, 136, che con ogni probabilità rappresenta il testo autentico di Armannino, (con le principali varianti dell' analogo codice Laurenziano Gaddiano 95), del nostro fiorentino 444 N. A., e del Chietino-Parigino (1), affinchè si veda a traverso quali e quante varietà formali sia in breve tempo passato il testo originale della Fiorita.

Chiuderà quest' appendice la breve cronachetta sveva che il redattor abruzzese riportò nelle ultime pagine della sua opera; nella quale non mancano i soliti adornamenti drammatici e leggendarî: notevoli tra questi, due vecchie leggende: quella, notissima, di Nicola Pesce (2); l'altra, della prolifica donna aquilana, che non si legge nè in Pipino nè in Riccobaldo, e che, a quanto noi sappiamo, è sconosciuta (3). Aquila, mi avverte cortesemente il prof. V. de Bartholomaeis, a' tempi di Federico II non esi-

---

(1) Questi capitoletti furono pubblicati anche dal Mazzatinti come saggio del cod. Chietino-Parigino, ma qui si leggeranno in una riproduzione più accurata, a merito dell'illustre cav. Leon Dorez, che collazionò per noi la stampa del Mazzatinti sul codice stesso.

(2) Cfr. B. Croce in *Basile*, III, 7 e VI, 1, e ora in *Storie e leggende napoletane* (Bari, Laterza, 1919, p. 266 e segg.; A. Graf in *Giornale stor. d. lett. it.*, VI, 273 e segg.; Gossvin Frenken, *Die exempla des Iacob von Vitry* (München, 1914, 149 n.). In questa nota relativa al breve racconto che il de Vitry fa dell'uomo marino, è ricordato, tra gli altri scritti in cui si parla di questa leggenda, quello del Pitrè, inserito nella *Raccolta di studi dedicata ad A. D'Ancona*, pp. 445-455, ma non si citano del Pitrè stesso gli *Studî di leggende popolari in Sicilia* (Torino, Clauser, 1904). pp. 1-173, dove si può avere notizia di tutta la letteratura su Nicolò Pesce.

Il racconto che si legge nel nostro codice deriva, come dicemmo, da quello del bolognese Francesco Pipino (Muratori, op. e vol. cit. 669); con questa notevole differenza però, che mentre da questo e, prima di lui, dal Salimbene l'invito a raccogliere la coppa nel fondo del mare è attribuito a Federico II, dal nostro redattore è riferito invece a re Enzo: nuovo indizio del fatto che la leggenda, certamente anteriore a Federico II, si legò successivamente al nome di varî principi.

(3) Ci fu in Aquila, mi comunica sempre il prof. De Bartholomaeis, una celebre famiglia Porcinari. la quale, secondo una tradizione, traeva il nome da ciò, che una donna di quella famiglia aveva messo al mondo sette figliuoli, tutti in una volta.

steva: chè fu fondata nel 1254, e, solo più tardi, se ne attribuì a lui la fondazione: ciò spiega perchè gli fosse pure attribuita la protezione di tutta la numerosa famiglia di quella donna. Se non mancano negli Abruzzi e altrove le leggende delle donne prolifiche, in questa nostra vediamo accoppiata anche l'altra della particolare protezione che i più potenti sovrani, da Federico II, se non anche più in sù, a Napoleone I, avrebbero accordato ad esse.

Firenze 31 Maggio 1918.

A. MEDIN.

Codice Magliabechiano II. III. 136

[c. 141] Giunti sono nel tribulato luogo da lato destro di quella gran via. Erano paduli d'acqua puççolente e più calda che fuocho arçente, lo quale fuoco flegeton si chiama, dove demorano li falsi bugiardi che mai non cessano di raportare mençogne da l'uno a l'altro solo per comettere male, onde la gente ne stae in tanto travalglio che non s'atuterà me[n]tre che durerà lo mondo. Quivi Tesifone li singnoreggia, a [1] li suoi ministri li fa rivoltare sotto sopra con grandi forconi, e come li cuochi per cuoccre la carne nelle caldae quando bolle [2] sotto sopra meglio la rivoglano [3] così costoro non cessano di voltare (α). Le lingue di costoro sono sì legate con forti ami e con forti corde che non tragano guay che ssi possano udire, però non può la lor dolgla levarsi per

(α) Ricorda la famosa similitudine dantesca, Inf. XXI, 55-57.

Codice della Nazionale di Firenze N. A. 444.

[c. 74r] *Come andando più oltra per lo'nferno Enea e la Sibilla sopra palludi fetenti trovarono Tesifone.* [Conto XXIV°] C. III.

Gionti sono nel tabulato luogho da laltro destro de quella gran via, dove erano paludi d'acava puççulente, più erano calde che fuoco ardente. Questo ène quel luogho che flegoton se chiama, li quali demorano li falsi bugiardi, li quali non cessano da portare mençogne da l'uno a l'altro sempre commettere male, onde la gente n'è in tanta travalglia. Quive Thesifole loro segnoreggia, a li sui ministri li fa voltaro sotto sopra colli grandi forconi, come li cuoci quanto più bolle la carne nelle gran caldaie alora sotto sopra le volgli, così costoro non cessano de voltare. Le lingue de costoro sono sì legate con forti ami e forte corde che guay non trano nè bene se possono udire, imperò non possono la loro dol-

Codice Chietino-Parigino Ital. 6.

[c. 51 r *b*] Junti sono in delo tribolato locho dalo dato destro da quella grande via dovve era palude de acqua poczolente plu era calda che focho ardente: questo ène quello locho che flegeton se chiama, in dely qual demora li falzi busardy, li quali non cessa de portare menzonge l'uno ad l'autro sempre ad mectere male, unde la gente n'è tanta in travalgia: qua Thesiphone loro sengioria, ali soy ministri li fa voltare socto sopre coli grandi forchuny, como la schiuma quando bolle in dela grande callara allora socto sopra la volve, cusì questo no cessa de voltare le lengue de questoro, cusì sono ligaty co sì forte ligamy et corde che guay non tranno che bene se pocza odire, et in perzò non posano la loro dolgia levare per li loro lamenty li qualy tenere conviene, loro pena assay plu la molesta: da l'autro lato dela via era la padule nera et oscura, lacho d'acqua plu freda

li gridi ch'a lloro ritenere conviene, onde la loro pena assai più li molesta. Da lato manco della gran via era lo padule nera e scura, la cui acqua è molto più fredda che 'l giaccio quando egli è più gelato. Questo è quel luogo che si chiama stige dove dimorano li ghiottoni goditori [4] che non voglano durare faticha per acuistare piregio e valore, ma solo colli più [5] grassi volglano stare et usare per impersi lo ventre e per inganarli. [6] Questi cotali stanno dentro [7] nella fredda acqua la quale rafredda loro tanto il cuore e 'l ve[n]tre che dentro nè di fuory possano frizzare; la loro sete smisurata conviene che si tolgano con quella fredda acqua. E quando tragano fuori la bocchà o il capo, quivy le ceraste d' intorno a lloro sono e a loro capelli che tutti sono serpenti e fannoli rietrare sotto colli morsi et molestia che fanno loro. [8]

Ora sono giunti a l'altro giro, no che a quello apressare si possono ma stanno di luggi [9] (*sic*) per vedere. Questo è castello di gran forteççа murato dintorno di mura di ferro tutto cer-

glia levare per loro lamenti quali tenere convenghono, unde loro pena assai più le molesta. Da l'altro lato de la via era la palude nera e oscura, la cui acqua ène più fredda che ghyaccio quan è più gelato. Quivi demorano li ghioctoni, ghoditori, li quali fadiga durare non volgliono, ma sono altrui furando grassi volgliono stare. Questi tali fanno sobolçati nella fredda acqua, questi stanno dentro per fino ala bocha. Quivi le ceraste sono intorno con capilgli che sono tucti serpenti e sopra loro li gectano, ma pocho de loro morsi se curano, tanto da altre magior pene molestati sono.

Come passando più oltra li doi compagni trovarono un castello dove da l'ira de dio Minos tormentato era C. V.

Gionti sono nel tribolato giro, non che apressemare a quel se possano, ma da lungi stanno per vedere. Questo è el castello de la grande forteçça murato intorno de mura de ferro per

che glaczo quando plu è gelato: qua demora li giuctuny godituri li qualy fatiga durare non vole, ma solo ad altruy furando grassi vole stare: quisti cotaly stanno soppoczati in dela frigida acqua quisti ze stanno perfine ala bocca: qua le cerestre sono intorno con capelly che so tucty serpenty et sopre loro li gectano, ma pocho de loro morsi curano, tante de l' autre maiure pene molestati sono nocte et iorno.

Junty so in delo tribolato lito, non che appressemare gesse pocza, da delonga stane uno per vedere: questo castello de grande fortecza et murato intorno de mura de ferro per tucto

chiato dintorno d'uno fiume di fuocho, lo quale pare correre più ysnello e più forte che non fa nave nella maggiore corrente. Una tal trobba [10] s'ode in quel fuocho, che l'altre voci tutte fa quetare. Nel meçço del castello è una grande torre tutta murata d'andanicho fino et perfino al cielo è lunga la sua cima: per meçço di quella viene l'ira di dio yn coloro che quivi sono rinchiusi; di fuory d'essa s'ode tale romore di botti e [11] di percosse, di catene che fa tremare tutto que luogo yntorno intorno. Qui sta Minos colla sua prava ragione e domanda di tutti li fatty: chi non glile dicti [12] gle fa confessare con grandi suoi guay e pene. A questo luogo non vanno li meççani nè li minory per torre la lor paga, ma quivy vengano li grandi peccatory li quali per niente ebeno Iddio et li suoy santi e li quali paregiare [13] si credetteno a lluy per loro tesory, e per loro tirannie huominy sottomisseno non per loro aiuto o difesa alli loro bisogny, ma solamente per tenelli y servitude et per trarre loro yl sangue, lo qual poi che

tucto intorno cerchiato de cocente fuocho; una tale tromba esscie de quel fuocho, che tucti l'altre voci fa quetare. Nel meçço del castello ène una gran torre murata de andanico fino, perfine al cielo longha è la sua cima. Per lo meçço di quella vene l'ira de dio in coloro che quivi sono rechiuse; de fuore d'essa s'ode tale remore de bocte e de percosse, de catene che tucto fa tremare quel luogho. Quive sta Minos con sua prava rasgione, dimanda de tucti gli affari, e con sue gran pene conviene che da lui se confessono.

A questo luogo non vanno li meççani nè li menori, ma quivi acapitano li gran peccatori, li quali per niente ebbero dio e li suoi sancti, credendose a lui pareggiare per loro avere e loro tyrannegiare, prendendo parti e mectendo el mondo a tale squarcio che sença grandi affanni vivere non se potia.

intorno circundato da cocente focho che tucty l'autri vocy fane adquetare: in delo meso delo castello ène una grande torre tucta murata de indanico fino, perfine alo celo ène longa la sua cima, per lo meso de quella vene l'ira de deo in quelloro che quy so reqiusi; de fore da essa se ode tale remore et de percosse de catene che tucto fane tremare quello locho: qua stane Minos con sua prava rasone, demanda tucty laffare cose grande pene commere (?) che da luy se confessa: ad questo locho non vane ly mezany nè ly menury, ma qua accapetano li grandi peccaturi, li qualy per niente abe deo et li soy sancti, credendose ad lui appariare per loro avere e per lo tyrandiare pilgiando parte et mectendo lo mondo in desquarto, che senza grandi affandy vivere non se potea.

llo perdano rimangano morti, e parti feceno e misseno nelle province e nelle cittadi per meglio potere tiranegiare di conducerle ynsieme intere e unite, onde misseno lo mondo in tante divisione che tra l'uominy non è caritade nè amistade, la quale tra loro comanda essere lo creatore idio: tra questi sono nascosi li traditory li qualy per fare essere chostoro signory, ànno tradito li loro viciny, li prossimi e chi di loro si fidoe per farssi maggiory. Alle fine pure ne sono distrutti, perchè quelli poi non si fidarono di loro, temendo che non facessino a lloro quello medesimo. Ancora tra questi sono li falsi poltroni li quali feceno leggi [14] et ordinamenti e statuti contro a loro viciny per farsi grandi di potentia maggiory che li altry, e quelle medesime sopra di loro non voleno patire. Quy ancora stanno li falsi yncapucciati li quali ricoprirono le loro falsitadi sotto li loro mantelly e vestimenti, colle loro parolle facendo del falso vero. Quy, brievemente comprendendo, sono tutti quelli che y loro vita may altro cibo non vol-

Ancho qui sono li falsi poltrone tra questi, li quali fecero e disfecero e rifecero leggi e ordinamenti e li statuti contra li loro vicine per farsi grandi e de possa mangiure. Ancho qui stanno li falsi incapucciati, li quali loro falsità compiono co lloro mantellgli e colloro paro fanno el falso vero. Ancor quivi stanno coloro che mai in loro vita altro cibo non volsaro mangiare se non quello che per suo dilecto s'aleggia, ghodere e delectare se volsaro a loro piacere, senza

Ancora quy so li falzi poltruny tra questy fecero et desfecero loro lege et ordenamenty et statuty contra loro vicyny per farese grandi et de possa maiure. Ancora sta qua li falzy incapuczaty, la quale falzetate copreno infra loro mantelly et colo riparo fane lo falzo vero. Ancora qua stane quelloro che may in loro vita altro cevo non volze manzare se non quello che per seo delecto se alege, ad godire et dilectare se volze ad loro placere et senza may compassione oy pietate

seno mangiare nè altro diletto avere se non quello che più piacque loro [15] et quello elesseno nel mondo per loro sommo bene, non credendo che idio fosse. Ora pare loro tanto amaro e forte quello a che sono condotti che llo fiele li è molle e [16] quel grande respetto *(sic)*. Et intorno a quello castello ch'io ti dico volano li spiriti malingny folti e spessi, come le vespe yntorno alli loro cubili [17]; et a l'e[n]trare fanno sì grande pressa che loro medesimy si magangnano ynsieme; tanto ànno la vogla di coloro di quali faccano (*sic*) li gran boccony [18], sugando lo loro sangue et per rompere loro l'ossa et consumare la carne se ll'avesseno. Dentro a quel castello siede cerbero vicaro et maliscalco del grande plutone. Questi fragella li spiriti malingny li quali per fatica no lasciano di fornire quello che bisongna per compiere loro pene. Qui sono le ceraste di tanto spavento e tanto brutte che divisare non basterebbe maestro nè dipintore. E li loro capelli sono tutti serpenti, le loro many sono artigli sì pungenti che subito squarciano ciò che toc-

mai compassione o pietà vissaro. Entorno a questo castello de qual parlo volano li spirti maligni folti e sparsi come vespe. A l'entrare fanno sì gran presscia che loro medesimi se magangniano. Dentro da quel castello sede Cerbaro vicaro del gran plutone: questi flagella li spirti maligni quando per laseçça lassciasaro de non tormentare chi n'è degno. Quivi sono ceraste paurose, quali a vedere la loro laida factione descrivare non se poria. Li loro capelgli tucti sono serpente, li loro mano sono ardilglie sì pungente, come toccano squarciano.

Quive giace Meççera e la Gorgona. Meççera tucti quelle anime racolglie e in bocca de Gorgogna li rivolgli e quelle insieme tucte le devora, poi per lo fesso di giù le gecta. Chi sonno questi, alora disse Enea, che tanto da costoro sono rivolti? Allora disse la Sibilla: questi sono gli 'stinati maledecti che in loro vita mai non finaro de peccare e li loro peccati mai cessare volsaro, ma sempre renovando quel male fare di male in peggio ogni dì venendo. Quive se revolse la Si-

visse: et intorno questo castello delo quale yo parlo volano li spirity malingni fulty et spesso como vespe, alo intrare fane sì grande pressa che loro medesmo se magangia: dentro da quello castello cerbero vicario delo grande plutone, quistuy flagella li spirity maligny quando per lascenza lassasse de non tormentare chi n'è dengio: qui sono cerastre pagurose le quale è laide ad vedere, la sua figura descrivere non se porrea, li loro capilly tucty sono serpenty, li loro many sono artilgy sì pongenty che zò che toccano sy squartano. Qua iace Megera et la gorgona. Megera tucte quelle anime racolgie et in moca de gargona li racolgie et quella tucte insemora le devora, poy per lo sesso iù le gecta. Qui sono queste, allora dice Enea, che tanty de questoro sono revolty? Allora dice la Sebilla: quisti sono li hostinaty in maledicty che in loro vita mai non finano de peccare, et li loro peccati may cessare non volze, ma sempre renovando quello male fare de male in pegio omne di venendo: qua se revolze la sebilia et disse:

cano, e colli piedi corrano sì legieri che dal capo al piè di quel gran castello yn un battere d'occhio conpieno lo lor viaggio. Qui sta megera et la corgona. Megera tutte quelle anime racogle e in bocca di gorgona le rivolge, e quella tutte ynsieme le divora, poi per lo cesso di fuory le ricaccia, et magera quelle ancora le [19] racolgle et in gola di gorgona le ritorna e mai non finano li loro forti braccia yn questo grande travalglio. Chi sono questi, disse Enea, che tanto sono rivolty da costoro? Questi sono, disse la sibilla, li ostinaty corpi maledetti che al mondo non finarono di peccare e li loro peccati mai confessare non voleno, ma sempre rinovando quel mal fare, yn peggio seguendo. Così per simiglante le loro pene rinovandosi rivoltandosi giamai non finano. Qui la sibila si rivolse e disse ad Enea: Assay aviamo veduto delle pene di questo castello, ora torniamo a vedere l'altre cose che s'io avessi lingua di ferro et la lena di borrea fervente non basterebbe a ritrarre le divisate pene di questo luogo; però comincce-

billa e disse: Enea, assai avemo veduto qui, ora andiamo a vedere l'altre pene, che se io avesse la lengua de fero e la força de Sansone non bastaria per retrovare le divisate pene de questo luogho. Presso ànno a gire su per quel camino, lo quale a prendare ghominciaro per andare al disiato luogho dove trovare vuole Anchise e li suoi compagni.

Enea assay avemo veduto qua, ora andemo ad vedere l'autre pene, che se yo avesse la lengua de ferro et la forza de sanzon no vastarea per retrovare le devistate pene de questo locho, per sò àne a gire su per quello camino, lo quale apprendere incomenzano per andare alo desiato locho dove retrovare vole Anchise et li soy compagny.

rono (*sic*) a prendere lo camino che diritto li mena al disiato luogo ove era Anchisse e li suoy compagny.

Giuntti sono a una stretta grotta onde convengano prendere loro viaggio. A ll'e[n]trata di questo mal passo giacea disteso uno grande serpente: quando li vide venire si levoe, aprendo la bocca sua grandissima.[20] Allora la sibilla trasse di sua tasca [21] una grande palla di pece et di vischio sì composta, che, masticandola yl serpente, quello uccise.[22] E in gola lili [23] gittò subitamente: quelli [24] mastricandola cadde e poi s'adormentoe, e dormendo stava disteso quasi come morto fosse. Oltre passarono sençaalcuno istroppio[25], e giu[n]sero ad un grande lago: nel meçço di quello era uno bello colle; pieno era yl colle di molte torry yntorniate d'un forte muro, e 'ntorno al colle erano molte grotte che pareano fucine di fabry, dentro vi si udia grande martellare lo quale tutto lo colle facea tremare. Dimmi, disse Enea, chi sono questi che tal busso fanno? Disse la sibilla: questa è la

Come passando più oltra li doi co[m]pagni trovaro la gran bocca de plutone avendo prima passato el grande serpente. C. vj.

Gionti sono ad uno strecta grotta, onde convene che prendano loro viaggio: a l'entrata de questo mal passo giace steso un grande serpente. Quando le vidde venire, su se levò e aperse la bocca la quale avia sì grande e smesurata che 'n uno bocchone gli avaria devorati, ma la maestra savia e costumata trasse de sua pera una grande pallotta de pece e d'ovescovo sì confecta, che masticando quella lo serpente uccidare convenne contra sua volglia, e 'n gola lili bolgliò tostamente. Quegli cadde masticando, e poi dormio.

Lo serpente dormendo stava steso come morto fosse. Oltre passarono sença alcuno stroppio, e gionti sono ad uno grande lacho. Quive mirando viddaro uno bello colle; nel meçço de questo colle erano molte torri intorniate da un forte muro. Intorno a la greppa del colle erano molte grotte le quali parivano bocche de fornace de fabbri,

Junti sono ad una strecta grocta ove commere (*sic*) che prenda loro viagio. Ala intrata di questo male passo iace desteso uno grande serpente, quando li vede venire su se levò et aperse la bocca, la quale avea sì grande et smesurata che in uno boccone l'avrea devoraty, ma la magistra savia et custumata trasse de sua many una grande pallocta de pece et de vescho sì confectata sy mestecando che lo serpente occidere convien-de contra sua volgia, et in gola gela bocta tostamente: quello cade et mascicando et poy dormio; lo serpente dormendo stava desteso come morto fosse: ultra passano senza alcuno intropido, et iunty fo ad uno grande laco, quyvy mirando vede uno bello colle, in delo meso de questo colle era molte torre intorniate de uno forte muro, ad torno dela ripa delo colle era molty gructy, le quale parea bocche de fornache de fraby, dentro se odiano

roccha di plutone fello, lo quale pelli altori si dice essere idio [26] di questo ynferno ch'aviamo veduto. Quy[?]per luy si partano li uficy tra li spiriti li quali sono suoi ministry, quello che ciascuno de' fare e operare così nel mondo come yn quello ynferno. Quelli che non forniscano li loro affari sono dali altri messi yn quelle grotte, yn quelli fuochi stanno per grande hora, poi sono posti yn su la 'ncudine forte, e li altry tutti sono yntorno colli martelli battendo forte come fosse ferro (α), poi li cacciano fuori dalla fucina, ritornare li fanno a loro mestiery per fornire loro ambasciata. Così gastiga sua famigla quello ydio plutone per fare singnoria. Et esso medesimo tra quelle grandi torry delli [27] suoy ministry riceve disciplina di botti di [28] bastoni e di [29] grande ferite [30], continuo riceve da coloro per penitentia de' suoi peccati. Così Ydio onipotente de' suoi nemici prende sua vendetta co l'uno e [31] co

(α) Ricorda il dantesco: " Le mura mi parea che ferro fosse " (Inf. VIII, 78).

dentro ve s' odia lo grande martellare, el quale tucto el colle tremando resonava. Dime chi sono costoro, disse Enea, che tale busso fanno.

Questa è la rocha de Plutone lo fello, disse la sibilla, lo quali per li Auctori se dice essare dio de questo inferno che veduto avemo. Qui per custui se partino gli offici tra li spirti che sono sui nimici, ma ministri. Quelgli che non forniscono loro affare sono dagli altre messe in quelle grocte, con quelgli fuochi stanno per grande hora e poi posti sono sulli anchudine, e gli altri colli martelli li sono intorno a maççechare sopra di lui, battendo come se fosse ferro. E poi li cacciano fuore de la fucina e ritornare li fanno a loro misteri. Così gastiga quello dio plutone la sua familglia. Così dio omnipotente de li suoi nemici prende sua vendecta che coll' uno e coll' altro punisce e ghastigha.

lo grande martellare, et lo quale tucto lo colle tremavano: dimme qui· so questoro, dice Enea, che tale busso fane: questà è la rocca de plutone lo follo (*sic*), dice la sebilia, lo quale per ly ductury se dice essere deo de questo inferno che veduto avemo qua, per questuy se parte li offitij infra li spiriti che so soy ministry, quilly tegoly (*sic*) che non fornisca seo affare sono da l'autri missy in quella grocte et in quilly fochi stane per grande hora et poy poste sone su'nancudena, et l'autri coli martelly ge sono intorno ad mactiare sopre de lui bacte come se fosse ferro, et poy li cacza for dela focina et retornare li fene ad loro mistero: cusì gastia deo plutone la sua famelgia; cusy deo omnipotente delo seo indemico prende sua viendecta, che quello uno seo inimico l'altro ponisse et gastia.

l'altro punisce e gastiga, e così vedi che quelli che sono ministry dello ynferno sostengnano pena ynsieme, consuma l'uno diavolo l'altro. La quale cosa Ydio promette per li grandi peccaty che feceno alli loro tempi.

Essendo giunto Enea e la sebilla presso a quel lago [32], per passarlo trovaro uno ponte su per quello lago piano, lo quale ritto li mena presso al colle: volendo passara (*sic*) su per quello ponte, una conpagna di spiriti maligni innaççi (*sic*) a lloro sparvero cholle martella yn mano, nudi erano nery e ladi e oribili a vedere; con facce scure cominciavano a dire: chi siete voi che fate tale cammino? Questo è yl vano rengno, sença li corpi mondany li soli spiriti fanno quy loro passo. Distenuty vi conviene venire dinaççi (*sic*) a plutone che manda per voi. Subito rispose la sebilla: corpi aviamo collo spirito misto, passar doviamo sença contraditione, la sacca [33] (*sic*) bolletta qui aviamo che cci conduce di fare questo passo. E disse ad Enea che mostrasse quel ramo lo

Come Enea più oltra passando con Sibilla arivarono a uno ponte al quale con gran fatigha passarono. C. vij.

Esendo gionti Enea con Sibilla presso a quel luogho per volere passare trovarono uno ponte, so pel (*sic*) quel piano lacho, lo quale presso li mena ricto a quel colle. Volendo passare sun quel bello ponte, una co[m]pagnia de spirti maligni, inançi, gli aparve colli martelgli in mano, nudi erano laidi neri e orribele; costoro con oscure facce ghominceno a dire: chi sete voi che tale camino faite? Questo ène el vano regno sença corpi mundani, li soli spirti fanno qui loro dimora. Sostenuti vi conviene de venire qui denante a Plutone che per voi ne manda. Vaccio li respose Sibilla: corpi avemo collo spirito misto, passare dovemo sença contradecto, la bollecta sacra avemo la quale ne concede de fare questo passo, unde ad Enea disse che mostrasse quel ramo che

Essendo junty Enea con sebilia presso ad quello locho per volere passare trovano uno ponte su per quello plano lacho, lo quale ad presso lo menò ricto ad quello colle: volendo passare su per quello bello ponte una conpangia de spiriti malligny innanzi ge appare coly martelly in many et nudy erano laidy et niry et urribili, questoro con obscure facze comenzano a dire: quy sete vuy che tale camino facete? Questo ène lo vano rengio senza corpy mundany li soy spirity fane qua lora (*sic*) dimora; sostenuty quy ve commere (*sic*) de venire quy denanty ad plutone che per vuy ge manda. Tosto respuse la sibilia: corpy avemo co lo spirito missy, passare devemo senza contradecto, la bollecta sacra avemo la quale ge concede de fare questo passo, unde ad Enea

quale sotto yl mantello portava. Poi che llo videno li lasciarono passare a lloro volere. Giunti sono yn capo del ponte oltre la ripa di quello largo fiume overo lago: uno lungho colle qui trovarono; essendo giunti al sommo del suo giogo, quivy prima li aparve lo lume e la chiareçça de luogo beato, e così giu[n]seno nel piano della allegreçça che per miracolo quivy s'afissono. [34] Che fiume, disse Enea, è questo? Disse la sebilla: questo si chiama Letheo pelli altori, della chuy acqua chi è yndengno di berne dimenticare;li fa quello che seppe nel mondo e muta sua prima forma. Enea e sibilla bere non possono dell'acqua santa di quel chiaro fiume, perchè vivi ritornare convengono a quello luogo dove vivi mossero.

Oltre passando lo raggio della luce la quale

sotto el mantello tenia. Poi che viddaro la sacra bollecta, lassciarli passare a loro volere: gionti sono nel capo del ponte oltra la ripa de quel largho fiume overo lagho: uno longo colle qui ànno trovato, essendo gionte al summo del suo giro. In questo luogho gli apparve el lume de la chiareçça del beato luogho: or gionti sono nel piano de l'alegreçça, uno fiume trovano de soma chiareçça li cui ragi molto resplendono che per miracolo quine folti se sono. Che fiume è questo? disse Enea. Questo è el fiume, disse la Sibilla, lo quale per gli autore se chiama Leteo, de la cui acqua chi bere n'è degno scordare se fa quello che nel mondo seppe, mutando sua prima forma. Bevare non possono li doi compagni de l'acqua del sancto fiume, però che nel mondo ritornare vivi volgliano.

Come passando Enea e Sibilla per lo beato luocho trovarono orfeo lo quale li menò ad Anchisse de Ascania C. vij.

Oltra passando la luce col suo raggio, la quale

dixe che mustrasse quello ramo che socto alo mantello tenea: poy che vede la sacra bollecta lassaly passare ad loro volere. Junty fo in delo capo delo ponte ultra la ripa de quello largo locho, flume (*sic*) overo lacho, uno longo colle quy àne trovato; essendo ionti alo sopino delo seo giro in questo locho ge appare et lo lume dela chiarecza delo biato laco (*sic*) ora iunty fo in delo prano (α) de l'alegrecza. Uno flume trovano de summa chiarecza, li qualy ragy multo resblande che per miracolo qua ficty se sono: che flume ène questo? dice Enea: questo ène lo flume, dice la sibilia, lo quale per li ductury se chiama letheo, dela quale acqua quy bevere n'è dengio, scordare se fa quello che in delo mondo sappe, mutando sua prima forma: bevere non pono li duy compangy de l'acqua delo sancto flume, perzò che retornare in delo mondo vole.

Oltra passando la luce colo seo ragio, lo quale

(α) Sembra che la prima mano abbia scritto *prato*, corretto poi in *prano*, ossia ***piano***.

si muove dal beato Eliso fece chiareçça assai maggiore che quella ch'appare per lo chiaro sole quando più luce in questo mondo ove rengnano li peccati. E[n]trati nel diletto del beato Eliso quivy trovarono prati per [35] molte erbe e rose e gigly et fiori d'ongny maniera e albuscelli con soavy frutti e rivy d'acqua tanto chiara e frescha che infino al fondo si vede la chiara [36] (*sic*), la quale tutta monda biancheçça mostra. Canti d'uccelli con dolcy versi quivy s' odano da ongny parte, al chuy suono yl dormire sveglano per lo diletto che muove la mente che a dormire li spiriti conduce. Questo gran prato era pieno di drappelli di santi padri e di pure verginy e di confessory e di martiry beati che volleno giustitia servare e conoscere Ydio quando nel mondo visseuo....

se move dal beato Lyso, feceli chiareçça assaie magiure, che quella ch' apare per lo chiaro sole quando melglio luce nel mondo humano. Da poi che entrati sono in quei dilecti del beato Liso, quive trovano piene de molte erbe rose e altre fiori d'ogni mainera, alborcelli con suavi fructı.

Rivi d' acqua tante chiare e belgli che infine al fondo se vede la chiareçça, la quale sença luna biancheçça demostra. Canti de ucelli con molte versi quivi s' odono da ciascuna parte. Questo grande prato era tutto pieno de sancti padri e di vergeni, di martor confessori e di coloro che volsaro giustitia servare cognoscendo dio fine che vissaro...

se move dalo beato liso, fece la chiarecza assay maiure che quella che apare per lo chiaro sole quando melgio luce in delo mondo humano, et poy che intraty sono in quilli dilecty delo biato liso, qua trovano molto pleno de herbe et rose et altry flury de omne manera et arborelly con sany fructy, rigi d'acqua tanto chiara et bella che infine alo fondo se vede la chiarecza, la quale senza lume bianchecza demustra, tanti 'celly con multy versy quy se odeno da zasca una parte: questo grande prato era tucto pleno de sancti patri, de vergene, de martiri et confessory et de quelloro che volze iustitia observare cognoscendo deo mintra che visse.....

[Varianti del codice Laurenziano Gaddiano 95]. 1 e, 2 più bolle, 3 rivoltano, 4 traditori, 5 l'altrui furando, 6 e migliori parere per ingannare gli altri, 7 soppozati, 8 frizzare questi stanno dentro infino a la bocca sete ànno smisurata et bere loro conviene quella acqua salata e ghiacciata. Quivi ànno le cirigie intorno et quando le vogliono pigliare quelli serpenti che tanti ànno sopra al capo adosso li si gitano et molto crudelmente li mordono ma di quelli morsi non molto si curano tanto sono molestati dagli altri guai li quali sostenere convengono; 9 lungi, 10 tonba (il Laurenziano Pl. LXII, 12, frembra, e il Lau-

El lamento de Hector Barone e chavaliere pregiato sopragnialtro [Conto 17, cap. VIII, c. 66r].

O gloriosa pura e sancta madre
del tuo figliuolo beato, re de gloria,
di quilla gratia che te spirò el padre
nel pecto mio spira mia memoria.
de rime gratiose e legiadre,
colle quali io radorne quista storia
con proferire in modo sì piatoso
quanto rechiede l'affar sì doloroso. (1)

Hector, Hectore, de', quanto dolore
recasti in Troya solo da te mesino, (2)
però ch'un corpo di tanto valore
non fo al mondo innanzi cristianesmo:
de quisto, gente, non prendere errore,
che se aùto avesse Hector batismo
egli avançava ogni cor valoroso,
tanto in virtù fo sperto e gratioso.

Dice Virgilio qui inn alcuna parte
de quista storia reprendendo Achille:
Acchille, Acchille, malannaggia quil'arte
che te ensegnò chyrone en quille ville

---

renz. Pl. LXXXIX inf. 50, frombra), 11 romore et busso, 12 domanda ciascuno di tutti l'afare chi non gliele dice, 13 aparretiare, 14 feciono disfecino at rifeciono leggi, 15 se non che si facevano licito quello a loro piaceva, 16 fiele è dolce come miele a quel, 17 intorno al mele, 18 voglia del mangiare che fanno talli bocconi, 19 ancora quelle rivolgie et le, 20 bocca la quale avea sì grande e sì smisurata che in un boccone gli avrebbe divorati, 21 sacchetta (gli altri due Laurenziani cit., pera), 22 il serpente quella rinchiudere si convenne contro sua voglia, 23 lila, 24 quella, 25 storpio, 26 imperadore, 27 dalli 28 di busse con, 29 con, 30 ferri, 31 vendetta che l'uno col'altro, 32 luogo, 33 sacra, 34 allegreçça. Uno fiume trovarono di somma chiarezza il quale da li suoi raggi rende tal vaghezza che per mirarlo qui sono arrestati, 33 di; 36 vede sua chiareçça: *le parole seguenti fino al punto mancano.*

(1) Nel *Trojano* seguono dieci ottave, che mancano anche nell'*Achille,* perchè non fanno parte del lamento.

(2) Negli altri poemi: *medesimo.*

dove studiaste e adorasti Marte,
e la tua madre fo de le sibille:
el malitioso corpo de gran pondo
anciso ([1]) el fior dei cavalieri del Mondo.

Or morto Hector fo rechato in Troya
sí come el vero in prosa disse,
e i citadini pasar con gran noia
la nocte con dolore e i piante afissi,
e sopra lui gridando, et par che moia,
piangendo stava lo baron Paris[si]
e sí dicea stridendo di dolore:
chi me t'à morto, fratello e mi' segnore?

Nel doloroso pianto dicea quelgli:
ch'à' facto, Acchille, del sangue troyano
che tu sì crudelemente le divelli ([2])
e tre figliuoli ài morti a Re Priamo?
Straciavasi li soi bionde capelli
e percotiese el viso colla mano
e pianghon forte del pianto infinito, ([3])
cadde sul corpo de Hector trasmortito. ([4])

Era già el sole nell'oriente acceso
e d'ogni parte el giorno saettava,
el popolo era al pianto tanto ateso
che 'l pianto loro per l'aire resonava.
Paris stava sopra Hector desteso
per morto quasi e niuno ellevava: ([5])
li sacerdoti e preite dei loro tempie
parien piangendo de dolore stempi ([6]).

---

(1) Nell'*Achille: uccise.*

(2) Nel *Trojano: gli diville*, ma è da leggersi: *lo divelli.*

(3) Nel *Trojano: Con pianto sença numero infinito.*

(4) Quest'ottava manca nell'*Achille.*

(5) Nel *Trojano: e non si vilevava.*

(6) Nell'*Achille: sciempi.* Nel *Trojano* questo verso si legge così: *Presero Paris con dolorosi esempri.*

Quivi era al Re Priano adolorato,
chiamando Hector di Troyani specchio,
dicendo: figliuol mio, dove ài lassato
la madre trista con tuo padre vecchio?
Volgea el viso tucto traficto;
spesso se volta, ma pur a lo specchio
stracciavase li ricchi vestimenti
e tucti li regale adornamenti.

E dicea al popolo: dove è Hector vostro,
dove la força, dove el grande ardire,
dove è el valoroso campione vostro
ch'à facto Greci già tanti morire?
Chi ce defenderà de fuore del chiostro?
In quisto el popolo incominciò a frenire
con uno tuono sì forte de pianto
che tutto el mondo li pareva afranto.

Chi non sarebbe de dolor confuso
vedendo gente de tanti rasgione
piangere dolente più ch'al moderno uso,
giovani e vecchi, polçelle e garçone
graffiatesi ei visi e stracciates in giuso [1]
li drappi in dosso ai re, concti e baroni!
Finestre e porte in Troya stan serrate
e le pulçelle e donne scapelgliate.

Troylo si stava da llato sinistro
e socto al collo li tenea al braccio,
piangendo sentia dolor alpresto [2]
e cor freddo li se facea più che ghiaccio;
el viso percotease collo dextro,
chiamava Hector, dicea: come faccio?
diteme, caro fratello, signore e scire,
e basciarolo con piante e con susspire.

(1) Nel *Trojano: Grafficano el viso e stracciando allongiuso.*
(2) Nel *Trojano: alpesstro.*

Derieto li venia infinita gente,
con assai Re, duci, concti e barone,
ciasscuno piangea dolorosamente
con molti spaventevolli dolore,
ma sopra tucti Enea dicea sovente:
caro congionto, dove ci abandoni,
o securtà di Troya, lume e honore,
dove ce lassi, caro mio segnore? (1)

E portallo trecento cavaliere
e posallo ben tucto deschoperto:
dirieto o lui avia mille doppiere
acesi; e quisto aggiate (2) per lo certo:
erano trecento gran destrieri
de l'armi del baron ciasscun cuperto,
trecento armadure e tanti scudi
gieno a retrorso con susspiri crudi.

Già reclinava terça la mactina
quando Hector fo messo in un dovasgio,
vestito a drappi e porpora alençandrina (3)
e posto a piè de lo real palasgio
dove piangeva l'angosciosa regina
con mille donne piene di desiasgio,
con acti di dolore (4) vestite a nero,
scapegliate, con dolore intero.

Ora aconciato l'uno e l'altro pianto
de le donne le strida dei segnori,
se 'l cielo fosse alto ancor ben sei tanto
e i guai usciti (5) la metà menori,

---

(1) Nell'*Achille* questa e la seguente ottava sono posposte alla tredicesima.

(2) Nel *Trojano: questo abbiate.*

(3) Negli altri due poemi: *alessandrina.*

(4) Nell'*Achille: di piatà.*

(5) Il nostro codice ha *usuti*. Questo e il verso seguente nel *Trojano* si leggono così: *E guai fussero la metà memori Sí si doveva udire in in alcun canto.*

sì sse vedono udir da ogni lato
li loro spaventevoli dolori,
però che ne tremaron l' ugelli per l' are
e i pisci che notavano per mare.

Quivi basciava Eccuba el viso e 'l ciglio
al suo caro figliuolo che giacea morto,
de sangue se facea el viso vermelglio,
dicendo: morte, tu m'ài facto torto!
chiamavalo per nome, e dicea: — figlio,
non me responde tu, bel gilglio d'orto?
io son la tua dolorosa madre
cui lassi trista col tuo vecchio padre.

Più non me parle mai, caro figliuolo,
che me solevi dare tanta baldança;
de la tua força tremava lo stuolo
dei Greci, e la lor fiera possanza:
ora sei morto, unde io sento tal duolo
che de tristitia ogni altra dolgla avança:
o figliolo mio, non terrà mai corona
del padre tuo la tua bella persona! —

La sposa sua, fra l'altre sventurosa, (1)
dicea piangendo: — segnor mio, Hector[re],
dovi me lassi in sì vita penosa! —
Con questo si volea la vita torre,
chiamando: — morte rea ed anghosciosa,
comme podesti tal vita disporre?
Tu ài in uno corpo tante vite morte
quante ne chiude Troya dentro alle porte. —

Ella se fe' arecare ambo ei figliuogli
e posoli sul pecto de lor padre;
e dicea: — patre, che abracciar li suoli
quando tratto t'avine tu' armi legiadre,
ora li lasci in anghosciosci duoli,

(1) Negli altri due poemi: *dolorosa*.

nello rengno (1) affricto, ala misera madre:
tanpina me, ch' io el te predisse
quella mactina innançi che morisse (2)! —

Casandra li stava da lato, (3)
che in quillo tempo fo savia sibilla,
molti denançi avea profetiççato
de la destruction de Troya, la gran villa:
ella piangea col viso adolorato,
le lagreme degli occhi giù destilla
con tali susspiri e dolorosi verbi,
erano, chi l' udia, piatosi acerbi.

Stracciavasi li honesti vestimenti,
dicendo: — fratel mio, me valse pocho,
però che doppo agli ammaestramenti (4)
da lui 'spirata dissi in quisto luocho;
reparar non volesti agli acedente, (5)
onde convene in Troya fiamma e fuocho
quando più força tua persona avea:
quel ch' ora veggio allora me vedea. —

Piangea la veççosa Poliçena
chiamandose fra l'altre esventurata,
e sì dicea a la Reina Helèna:
— donna, per noi ello (6) mal ponto fosti nata! —
Per lo dolore li tremava ogni vena,
la porpora de l' oro avea squarciata,
chiamando Hector, el quale in sempiterno
no lli responde, ch' era già ninferno. (7)

— Or chi contrasstarà li greci omay,
dicea piangendo, o francho cavalieri:

---

(1) Negli altri due poemi: *in grembo affritti.*
(2) Negli stessi: *Che la mattina allo estormo non gissi.*
(3) Nel *Trojano: Era Casandra dal sinistro lato.*
(4) Negli altri due poemi: *Però che d'Apollo gli amaestramenti.*
(5) Negli stessi: *argomenti.*
(6) Ossia, dissimilando, *en lo.*
(7) Nel *Trojano: sì come io discerno.*

or, lassa me! non tornerai più may
la sera colli triumphale bandiere,
or non t'amirerò si torneray,
e non te vederò più fra le sschiere [1]:
omai starà l'oste greca sciegura
di te, fratel, che n'avèn gran paura. —

Helena se vedea ch'era maggiore
de tucte l'altre bene un meçço braccio
col suo bel viso che rendea sprendore,
ben chelli avesse di dolore impaccio, [2]
e i suoie capelgli che d'oro avèn colore,
così lucendo, dicea: — io le me straccio:
e securtà de Troya, lume e honore,
a cui me lassi, caro mio segnore? [3]

Puoie [4] che se' morto, dicea en suo lamento,
giusta sperança de tucti y Troyani,
tu se' in reposo e me lassi in tormento:
come farímo [5], miseri profani,
o baron, che niuno avea ardimento
a corpo a corpo venir a le mani,
se nnone Acchille, e quel con gran tradire
te de' quel colpo che te fe' morire! —

---

(1) Negli altri due poemi le parole dei versi 4-6 sono disposte in modo differente.

(2) Nel *Trojano: Più che non fa el sole che da drento ne ghiaccio.*

(3) Nel *Trojano* questi tre ultimi versi si leggono così:

Chiamando Ettorre e diceva: come faccio?
Nel suo lamento diceva: o franca spada,
Chi sichura omai questa contrada?

Nell'*Achille*:

Così piangendo dicie: melli straccio!
chiamando Ector, diciendo: o franca spada,
chi sichura mai questa chontrada?

(4) Negli altri due poemi sempre: *poi.*

(5) Nel *Trojano*: *Come faranno e.*

E l'altre donne dentorno a la bara,
ch' eran più de tremilia (1) veramente,
tucti piangendo con tristitia amara,
che messo avarebbero chi 'l çio (2), chi il parente
per ricomperare quilla vita cara
de Hector barone sovrano excellente:
chi messo avrebbe chi el padre e chi (3) 'l figliuolo,
tanto fo crudo a sofferir quil duolo.

Li garçoncelli e piccole fantine
e le polçelle senza anello in deto,
vechi e vechie si chiamon misschini,
e quale a quel lamento non è gito
chiamavanse de Hector tucti taupine,
dicendo: — morto è lione ardito
per cui Troya dormia secura e francha:
poie che mort' è, la nostra vita manca (4).

Così passò quil giorno con dolore
tanto che la mia vita (5) dir non puollo,
e la sera celato el dì el chiarore
dodeci re portono Hector in collo,
e le done stridendo con dolore
gielli direto nel tempio d'Apollo:
e così in quel tempo alora savembra
muro con muro in Troya a porta ambra (?) (6)

(1) Nel *Trojano*: *ben cinquecento.*
(2) Nello stesso: *el figlio.*
(3) Nello stesso: *avrebbe sè e chi.*
(4) Nello stesso quest' ottava manca.
(5) Negli altri due poemi: *lingua.*
(6) Nel *Trojano:*

E posarlo nel tempio a guisa ebraicha
Con duolo chomuno dentro a porta laicha.

Nell'*Achille*:

Allora quel nobile tempio s' apriva
ch' era stato serrato innsino dí prima.

E lí fo tucta la chierciaria
a celebrar con gran solempnitate,
al modo de la loro costumaria
ch' era denançi a la cristianitade:
el Re e le donne e la lor compagnia
tornaro a la magion con gran piatade;
essendo ogni uno in sua çambra rechiuso,
tornaro pui sopra lor pianger uso.

Essendo el re nel dolente capestro
avolto de la trista affliotione,
sopra pensando al pericholo sinistro
d' un pensier nacque unn' altra opinione:
al quarto dì mandò per un maestro,
e domandollo se vedea rasgione
come potesse intero conservare
de Hector el corpo sença infracidare.

Obedendo el maestro a lo Re albaculo, (1)
l'angengnio asutigliò quanto più pote,
e ordenò uno ricoho tabernacolo
nel detto tempio supra quattro rote,
per conservare el corpo sença macholo,
e un pensiere coll' altro se percote:
lo 'ngegnio suo nobile e gentile
fe' el maestro, come dirò, sutile.

Le decte quattro rote eran d'avorio,
perfecte, lavorate con gran chura:
reggía ciasscuna una colonna d'oro
fino che ressprendia sença mesura;
era apogiata adornare el civoro (2)
a ciasscuna colonna una figura
a guisa da angelo, ch'era de longeçça
quanto era la colonna di grandeçça.

---

(1) Si deve leggere: *a lo real baculo*, come nel *Trojano*.
(2) Intendi: ciborio.

Mostravano quelgli Angeli visibili
tato propi ateggiati eran per pocho (*sic*) (1)
e ciascuno in mano avea terribili,
ne' quai giamai s'asspengea fuocho
e l' altre molte cosí che 'ncredibile (2)
parien a udire et erano in que locho, (3)
d' oro e d' argento e de petre assai care,
le quale io taccio e non lle volglio acontare. (4)

Il pie' de cristali e di capitelgli
de la dicta colonne eran diamante
e de çaffiri e de smiraldi chiari e belgli,
con intalgli che avèn propi sembiante:
l'altra abundantia de pietre belle
lucevan quive come in cielo le stelle. (5)

Ancho del tabernacolo formata
era la faccia tucta d'oro perfecto,
de pietre pretiose era 'dornata
ch'a remirallo dava gran dilecto;
de ogni rasgion che pietra si' contata (6)
quivi n' avea abundantia conn efecto;
d'onni rasgion de pietra pretiosa
quivi n' era abundantia copiosa.

Li topaçij, li carbunchi e diamante
e l' oro e l' altre pietre qui d'entorno

---

(1) Nell'*Achille: Che fosser vivi parevan per poco.*
(2) Negli stessi: *e nobili lavori e incredibili.*
(3) Nello stesso: *si vedevan figurati in q. l.*
(4) Questa e le tre ultime ottave mancano nel *Trojano.*
(5) Mancano due versi. Nell'*Achille* dopo il 3° verso:

lucievan chome in cielo fanno le stele
d'ongni cholore e chom propi senbianti
qual di bestia e di pesci e d'altri uccelli
avien fighura, e questi simiglianti
l'alltra abodança delle pietre belle.

Ma qui il v. 4 è fuori di posto, e deve precedere l'ottavo.
(6) Nell'*Achille*: sia chiamata.

facevano la nocte i raggij chiare tante
come fa el sole a meçço giorno:
el giorno revoltava per su' arte
del tabernacolo uno sprendore adorno,
de tal chiarezza ch'el non se dia vanto
el sole quanto più luce d'essar tanto. (1)

Come Tictolivio pone la morte de Anibalo e la presa de Cartaggene in altro modo.

[c. 91 r]. Tittolivio questo pone in altro modo e per li savj questo più [1] se tiene. — Mandato li consoli Roma [2] sopra Cartaggene, el buono Scipione Novello giovano era ma di troppo gran valore e senno [3] e di prodeçça. Gionto che fo scipio e vedendo che in Cartaggene era pocha gente imperò che tucta la patria era con Anibalo el quale ad hoste fermo era con grandissima moltitudine a Roma. Alora Scipio suo hoste devise parte stectaro ad hoste a Cartaggene e gli altri mandò conquistando li paesi a torno [4]. Quegli de Cartagene vedendose sì strecti e asidiati mandarono [5] per Anibalo più messi e più imbasciate [6], che al tucto e postposta ogni casgioue [7] tornare dovesse. Anibalo non sa che se fare però che Roma a tale avia condocta che troppo durare non possono. Deliberatose Anibalo di secorrere Cartagene [8], sua cità, Scipione lo sente e tucto suo hoste fece raunare el quale [9] era molto cresciuto per le molte terre che sugiughate avia ali Romani. Giognendo Anibalo, el buono Scipione li se [10] fece contra e per prima giunta li diede [11] una gran rotta dove molta gente perdecte [12] Anibalo e perciò molto sgomentò [13]. Doppo questo ancho Scipione lo [14] ssconfisse, per la quale chosa Anibalo a Scipione [15] humiliandose, pace gli adimanda, a lui dicendo: — El gran valore che sempre regnato à [16] in tua nobile e prode schiatta [17], el tuo [18] profondo e chupo senno colla sutile industria ch'ài de provedere ai grandi e a l'innopinati [19] bisogni più m'enduce a pace volere che per [20] altra gente che techo abbi [21]. E però che la Cicilia e la Sardegna [22] sono state ca-

(1) A questo punto la descrizione s'interrompe nel codice della *Fiorita*, ma segue nell' *Achille* e, sebbene in modo diverso, anche nel *Trojano*.

sgione [23] e principio di questa nostra guerra, volglio ch'a li Romani libari s'apertengono [24]; e però non volere mectere in dubbio quello ch' hai certo. Spesse fiate le batalglie vanno per non pensato; e perciò seguita [25] le vestige delle tui antichi, li quali già [26] pace mai non refiutarono [27] potendola avere co lloro honore. — Allora disse el buon Scipione: — A li tuoi alte parole te respondo che io non so venuto qui per componere [28] nè fare pacti, ma solo per atutare [29] el grande argholglio di te e di tua terra, e perciò se in te regna la franchezza [30] che se dice, qui mostrare la te conviene. E già Anibalo techo non userò quello che al buono Marcello, mio consolo: nel lito de Benevento [32] deliberato avia de non combattere, e tu occultamente e improvviso l'asalisti [33], per la qual chosa lui uccidesti e sua gente. E però a te fo [34] el contrario ch' io el te predicho la general batalglia, e ciaschuno provi sua virtù e força. Alora Anibalo se partio, e sua gente ciaschuna schiera e [35] avisa melglio che sa. Quivi combattendo [36] Anibalo fu sconficto e tucta sua gente presa e morta. E così el buono Scipione Cartaggene prese, e tucti li nobili homeni de valore furono presi e [37] mandati a Roma.

Contase che fra quelgli de Cartagene e la gente sconficta a Roma n'andassaro [38] più de XXX m., tra i quali preso fu el buono Terrentio con migliaia [39] de valorosi homeni. Anibalo fuggio e naschusamente se n'andò in Suria. Ma sapendo che li Romani l'andavano chirendo [40], non volendo che Roma avesse questa gloria, succiando una pietra ch'esso legata avia in uno anello, in quel modo morio [41].

VARIANTI DEL CODICE CHIETINO-PARIGINO

Manca la rubrica, 1 questa oppinione plu, 2 manda li consuli de Roma, 3 sendo, et lautry manda ad conquistare li pagisi de intorno, 5 mandare, 6 plu ammassate, 7 et remosta omne occasione, 8 *manca*, 9 et la quale, 10 giesse, 11 gie dene, 12 perdio, 13 sgomentane, 14 ancora lo, 15 et Scipione et, 1 6rengiava, 17 sciatta, 18 teo; 19 imponionati, 20 *manca*, 21 agy, 22 Sardenga, 23 rasone, 24 che agia li li Romany liberamente se appertengiano, 25 vanno et vene et perzò sequeta, 26 *manca*, 27 refudano, 28 comparare, 29 acutare, 30 rengia la toa franchicia, 31 commere, 32 in delo lito de binimento, 33 commactere, et tu occultamente lo promecteste et poy l'asaleste, 34 ad tene fone, 35 *manca*, 36 commactendo, 37 valore ene, 38 mandasse, 39 melgiara, 40 cercando, 41 questa gloria se lego ad una preta in uno anello et in questo modo morio.

[Nel cod. Laurenziano Gaddiano a c. 161ª manca il brano seguente che nel nostro si legge a c. 95ª come conclusione del cap. VIII del conto 21 bis, intitolato *Come Catelina combattendo colli Romani fu morto esso e sua gente*].

E nota, secondo che pone Salustio Catelinario, che morto Catelina con sua gente el campo rimasi ai Romani con dolorosa victoria, però che Petidio Consolo (1) de tucta sua gente solo esso remase con XXII a cavallo: tucti gli altri erano morti nella crudele batalglia. E perciò el decto Petidio verghognandosse di tornare a Roma con sì poca gente s' infense d' essare agravato da gotte.

E ancho racconta Salustio predicto che per li Romani non se potia credare la grande uccisione de quella batalglia infine da Roma mandarono per sapere la verità. E saputo el vero, grande corocto e lamento in Roma se fece però che troppo bona gente perduto aviano. El sanato poi che Catelina era suto morto furono contenti.

E anco racconta Salustio che Metello romano sendo in Lombardia presso a Medona con tre legione de cavalieri (ma volglio che sappi che ogni legione erano Vj M Vj C LXVj) e udendo dire Metello predicto la grande uccisione de questa batalglia, subito passò de qua e venne nel campo, e vedendo tanta uccisione de tanta gente e tanti corpi morti venneli grande horrore. Poi con sua gente tucto el campo spogliaro: facto questo, andarono sopra Fiesole.

De li uffitiali ch' erano in Roma e prima dei dictatori. C. III [conto 30].

[c. 98 r]. Roma chom' io dissi avia dictatori, quando doi e quando IIJ secondo el bisogno. Questi erano in Roma gran signori li quali electi erano da più Collegij. Nullo potea essare dictatori se non gentile Romano e che fusse homo saggio e valoroso de sua persona. Di maggiori che ce fossaro signori erano questi dictatori. El quale offitio fo trovato poi che Roma ingho-

(1) Sallustio parla di M. Proteio luogotenente di Catilina (Cap. LIX).

minciò molto a salire per contentare le gentile Case Romane. E questo offitio trovarono li Consoli e Senatori. Durava l'uffitio doi (*sic*) dictatori I anno e ij e iij secondo el tempo che ciò rechidea.

De lo offitio del consolato. C. III.

Li consoli in Roma fu grandissimo honorevile e reposato (*sic*), e al tempo de costoro molto s'acrebbe la Cità di Roma. Questo offitio e signoria giamai non se dava se none a savissime persone e valorose. Durava el dicto offitio uno anno e doi secondo el bisogno e la necessità de casi concurrenti. Questo consolato fu più grato a' Romani che nullo altro offitio che mai vi fosse, e in magiure reverença eran tenuti da tucta gente. Costoro di Consilglio de' Sanatori avieno a ghovernare tucto ciò che Roma signoreggiava.

De lo offitio de' Senatori. C. V.

Sanatori dicti erano per dimostrança de loro gran senno, quasi vol dire padri e maestri de tucti gli altri uficiagli. Costoro in loro tittolo chiarissimi s'apellavano. Costoro grandissima provisione avevano dal chomune di Roma e honorati molti (*sic*) erano da ciascuno. Cento erano li Sanatori li migliori huomeni de Roma e più savi e più costumati e reposati. E singularemente se mettivano coloro ch' erano çelanti e amadori de loro chomune. Questo offitio era perpetuo, e però quando alchuno di costoro moriva de conselglio de' dicti Sanatori mettivano fra loro un altro, sempre el più solempne che avesse Roma. Nullo gran facto se potiva fare sença el conselglio del Sanato Romano. Costoro avieno a provedere con certi altri collegi sapienti de tucti gli altri offitij dentro di Roma e di fuore.

De lo offitio de' perfecti. C. Vj.

Tre erano li perfecti: l'uno solo s'empaciava de' Romani, e costui potiva punire in criminali de rasgione di facto in avere e di persona. È questo un libero offitio per fare stare la gente a ffreno e principalemente li gentili homeni Romani che non soprafacessero agli altri. El secondo perfecto si era de forestieri, però ch' a chostui potieno apellare tucti coloro che torno intorno erano fra li cento milglia apresso a Roma: a costui concoriva

molta gente. El terço perfecto se chiamava el perfecto de' vigili, e chostui era sopra la guardia di Roma. E pensati che ciasschuno de questi perfecti avieno sotto di loro moltissimi uffitiali acciò che spacciare potessaro li molti affari che a loro achapetavano per li mani.

De lo offitio dei pretorij. C. VIJ.

Doppo chostoro erano altri che si chiamavano Pretori. Costoro erano sempre gran doctori conventati in legge. L' uno cognosciva le questioni del corpo de le cità. E l' altro choloro che volivano a lui apellare fra le cento miglia. E costui se chiamava pretorio de' pelegrini e l' altro de' Romani: non potieno costoro impacciarse se none in questione civili e di rasgione. Avieno ogniuno di costoro sotto loro XXX judici e molti notarij per fare cognosscere le questione a lectigio. E ciasschednno de questi judici avieno a determinare le questioni de rasgioni, le quale commesse gli erano per questi loro maggiuri, li quali come dicto ò Pretorij se chiamavano.

De lo offitio del Tribuno. C. VIIJ.

Ancho in Roma era l' offitio del Tribuno el quale era molto honorevile offitio. Costui avia a recevere tucti li tributi de la Camera de Roma, la quale Tarpeia se chiamava. Tucti li Re e le provincie dell' universo mondo rendivano in quel tempo tributo e omaggio ai Romani. Questo Tributo (*sic*) recevea tali tributi in persona dal comune di Roma per pubicho strumento. Come tale omaggio faccivano ai Romani secondo che loro suggecti, impromectendo al dicto comune obediença e reverença e hoste e chavalcate e come loro signoria recognoscivano dal popolo Romano. E questo facto, el dicto tributo se mectiva in Tarpea.

Come in Roma erano offitiagli sopra le vie e sopra la victuvalglia. C. VIIIJ.

[c. 98t.] Erano in Roma offitiali che se chiamavano edilli: costoro erano sopra la victuvalglia overo abundantia: costoro crano molti, e per grande loro sollecitudine providiano dala picola chosa infine ala grande, che none hostante la grandissima moltitudine che in Roma habitava in grande abundantia d' ogni

bene se trovava e per buono denaio. Altri officiali c' erano che se chiamavano Civili: costoro erano sopra fare reconciare le strade, vie, ponti, mure e case. Con tanta soleccetudine costoro facieno loro officio che tucto l' universo mondo non avia terra sì necta ne sì proveduta quanto ad ogni cosa. Erance officiali assai più, li quali lasscio per non m' estendere tanto in parole.

. . . .

De l' onore dei Duci. C. VXI]

[c. 99r]. Duci sono coloro che anticamente ebaro a guidare gente e per loro gran valoria avendo di loro condocta grande honore erano dai Romani e dai loro signori remunerati, dando a loro ghoverno citadi castella e gran contadi. Di chostoro per loro valoria molti furono posti in simile dignità li quali erano di nulla nactione, ma in quel tempo per la loro grande signoria potivano li Romani nobilitare e vilificare le gente ch' a loro servivano e e deservivano come a lora (*sic*) piaceva.

. . . .

De la Signoria del Re. C. XVIII].

[c. 99r]. El re è sopra tucti doppo l' imperadore, e chiamase proprio Re quelgli ch' a raggione regge suo Reame, che proprio questo nome Re descende dal ben reggiare. Antichamente ogni signore di cità era apellato Re chinche (*sic*) signoreggiava, dato che non fosse de stirpe reghale. Ma poi che lo 'mperio romano inghominciò a signoreggiare divisono li Reame per patrie e per provincie. In tucta cristianità non sono se non V re inonti e consecrati. El primo si è el Re de Francia, el secondo el Re d' Inghilterra, el terço el Re de Pulglia, el quarto el Re de Spagna, el quinto el Re d' Ongharia. Que V re sono in maiure dignità che gli altri. Ciascuno Re per suo Reame tucto puote creare lombardi (1), catani, marchesi, conti, duci, princepe, e ongni altra dignità menore di Re, però che 'l Re non può creare de nuovo altro Re.

---

(1) In un precedente cap. è detto che erano chiamati *lombardi* i valvassori.

De la nobiltà de lo 'mperio. C. XX.

Lo primo imperadore che mai avesse al mondo fu Cesare, el quale offitio se prese per sua valoria, però ch' avendo conquistato con molte batalglie tucto el mondo, come de lui diremo, tornado a Roma, per intrare Cesare in gratia de' Romani li quali da lui erano stati sconficti e morti, non volle pre[n]dare nome de grande offitio, ma di vilissimo. In Roma erano molti imperadori, e chostoro erano coloro ch' aviano a solecetare le guardie, unde el buon Cesaro vedendo che tal nome era signorile, non se churò perchè fusse vile, però che sí tosto che 'l buon Cesare quello nome de 'mperio s' ebbe electo, chosì tantosto tu nobilitato. Doppo Cesare gli altri imperadori che seguitarono erano electi per lo Sanato Romano. Ma poi che sancta chiesa venne crescendo dovieno essare coronati e aprovati da papa o dal suo vichario. Questo fu ghominciato al tempo di Costantino imperadore. Custui fu el primo che [da] sancta chiesa volse essare confermato e choronato: questo dura ancho oggidì. Lo 'mperadore per tucto el mondo può fare e nobilitare come a lui piace. Assai avemo dicto dele signorie e magiurie come e perchè fuorono trovate. Ma ora veggiamo de li 'dificia e de l' altre grandeçҫe Romane ch' erano in quel tempo.

[c. 102t] *Come in questo apparvero molti signi in significatione de le gran batalglie ch'essare doviano* C. XLVIIJ [conto 30] (1).

[Per la volontà de dio in quel tempo aparvaro molti signi e chose mareveglíose. Nelli campi de Bevagna, nel ducato, se radunarono gl' armenti de buoi da cantuno lato. Non potendo li dicti buoi essere retenuti da loro pastori che de tucte le contrade non s'adunassero nei dicti campi, così addunati da loro medessimi se divisaro e poi fra loro fecero grandisseme batalglie durando più dí, per la qual molti buoi remasero morti e maghagnati]. Nel contado d'Areçҫo, proprio in quel luogho dove Pulglia se chiama, s' adunarno falconi e astori in grande multitu-

(1) I soli passi chiusi tra parentesi quadre si leggono anche nel cod. Gaddiano 95, a c. 170t.

dine, e da l'altro lato vennero corbi e cornachie senza numero. Costoro insiemi batagliarono sì aspramente che da ciaschuna parte molti ne morirono. Tanti erano questi ucelli impessimiti insieme, che più tosto se lasciavano ucidere e prendare agli omeni, che partire se voleseno da tale batalglia. Più dì durò tale pugna, e però molta gente del paese trasse a vedere tale maravelglia. Cesare medesimo questo vole vedere, e bandir fece che non se desse aiuto a nulla parte, che vedere volia tale maravilglia. A l'ultimo remase el campo a quelgli ucelgli rapaci: de questo fu Cesare molto alegro pensando che tale pronosticho facesse per lui. [Nel paese de Narni, proprio in quel luogho dove quel fiume che se chiama la Nera mette nel Tevere, quive subitamente aparvero chavalieri in grande quantitade sotto bandiere tucti piene d'aquile: fra loro costoro grande batalglia fecero. Ma essendo l'una parte venta e superata (molta gente questo trasse a vedere) partironse tucti insiemi questi combatenti con acqua, con grandine e con smesurati venti, e chosì sparirono]. In Campagna, presso a la cità de Tibuli s'adunarono molti cani e lupi, e insiemi grande batalglia feceno in modo sì aspro e crudo, che quasi tucti insiemi s'ucisaro. Tucte queste maravelglie e molte altre aparvero proprio in quel tempo che li Romani adunano gente per combattere con Cesare (1). Secondo che dichono gli autori, che quando novità grande essare debbia, del continuo solgliono precedere questi pronostichi con diversi signi.

Come Cesare fece tagliere una selva a lato Marsilia la quale era consecrata ali Dei C. LIIIJ [conto 30] (2).

[c. 103t] Una selva fece tagliare Cesare presso a la citade de Marsilia la quale dicivano ch'era consecrata ali dey. A udire, pare grande maravilglia de questa selva, però che in ciaschuno arbore de quella grande e anticha selva era intaglià una forma

(1) Si allude alla guerra tra Cesare e Pompeo.

(2) Il Laur. Gaddiano, c. 171t, dice solo: " fece tagliare una grande selva. Dicevano coloro che mala morte conveniva fare a Cesare con tutta sua gente, però che quella selva mostrava per incanto quello che era propio di dimoni, sí come si legge di molti altri li quali erano in quello tempo per lo mondo ".

d'omo, la quale per sua natura paria con esso l'arbore fra la scorça e 'l legno creata. E in quel modo li dicti arbori nasciono ciasscuno con sua figura, e come l'albore crescea così la dicta figura paria crescere. Nella dicta selva se udia de dì e de nocte molte boci le quali respondeno de chose pasate o ch'essare dovesseno. Quivi li marsigliesi reverença facino li sacrifitij a quelgli dei. Più tosto avariano tagliate le proprie carne che uno ramicello de la decta selva. De questa selva Cesare fece tagliare molti legni, de' quali fece trabochi e manganelle, più altri edifitij ne fece assai per gire per mare a combattere la terra. Per questo malefitio che Cesare fe' fare de la decta selva li dissono l'indovini che di mala morte li convenia morire. De più altre selve se legge ch'erano consecrati a le demonia infernali, ma non che avessono figure come questa avea.

[c. 113r] *Come Octaviano fece hedificare templum pacis e come Virgilio in quel tempo venne a Roma.* Capitolo VIIIJ [conto 32].

[La materia della prima parte di questo cap., il quale manca nel codice Laurenz. Gaddiano, si trova nei codici che riproducono la volgata; non così quella della seconda, che qui si trascrive].

Al tempo de Octaviano venne Virgilio a Roma in tanta gratia e in tanto honore, per sua gran sciença venne che fu signore de tucta la corte sua. E in Roma proprio in quel tempo fece li tre sui belgli libri: ciò furono la giorgicha e la bucholicha e le Eneida. In questo Christo nacque e beato collui che lui seguita.

. . . .

Come el ducha de Sassonia LXIJ anni doppo la morte de Christo volendose batiçare s'empentrò essendo nella fonte e grande miracolo che n'avene. C. XJ.

[c. 113 r] En questo tempo el ducha de Sassonia (α) disse se

(α) Prima aveva scritto *Somassa* e poi, come dicemmo, cancellò questo nome e scrisse Sassonia.

volia batiççare [1]. Inudo se spogliò per tucto. Avendo chostui già messo un piei [2] con tucta la ghamba nella fonte batismale, custui se pentete [3] coll'uno piei dentro e l'altro de fuore. Essendo già pentuto dissi a li compagni: tucta mia gente stati [4] sono paghani e giamai non mutarono [5] fede; non volglia dio ch' io sia el primo de mia gente che voltare mi volglia. La gamba del batismo ne trasse e volivase [6] revestire. Subitamente aparbero [7] sorche grandi a modo di gatti [8] tutte nere. Quivi li fuorono [9] in dosso in tanta quantitade che subito tucto el rosero nè non so chi [10] aiutare lo potesse, essendo presente molta gente, in fine a l'ossa si 'l rosero. Per questo vedere [11] molta gente trasse, e vedendo tanto rubilglio (β) [12] per gran paura molta gente se convertio [13] pigliando el sancto batismo con gran reverença.

Come morio Federigho Imperadore C. XVIII [del conto 44]

[c. 136 r] Doppo papa Grigorio regnò Celestino [1] el quali regnò [2] pochi dì. Ma doppo Celestino fu electo Innocentio IIIJ di Genova nelgli anni de Christo MCCXLIJ. Essendo ciò 'nuntiato a Federigo imperadore gran sospiro gittò. Et essendo dimandado perchè non prendea [3] alegreça de l'amico suo ch'era exaltato al papato, respose [4]: — io non me posso nè debbio [5] ralegrare, però ch' io ò [6] perduto un grande e buono amico e peggio che m' è deventato summo nemico [7]—. E di ciò vero disse, però che vedendo el dicto Inocentio papa che Federigo non volia lassciare la rasgione de sancta chiesa [8], Concilio tenne [9] a Roma, nel [10] quale da capo scomunicò [11] el dicto Federigo e privollo de lo 'mperio e d'ogni acto legittimo si come [12] perseguita[to]re de

VARIANTI DEL CODICE CHIETINO-PARIGINO

1 Somessa dice che sse volea bactiare, 2 spulgiane in tucto vedendo questuy già messo avendo lo piede, 3 penctio, 4 stricti, 5 gamay non muterò, 6 baptismo et retrarese et ne volerese, 7 apparse, 8 gente, 9 qua fono, 10 et non fono quy, 11 per questo che ve dicho, 12 ribiglio, 13 commertio.

(β) Si può pensare a roviglio, ossia groviglio, nel significato di spinoso imbroglio in cui altri sia venuto ad impigliarsi.

sancta chie'. Di ciò Federigo n'ebbe [13] gran dolore, e venendo a Roma per fare sua schusa lu dì de sancta Lucia nelgli anni de Christo MCCL in Roma morio schumunicato e contumace [14] de sancta chiesa morio (*sic*). Federigo predicto fu valoroso e sacente d'ogni chosa, fuor che colla chiesa non si seppe [15] reggiare nè condurre.

Come fra XVIIJ anni doppo la morte de Federigho fu asspenta tucta sua progenie C. XVIIIJ

El dicto Federigo fuor [15] de le rasgioni [16] de lo 'mperio ebbe [17] più signorie [18]: prima fu re de Cicilia e de Pulglia per lo retaggio de la imperadrice constantia sua madre, fu Re de Yerusalem par lo retaggio de la seconda sua molglie, fu Re de la Magna per vigore [19] degli electori [21], fu duca de Suavia per rasgione matrimoniale. E con tucto ch'avesse tante signorie [22] se diede [23] a robbare sancta [24] chiesa [25], e perciò si crede che per la sua grande ingratitudine dio lui giudicasse e sua prole [26], la quale fra VIIJ anni doppo la morte del dicto Federigo di tucto fu aspenta in questo modo. El dicto Federigo ebbe iij mogli: la prima fu figliuola de l'antigrado de la Magna, e di costei [27] ebbe due figliuoli: Arrigo e Currado. Arrigo fu sciancato [28], e per lo suo gran senno e potentia fu [29] dagli alectori [30] electo Re de' Romani. Federigo fece morire in presgione el dicto Arrigo el [31] suo [32] primo figliuolo: la casgione avemo già decto (α). Corrado suo [33] secondo figliuolo doppo la morte del padre de la Magna [34] se partio nelgli anni de Cristo MCCL e vene [35] nel regno, dove regnò [36] Re [37] anni doi. Poi vedendo Manfredi suo fratello bastardo che esso non potia avere la signoria [38], el dicto Currado occultamente avelenare fece [39]; del quale Currado [40] remase un figliuolo che ebbe nome [41] Curradino. De la seconda molglie, figliuola che fu [42] del re Giovanni di Jerusalem, el [43] dicto Federigo ebbe un figliuolo, el quale fu chiamato Giordano, ma poco visse. Poi la dicta sua moglie a gran torto fece morire in presgione, si come più arietro [44] dicto avemo (β). La terza sua mogli' non ebbe

(α) Nel capitolo XVII dello stesso conto.
(β) Nel capitolo VIII dello stesso conto.

figliuoli, la quale fu figliuola de Re d' Inghilterra [45]. Ancho ebbe el dicto Federigo de diverse concubine [46] tre figli naturali. El primo ebbe nome Federigo, el quale fece Re d'Antioccia. Custui fu morto asiemi [47] con Manfredi quando Carlo sença terra li sconfisse in Pulglia. Manfredi fu el terço figliuolo naturale de Federigo, el quale avea facto prençe [48] de Taranto, ma el dicto Manfredi doppo [49] la morte del padre e de Currado suo fratello per força ai baroni del regno se fece coronare Re de Cicilia e di Pulglia: homo fu valoroso e saggio. El secondo figliuo' naturale de [50] Federigo fu Ençо chiamato, el quale fece [51] re de Sardegna [52]. Custui in facti d'armi fu molto singulare, ma pure da' Bolognesi [53] sendo sconficto fu preso e morio in presgione. Era remaso de [54] la dicta stirpe solo un giovane, el quale Curradino era apellato, figliuolo de Corrado predicto. El quale venendo nel regno contro el decto Carlo da lui fu preso e tagliatoli [55] la testa. E in questo Curradino venne [56] meno in tucta la stirpe de lo imperadore Federigo.

Come al tempo del dicto Federigho nacque in Cicilia Nicholò pescie CXX.

Al tempo del dicto Federigho nacque in Cicilia Nicholò el quale per la maledectione de la madre apellato fu Nicholò pescie

VARIANTI DEL CODICE CHIETINO - PARIGINO

Mancano le rubriche, 1 rengiò papa celestrino, 2 rengiò, 3 prendete, 4 respuse, 5 bolgio, 6 agyo, 7 che mm'è deventato nemico, 8 dela Ecclesia predecta, 9 tende, 10 in delo quale, 11 scomunicao, 12 como, 13 nabe, 14 in contumacia, sappe, 15 fore, 16 la rasone, 17 abe *(e così sempre)*, 18 sengioria, 19 *Dopo* Pulglia *si legge:* et per redetaggio de la secunda sea molie Costanza fo Re de la mangia et per la matre fo Re de Jerusalem et per vigore, 21 licturi, 22 sengiorie, 23 dene, 24 *manca sempre la parola* sancta, 25 *Dopo* Ecclesia *si legge:* questo è lo melgio che sse facesse may, 26 *mancano le parole:* e sua prole, 27 questey, 28 scapzato, 29 sendo et provedentia fo, 30 lecturi, 31 *mancano le parole*: el dicto Arrigo e, 32 *sempre:* seo, 33 fo lo, 34 *sempre:* mangia, 35 vende, 36 *sempre:* rengio *e* rengiò, 37 *manca*, 38 *sempre*: sengioria, 39 avenenare lo fece, 40 a Corrado, 41 nomo, 42 *manca:* che fu, 43 Et lo, 44 dereto, 45 igniterra, 46 *manca:* da diverse concubine, 47 insemmora, 48 prencepe, 49 poy, 50 filgiolo de, 51 fo, 52 Sardinga, 53 bolonge, 54 da, 55 tagliatage, 56 vende.

Custui essendo giovane garçone molto se delectava de bagnare nell'acqua [57] intanto che al tucto la state lu studio de leggiare ne lassciva. La madre teneramente [58] amando questo suo figliuolo, di ciò più volte ne [59] corresse, sì perchè dubitava che 'l fanciullo non [60] anegasse, che ciò in Messina ogni anno addiveniva, e sì perchè voliva che suo [61] figliuolo imprendesse [62] bontà.

Più volte ne volle (*sic*) andarono a la madre, [63] la quale Angela se chiamava, come suo figliuolo bagnandose [64] in mare era anegato. Costei [65] più volte avea pianto questo suo figliuolo sì come morto. Ma una volta andando cherendo [66] la madre questo suo figliuolo e trovandolo in mare, lui crudelmente maledisse, [67] dicendo: — sta', figliuolo con quella gratia e ventura che sença acqua vivare non possa, [68] sì come pescie. — Subito [69] data la biastima [70] chosì avene [71] che nocte e giorno el [72] dicto Nichola asiemi cogli altri pesci [73] in mare habitando tucto el tempo [74] de sua vita. Custui fu christianissimo e ogni anno se volea comunicare e diligentemente se confessava. Apariva costui a' navigli [75] quando andavano per mare si recholgliesso (*sic*) a scieguri porti. [76] Li marinare davano a lui da mangiare e volentieri [77] a lui faciano bene. El dicto Nichola pescie spesse volte choi marinare se revedea [78] mangiando e bevendo co lloro su per le navi, [79] ma non potea restare per spatio d'uno desenare [80] che non se attuffasse [81] nell'acqua due volte o tre, e se ciò non avesse facto sentivase tucto el cuore consumare. La madre fu da dio giudicata, però che per dolore e compassione del dicto figliuolo [82] nocte e giorno a la riva del mare lui piangeva: el figliuolo stando in mare lei [83] consolava, e in tal modo la dolorosa madre sua via [84] (*sic*) finìo. Essendo adimandato el dicto Nichola pescie quale era magiur pescie che avesse el [85] mare, respose [86] l'anguilla era [87] magiure e de longeçça e di peso. Essendo dimandato se 'l mare avea molte diversità di pescie, rispuse, che tucti gli uccelli ch'erano per l'aire e gli animali [88] ch'erano per la terra erano in mare contrafacti. Poi fu dimandato quale era più [89] profondo pellago ch'avesse [90] el nostro mare: rispose ch'era fra Calavra e Messina, e là è profondissimo mare, dove è apellato Faro. Nel decto luogo Ençо Re de Sardegna, figliuolo che fu de Federigo imperadore, gittò una gran coppa d'ariento, e pregò al dicto Nichola pescie che lile retrovasse. El dicto Nichola lui

pregava che la dicta coppa la lasciasse andare, però che l'acqua era in tal luogo alta paricche milglia, ma nel profondo era tanta la sua freddeça che per certo vi moriva. El dicto Enço pur di ciò pregandolo, Nichola pescie s'atufò, el quale mai non fu più veduto.

Come al tempo del dicto Federigho fu una donna in Aquilea la quale mirabilemente fu faconda in generare. C. XXI.

In questo tempo [fu]una donna Antonia chiamata de la provinçia d'Aquilea. Costei inançi ch'ella avesse XL anni avea partoriti e facti de Paolino suo marito XLIJ figliuoli. Racontase che mai costei in suo parto ne fece meno de dui ad una volta: ad un corpo ne partorio VIJ, e due fiade ne partorio quando IIIJ e quando IIJ e quando dui. Tanto erano simigli quelgli di ciascuno portato insiemi che etiamdio dal padre e dala madre dificile a loro molto era a ricognosciarli. Li dicti figliuoli tucti fuori che (1) vennaro a età perfecta de XXV anni. Fuorono da Federigo imperadore la molglie e 'l marito con tucti loro figliuoli levati e tatti d'ogni spesa de comune e tucti loro filgli erano bailiti e nutricati a le spese del dicto imperio. Poi diede loro grandi poderi e riccheççe, non volendo che i dicti mogli e marito badassero altro che a 'ngenerare.

Varianti del codice Chietino - Parigino

57 bangiare in delacqua, 58 tenderamente, 59 ne lo, 60 non se, 61 et si bolea che lo seo, 62 imparasse, 63 plu volte andavano novelle a la matre, 64 bangiandose, 65 queste', 66 querendo, 57 in male disse, 68 vivere non poczi, 69 *manca*, 70 blastema, 71 amene, 72 et lo, 73 insemora collautri, 74 avitando lo tempo, 75 ad navilio, 76 et diceano che sse recolgiesse ad secury porty, 77 volontero, 78 revenea, 79 sopre li navy, 80 de una hora, 81 regectasse, 82 seo ·filiolo, 83 lui, 84 vita, 85 fosse in, 86 respuse che, 87 è, 88 animalia, 89 lo plu, 90 *a questo punto termina il codice chietino - parigino.*

---

(1) Manca il numero senza che vi sia spazio libero.
(2) Segue una parolina che non si legge, perchè sgorbiata.

Commento 45. *Come Carlo sença terra fratello del Re Lodovicho Re di Francia el quale era Conte de Pitença* (sic) *venne a petitione della chiesa sora el Re Manfredi e lui uccise e sconfisse. C. primo.*

Nelgli anni de Christo MCCLXVJ venne a Roma con grandissimo exercito convocato da la Roma[na] chiesa, dove da papa Martino (*sic*) e dai suoi cardinali la prima sexta feria del mesede março Carlo che quive era presente fu facto Re di Cicilia e di Gerusalem. Ciò facto el dicto Carlo riceuto il gonfalone de Sancta ghiesa per mano del dicto papa e la sua benedictione con tucto el suo exercito per resse (*sic*) in Pulglia contra Manfredi el quale Re se teneva del paese e libero signoreggiava Cicilia e Pulglia. El dicto Carlo avea seco tucti li ghelfi descacciati per la força del dicto Manfredi di Toscana e di Lombardia. Manfredi valorosamente si fece contra Carlo predicto, dove con tucta la gente se scontrarono in quel de Benevento nel luogo dicto San Germano, dove li gelfi Italiani ch'erano nel dicto hoste posono campo.... (²) Al quale grande e bello troppello raguardando Manfredi domandò che gente quella era che tanto era sì bene a cavallo e bene armata: a chui fu resposto per lo Concte di chiaromonte che coloro erano li Gelfi ch'esso avea cacciati da loro terre in Toscana e in Lombardia. Alora Manfredi sospirando disse: — or dove sono li gebellini ch'io ò facti signori di casa loro non sença gran dispendio mio e soleccetudine? — Alora si rivolse ai sui baroni, dicendo: — io giuro in lealtà de la regale corona che dicti Gelfi da me descacciati non possono oggi [essere] altro che vitorosi (*sic*): perchè se Carlo arà victoria vencetori sono, e se dio la me concederà a me sarà quel medesimo. Ingominciata la batalglia fra Carlo e Manfredi el Conte di Caserta e 'l Conte Tomasso da la Cerva (*sie*), li quali aviano per moglie le sorelle del dicto Manfredi, vedendo la batalglia ingominciare, essi con tucto loro exercito metendose in fugga de l'oste se ritrassoro; e ciò se crede che fusse per loro grande tradimento, essendosi prima composti colla chiesa. El Re Manfredi ciò non sapendo li facea richiamare, et essendo (*sic*) medesimo dolcemente li alectava, dicendo: — do, cognati miei, perchè fuggite, voie e vostra gente? Molto fi melglio de murire in casa

nostra che taupinando vivare e mendicando andando per le terre altrui. — Vedendo Manfredi predicto che esso era abandonato dai sui congionti, come desperato se mise nella batalglia, nella quale grande pugna e bella prova fece. Ma ultimo, essendo al suo cavallo cavato l'ochio ricto d'una punta de spada, per lo gran dolore el dicto cavallo arietro arenversato cadde, e così el dicto Manfredi fra la gran prescia tucto afranto el capistato (*sic*) dai cavalgli morto rimase e sua gente tucta fu morta e presa. Anche se dice che nella dicta sconficta fu morto Federigo Re d'Antiocia fratello del dicto Manfredi, ma el suo corpo non fu trovato e però si crede che fuggendo afugasse. Rimasa la batalglia, el Re Carlo fece bandire che nullo toccasse nè spogliasse corpo nullo se prima non sapeva quello che fusse di Manfredi e del fratello suo. Ritrovato el corpo de Manfredi, si come scomunicato per sancta ghiesa Carlo in luogo non sacro vilmente el fece seppellire. Subbito Carlo doppo la dicta victoria ebbe la signoria de tucto el Reame, e certi gran signori e fortissimi combattetori che contra lui erano stati, come fu el conte Manfredi di Cicilia, el Conte Giordano de Calavra, Piero Aseno per sopranome degli Uberti de Firençe e Bernardo Castagna, li quali essi con più altri ne mandò in pregione in Francia, e quivi stati più tempo ruppono la presgione, uccedendo le guardie. Ma fuggendo costoro furono represi, e 'l Re Carlo ciò sapendo, comandò che a ciaschuno de loro fusse moçça la mano ritta sul (*sic*) piè mancho e cavati gli ochi, e chosì fu facto.

Come Curadino figliuolo del Re Corrado el quale fu figliuolo de lo 'mperadore Federigho venne in Pulglia e combattette con Carlo e da lui fu sconfitto C. IJ.

Poi che Curradino seppe de la morte de Manfredi suo çio partisse de Suavia con grande moltitudine de gente e venne a Verona in Lombardia. E poi d'inde se mosse facendo la via per Pavia intrò in mare con tucta sua gente e venne a Pisa dove molti gran caporali di parte Ghibellina di Toscana e di Lombardia e di tucta Ytalia quivi co llui s'adunarono. E la dicta adunatione di tanti nobili Ghibellini se crede che fusse per le parole che 'l Re Manfredi ebbe a dire dovendo combattere con

Carlo, sì como a rietro dicemmo. Partisse el dicto Curradino da Pisa nelgli anni de Christo MCCLXVIIJ e andonne a Roma, essendo accompagnato da dicti Gibellini li quali co llui andarono sopra Carlo. In Roma si era sanatore Herrigo fratetello (*sic*) del Re d[e] Castella (*sic*), el quale avendo prestato al dicto Carlo quando andò sopra Manfredi grande quantità de peccunia, perch'egli no lli avia risposto al termine co llui era forte indignato e per questa casgione el dicto Herrigo se legò con Curradino contra Carlo predicto. E però se partirono insiemi da Roma e verso Pulglia caminando con alegreçça ad XXIIJ d'agosto pervennero a lato al fiume che passa per lo tereno del Conte paladino, dove Carlo con suo hoste aspectava Coradino con sua gente. Vedendo Carlo che Curradino avea assai più gente de lui, però che seco avia Tedeschi, Lombardi, Toscani, Romani e Spagnoli, immaginosse, sì come savio, di lui vencerà per astutia. E però el dicto Carlo di tucto suo hoste scielse V^c^ cavalieri electi e docti in facti d'armi, e esso assieme co lloro si repuse de rietro ad uno monte presso in quel luogo dove la dicta batalglia dovea essare. Facto avea Carlo de suo hoste IIIJ schiere: nella ultima vestio uno cavaliero a modo regale con sua scura ensegna e lui coronò. Ingominciata la gran batalglia, gran prova ciascuna parte fece, ma a la fine la gente de Curradino sconficta, presa e morta, tucte le sschiere de Carlo a robbare el campo se diedoro e non avisati senza paura stavano. Allora el buon Carlo con sua fressca gente nel campo uscio. Subito a lo reale stendardo di Curradino pervenne, e morto el banderaio, el dicto gonfalone ritto tener fece. Trecento cavalieri mandò che scorressono per lo campo, uccidendo e prendendo chiunche trovava. L'oste de Curradino el quale era per lo campo, ciò vedendo, se volle reducere a lo stendardo per fare in tale luogo capo grosso: come giugnivano, così da la gente di Carlo erano presi e morti. E così la gente de Curradino dal dicto Carlo per sua grande astutia quasi tucti furono presi e morti.

Come Curadino fuggendo con molti caporali di parte Ghibellina essendo presentati a Carlo tucte (sic) *li fece decapitare* C. IIJ.

Coradino vedendo sua gente male arivata per la grande astutia di Carlo essó con più caporali d'Italia fu preso in tal modo. Navicando costoro per mare arivarono in maremma di Roma ad un castello ch'era de Frangepani de Roma: nel quale luogo el dicto Curadino era arivato a gran fidança e per loro grande cognoscenza, ché grande amistà insiemi ritenivano, però che la dicta casa dei Frangipani era suta molto exaltata da Federigo imperadore avulo de Curradino predicto. Costoro sì come meslcale el dicto Curadino tradirono, metendo lui e sua nobile compagna in mano di Carlo; e ciò fecino li Frangipani solo per acattarse la benivolença di Carlo. Poi che Carlo ebbe Curradino in sua podesta e signoria, sutilmente cerchò se a rasgione li poteva fare morire. Alora uno meser Guido di Susania (*sic*), gran doctore de civile rasgione e de Canonico, a lui respuse che Curadino nè sua compagna dovea morire, però che nel regno era venuto non sì come tiranno o invasore del dicto regno, ma venuto era sì come colui a cui crediva ch'el dicto regno per rasgione patrimoniale succedesse. Et dove contra lui poniamo che le chiese per sua gente erano state arse e disfacte, a ciò respondea el dicto doctore che in tali hosti molti mali se fanno sença consentimento o saputa del signore che tal gente guida. E questo medesimo dicivano più altri doctori. Alquanti altri per volere compiacere a Carlo sì dicivano che Curradino morir dovea, sì perchè esso e' sui erano suti ribelli e perseguitatore de sancta ghiesa, e sì perchè esso era invasore, usurpatore de l'altrui terre, e perciò a rasgione dovea morire. Vedendo Carlo che costoro non s'acordavano, sue secrete lectere mandò a Chiminto papa IIIJ, li quali insiemi erano molto amici. Quando el papa ebbe lecte le lectere no lli rispose per lettera nè per imbasciata a tal materia; ma esso (l. essendo) nel giardino chol dicto imbasciatore dicese che 'l predicto papa fece tale acto, che trovato nel dicto giardino uno mazzo de porri el capo moçço a tucti li più grossi e gli altri piccoli mondò molto sutile; e ciò facto per lo giardino li sparnacciò. Ritornato el messo a Carlo, e non avendo di ciò

reposta, maravilgliosse, e dimandato el messo s'el sancto padre avea facto o dicto nulla essendo seco, custui raccontò a Carlo tucto el modo tenuto per lo papa. Alora Carlo, inteso el convenente [fece] dicapitare Curadino e 'l ducha d'Astria (*sic*), el quale sì come desperato sença confessione morir volle, e 'l conte Ghyrardo da Pisa e Salvano. Li quali corpi comandò che non fussono sepellite, e più dì stando in una piaççetta morti in Napoli presso al mare fuoron puoi gittati nell'acqua per comandamento del dicto Carlo: la qual cosa gran crudeltà fu reputata. Alquanti dicono ch'el dicto papa predicto rispose in tal forma al dicto Carlo: — Miror te virum prudentem super interfectionem viri consilium querere a sacerdote —. Molti dissono che dicto Curadino fu preso da quel de' Frangipani in mare, ma ciò che fusse, a gran magagna e a viltà li se pone, perchè poi el tradio nelle mani del suo nemico. Ancho se dice che Carlo adimandò Curradino: — dimme, lealtà de gentile homo, che a[vre]sti tu facto de me se tu m'avesse preso? — Respose el giovane Curradino —: io v'averei facta tagliare la testa; — e però se crede che Carlo lui condennasse a tal morte: e ciò fu nelgli anni de Christo MCCXLVIIJ, a dì VIIIJ d'octovre.

Tucti gli altri presgioni che non se potettono recomperare, poi che Carlo gli ebbe bene macerati in presgione, spogliati e povari li cacciò del regno, dando a tucti bando de le persone. Rimase el dicto Carlo signore e libero Re di Pulglia e di Cicilia e con gran senno [resse] suo Reame, sapendose ben portare con sancta chiesa.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 6 marzo 1919).

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti.
Anno accademico 1917-918 - Tomo LXXVII - Parte seconda.

INDICE GENERALE

PER AUTORI, PER NOMI E PER MATERIE

INDICE DELLA PARTE SECONDA

PER AUTORI E PER NOMI

PER MATERIE